

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

WILZA MARIA ADÃO LOPES TEIXEIRA

**INSERÇÕES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

RIO DE JANEIRO

2023

WILZA MARIA ADÃO LOPES TEIXEIRA

**INSERÇÕES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Tatiana Marins Roque
Coorientadora: Profa. Dra. Aline Caetano da Silva Bernardes

RIO DE JANEIRO

2023

CIP - Catalogação na Publicação

T266i Teixeira, Wilza Maria Adão Lopes
Inserções de História da Matemática em Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental / Wilza Maria Adão Lopes Teixeira. -- Rio de Janeiro, 2023.
149 f.

Orientadora: Tatiana Marins Roque.
Coorientadora: Aline da Silva Caetano Bernardes.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2023.

1. História da Matemática. 2. Ensino de Matemática. 3. PLND 2020. 4. Livros Didáticos de Matemática. I. Roque, Tatiana Marins, orient. II. Bernardes, Aline da Silva Caetano, coorient. III. Título.

WILZA MARIA ADÃO LOPES TEIXEIRA

INSERÇÕES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada
ao Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Matemática da
Universidade Federal do Rio de
Janeiro, como parte dos requisitos
necessários à obtenção do título de
Mestre em Ensino de Matemática.

Aprovada em 27/03/2023

Documento assinado digitalmente



TATIANA MARINS ROQUE
Data: 08/08/2023 15:05:13-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Profa. Dra. Tatiana Marins Roque - PEMAT/UFRJ (Orientadora)

Documento assinado digitalmente



ALINE CAETANO DA SILVA BERNARDES
Data: 23/05/2023 13:58:38-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Profa. Dra. Aline Caetano da Silva Bernardes - UNIRIO (Coorientadora)

Documento assinado digitalmente



BRUNO ALVES DASSIE
Data: 23/05/2023 14:17:55-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Bruno Alves Dassie - UFF

Documento assinado digitalmente



THIAGO HARTZ MAIA
Data: 24/05/2023 21:03:28-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Thiago Hartz Maia - PEMAT/UFRJ

Documento assinado digitalmente



CLEBER HAUBRICHES DOS SANTOS
Data: 23/05/2023 15:52:41-0300
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Cleber Haubrichs dos Santos - IFRJ/Nilópolis (Suplente)

Dedico este trabalho a meus pais Antônio Lucio Lopes (*in memoriam*) e Ivani Adão Lopes que abdicaram de muitos dos seus sonhos para que eu pudesse viver os meus. A meu esposo Francisco José que sempre compreendeu e apoiou as minhas atitudes simplesmente para me ver feliz. As minhas filhas Ariane e Winnie pelo companheirismo e compreender as minhas ausências. A meus irmãos Marcelo Adão Lopes (*in memoriam*), Márcia Adão Lopes L. da Paixão (*in memoriam*) e Alessandra Adão Lopes Santos pelo incentivo e todo o orgulho que demonstraram a cada uma das minhas conquistas. A meus sobrinhos Lucio Henrique, Nathan, Luan, Anna Júlia e Adryan Lucio por todo o orgulho, carinho e compreensão.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar eu agradeço ao Deus Eterno aquele que nunca me abandona e jamais me deixa só, a Ele todo o meu amor, louvor e gratidão.

Agradeço a minha família que sempre está ao meu lado, comprehende as minhas ausências e me entende do jeito que sou.

Agradeço ao PEMAT por ter me acolhido, porque essa foi a sensação desde a primeira aula que fiz ainda como ouvinte: acolhimento.

Agradeço ao Victor Giraldo e Agnaldo Esquincalha, quantas vezes enviei mensagens desesperadas e eles sempre foram educados, gentis, solícitos e atenciosos.

Agradeço a Tatiana Roque por ter aceitado me orientar mesmo em meio a tantas demandas. Obrigada!

Agradeço a Aline Bernardes que aceitou me coorientar por indicação do Victor e Tatiana. Sei que não foi fácil estar comigo todo esse tempo, foram muitas situações difíceis e Aline compreendeu, e me incentivou a continuar. Obrigada Aline, você não é apenas orientadora, você é amiga.

Obrigada aos membros da banca: Bruno Dassie, Thiago Hartz e Cleber Haubrichs. Vocês fazem parte do concretizar de um sonho que começou há muito tempo. A vocês, minha gratidão.

Obrigada ao grupo CHEMat, sinto-me muito honrada em fazer parte do grupo juntamente com a Aline Bernardes, Cleber Haubrichs, Marcello Amadeo, Bruna Moustapha, Jonathan Pinsard, Vinicius Mendes, Thomaz, Rodrigo, Michele. Obrigada pelas ajudas e pelos debates calorosos acerca das inserções.

Agradeço a Letícia do Grupo GAE da UNIRIO por me ajudar com o tratamento dos meus dados estatísticos e com os gráficos lindos que estão neste trabalho.

Obrigada a TODOS os meus amigos do PEMAT, em especial a Perla, Marcela Caetano, Marcela, Gabi, Fernando, Cecília, Carlos, Edilena, Alessandra, Danúbia... enfim, a todos os amigos do PEMAT.

Agradeço ao Professor Gert, ao professor Gerard pelo apoio e a todos os que participam da linha de história, nossas discussões são maravilhosas.

Agradeço a minhas amigas de longa caminhada Leila Moura, Janete Fernandes, Jane Fernandes, Ilma Corrêa e Poliana por estarem comigo em todas as horas me ajudando e me encorajando.

Obrigada a meus companheiros da graduação que se tornaram companheiros de vida, Fabiano, Júnior, Ana Clara, Clotildes, Elias, Jéssica Macedo, Renan, Juliana Victor, Elaine, Izabel, Ana Paula, Vanessa, Jorge Rodrigo, Rodrigo e Isis. Obrigada vocês fazem parte da minha história.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro que permitiu que a conclusão do Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT-UFRJ)

Enfim, obrigada a todos que torceram por mim, que oraram por mim e que me incentivaram.

TEIXEIRA, Wilza Maria Adão Lopes. Inserções de História da Matemática em Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Rio de Janeiro, 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

RESUMO

A integração da história da matemática ao ensino de matemática é um tema que tem sido bastante debatido nas últimas décadas. No Brasil, graças ao Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), muitos estudantes e professores da rede pública de ensino têm acesso à história da matemática inserida nos livros didáticos. Esta pesquisa tem como objetivo geral mapear e descrever as inserções de história da matemática em três coleções de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2020. De abordagem qualitativa e quantitativa, a metodologia desta investigação apoia-se nas pesquisas documental e bibliográfica, para realizar uma breve revisão em pesquisas anteriores e para analisar as inserções. O *corpus documental* da pesquisa é formado pelas coleções: A Conquista da Matemática, Matemática Bianchini e Teláris Matemática, que foram as coleções de livros didáticos de matemática com o maior número de exemplares adquiridos pelo governo na edição do PNLD 2020. Para a coleta de dados, primeiro foram identificadas as inserções de história da matemática nos 12 livros. Em seguida, os dados foram registrados através de um formulário, implementado via *Google Forms*. Foram identificadas 219 inserções nos livros analisados. Dentre os resultados, destaca-se que o território mais mencionado nas inserções é o continente europeu, em diferentes épocas. São destacadas, em sua maioria, as contribuições de homens europeus no desenvolvimento da matemática. Apenas uma mulher matemática foi citada. Assim, a história da matemática retratada nas coleções analisadas é majoritariamente masculina, branca e europeia. As inserções são bem ilustradas, o conteúdo mais registrado nas imagens foi pinturas retratando personagens históricos. Já o conteúdo matemático que mais evocou inserções foi números e operações. A maioria das inserções possuem uma narrativa focada em apenas um episódio histórico, no entanto, há muitas inserções que abordam vários episódios, citando diferentes períodos históricos, localidades ou civilizações. Um resultado bastante positivo é o quantitativo de inserções classificadas como HdM e estratégia didática. Tais inserções podem auxiliar no desenvolvimento de algum raciocínio matemático no estudante, por meio da história. Espera-se que os resultados desta pesquisa possam apontar novas direções para o desafio de integrar história e ensino de matemática e possam contribuir com um olhar mais crítico para esta integração.

Palavras-chave: História da Matemática. Ensino de Matemática. PLND 2020. Livros Didáticos de Matemática.

TEIXEIRA, Wilza Maria Adão Lopes. Inserções de História da Matemática em Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Rio de Janeiro, 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

ABSTRACT

The integration of the history of mathematics into mathematics teaching is a topic that has been much debated in recent decades. In Brazil, thanks to the Programa Nacional do Livro Didático (PNLD - Brazilian Textbook Program), many students and teachers in the public school system have access to the history of mathematics included in textbooks. This research has the general objective of mapping and describing the insertions of the history of mathematics in three collections of mathematics textbooks for the final years of Elementary School, approved by the PNLD 2020. With a qualitative and quantitative approach, the methodology of this investigation is based on documentary and bibliographical research, to carry out a brief review of previous research and to analyze the insertions. The documentary corpus of the research is formed by the collections: A Conquista da Matemática, Matemática Bianchini, and Teláris Matemática, which were the collections of Mathematics textbooks with the largest number of copies acquired by the government in the edition of the PNLD 2020. For data collection, first, the insertions of History of Mathematics in the 12 books were identified. Then, the data were registered through a form, applied via Google Forms. 219 insertions were identified in the analyzed books. Among the results, it is highlighted that the territory most mentioned in the insertions is the European continent, at different times. Mostly, the contributions of European men in the development of mathematics are highlighted. Only one female mathematician was cited. Thus, the history of mathematics portrayed in the analyzed collections is mostly male, white, and European. The insertions are well illustrated, the most registered content in the images was paintings portraying historical characters. The mathematical content that most evoked insertions was numbers and operations. Most insertions have a narrative focused on just one historical episode; however, there are many insertions that cover several episodes, citing different historical periods, locations, or civilizations. A very positive result is the number of insertions classified as HdM and didactic strategy. Such insertions can help in the development of some mathematical reasoning in the student, through history. It is hoped that the results of this research can point to new directions for the challenge of integrating history and mathematics teaching and can contribute to a more critical look at this integration.

KEYWORDS: History of Mathematics. Teaching of Mathematics. 2020 PLND. Mathematics Textbooks.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Ficha com as inserções identificados	47
Figura 2: Exemplo de inserção que contempla a história da ciência.....	51
Figura 3: Elementos de geometria na obra A divina ceia.....	51
Figura 4: Distribuição das inserções por ano/volume	52
Figura 5: Inserção de HdM no início de capítulo.....	56
Figura 6: Inserção no meio de uma seção junto a lista de exercícios	57
Figura 7: Inserção entre texto expositivo	58
Figura 8: Inserção de HdM com elementos históricos explícitos	61
Figura 9: Quantitativo dos períodos históricos narrados nas inserções	63
Figura 10: Proporção de frequência de HdM nos Períodos/Civilizações.....	67
Figura 11: Exemplo de imagem classificada como fac-símil.....	74
Figura 12: Conteúdo geral por ano letivo.....	87
Figura 13: Exemplo de narrativa com meramente elemento histórico	98
Figura 14: Box com notas biográficas junto a narrativa da inserção	98
Figura 15: Operação com símbolos numéricos	100
Figura 16: Demonstrações do Teorema de Pitágoras	101
Figura 17: Demonstração do Teorema de Pitágoras (continuação).....	102
Figura 18: Inserção classificada como HdM e elucidação dos porquês	104
Figura 19: Inserção classificada com HdM e elucidação do para quê	105
Figura 19: Inserção classificada com HdM e elucidação do para quê	105
Figura 20: Inserção classificada como HdM e formação cultural geral	106
Figura 20: Inserção classificada como HdM e formação cultural geral	106

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Coleções aprovadas no PNLD 2020	40
Quadro 2: Corpus <i>documental da pesquisa</i>	42
Quadro 3: Instrumento de coleta de dados.....	44
Quadro 4: Unidades temáticas e conteúdos	45
Quadro 5: Livros utilizados no estudo piloto	46
Quadro 6: Localização das inserções nos livros das coleções analisadas	53
Quadro 7: Classificação da inserção segundo as opções do formulário	62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Quantitativo de inserções total e por coleções analisadas	52
Tabela 2: Proporção de inserções por ano letivo	53
Tabela 3; Quantitativo das posições das inserções de HdM na organização do livro	58
Tabela 4: Posição ou diagramação das inserções	59
Tabela 5: Distribuição da frequência dos períodos e civilizações da história antiga.	64
Tabela 6: Povos não ocidentais nos séculos de nossa era	65
Tabela 7: Povos ocidentais medieval ou moderna nos séculos de nossa	66
Tabela 8: Personagens com três ou mais menções nas inserções	69
Tabela 9: Obras mencionadas duas vezes ou mais nas inserções	70
Tabela 10: Tipos gráficos quantitativo total e por coleção.....	74
Tabela 11: Quantitativo de conteúdo das figuras	75
Tabela 12: Personagens mais retratados	77
Tabela 13: diagramas matemáticos apresentados nas inserções	78
Tabela 14: Operações matemáticas apresentadas nas inserções	79
Tabela 15: Instrumentos históricos apresentados nas coleções analisadas	81
Tabela 16: Imagens de mapas nas inserções.....	82
Tabela 17: Livros, manuscritos, papiros ou tabletas apresentados nas inserções ...	83
Tabela 18: Imagens registradas em Outros	84
Tabela 19: Proporção de inserções por conteúdo geral e específico	88
Tabela 20: Quantitativo de inserções com referências.....	92
Tabela 21: Fonte para narrativas históricas descritas na legenda dos livros avaliados	92
Tabela 22: Títulos referenciados no final dos livros didáticos	93
Tabela 23: Sites referenciados nas inserções.....	94
Tabela 24: Outras fontes descritas nas inserções	95
Tabela 25: Categorias e resultados das Narrativas históricas.....	97
Tabela 26: quantitativo de funções didáticas desempenhadas pelas inserções.....	100

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CHEMAT	Coletivo de História de Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	15
2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO DE MATEMÁTICA	20
2.1 HISTÓRIA E ENSINO DA MATEMÁTICA	20
2.2 INSERÇÕES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA, O QUE JÁ FOI INVESTIGADO?	26
3 CONSIDERAÇÕES ACERCA DOS DOCUMENTOS OFICIAIS: PCN, BNCC E DO PNLD 32	
3.1 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS PCNs E NA BNCC.....	32
3.2 O PROGRAMA NACIONAL DO MATERIAL E LIVRO DIDÁTICO (PNLD).....	36
3.3 PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO E MATERIAL DIDÁTICO 2020.....	37
4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	41
4.1 MÉTODOS E PROCEDIMENTOS	41
.4.2 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS	43
4.3 COMO A COLETA DE DADOS FOI REALIZADA	46
4.4 METODOLOGIA DA ANÁLISE.....	47
5 ANÁLISE E DISCUSSÕES.....	50
5.1 IDENTIFICAÇÃO, DISTRIBUIÇÃO E LOCALIZAÇÃO DAS INSERÇÕES	52
5.2 POSIÇÃO DA INSERÇÃO NO LIVRO E DIAGRAMAÇÃO.....	54
5.2.1 Posição e diagramação das inserções nos livros: resumindo as ideias ..	60
5.3 COORDENADAS DE ESPAÇO E DE TEMPO DOS EPISÓDIOS NARRADOS NA INSERÇÃO	60
5.3.1 Coordenadas de espaço e de tempo: resumindo ideias.	67
5.4 OUTROS ELEMENTOS LISTADOS NA INSERÇÃO	69
5.4.1 Personagens mencionados nas inserções	69
5.4.2 Obras mencionadas nas inserções	70
5.4.3 Instituições de ensino ou pesquisa mencionadas nas inserções	72
5.4.4 Outros elementos mencionados na inserção: resumo de ideias	72
5.5 IMAGENS DAS INSERÇÕES	73
5.5.1 Imagens das inserções: resumo de ideias	86
5.6 CONTEÚDOS GERAIS E CONTEÚDOS ESPECÍFICOS	86
5.6.1 Conteúdos gerais resumo das ideias	91
5.7 REFERÊNCIAS MENCIONADAS NAS INSERÇÕES	92
5.7.1 Fontes utilizadas nas inserções: resumo de ideias.....	96
5.8 NARRATIVAS HISTÓRICAS E FUNÇÕES DIDÁTICAS	96
5.8.1 Que história e quais funções didáticas: resumo de ideias	106

REFLEXÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	108
REFERÊNCIAS	113
APÊNDICE	118
APÊNDICE A – seção 1 do questionário	118
APÊNDICE B - questão 2.1 do questionário	119
APÊNDICE C – questão 2.2 do questionário	120
APÊNDICE D - questão 3.1 do questionário	121
APÊNDICE E - questão 3.2 do questionário	122
APÊNDICE F - questão 3.3 e 3.4 do questionário.....	123
APÊNDICE G - questão 4.1 do questionário	124
APÊNDICE H - questões 4.1.1, 4.2, 4.3 e 4.4 do questionário	126
APÊNDICE I - questões 5.1 e 5.1.1 do questionário	127
APÊNDICE J - questões 5.2 e 5.2.1 do questionário	128
APÊNDICE K - questão 5.22, 5.2.3, 5.2.4 e 5.2.5 do questionário	129
APÊNDICE L - questões 5.2.6, 5.2.7, 5.2.8, 5.29 e 5.3 do questionário	130
APÊNDICE M - questão 6.1 do questionário.....	131
APÊNDICE N - questão 6.2 do questionário	132
APÊNDICE O - questão 6.3 do questionário	133
APÊNDICE P - questões 6.4 e 6.5 do questionário.....	134
APÊNDICE Q - questões 6.6 e 6.7 do questionário	135
APÊNDICE R- questões 7.1 e 7.1.1 do questionário.....	136
APÊNDICE S - questões 7.2 e 7.3 do questionário.....	137
APÊNDICE T - questões 8.1 8.1.1, 8.2 e 8.3 do questionário	138
APÊNDICE U - questão 9.1 do questionário	139
APÊNDICE V - questão 9.2.3, 9.2.4, 9.2.5 e 9.3 do questionário	140
APÊNDICE W - questões 10.1 do questionário.....	141
APÊNDICE X - questão 10.2, 10.3 e 11 do questionário.....	142
APÊNDICE Z - personagens citados nas inserções.....	143
APÊNDICE AA – obras mencionadas nas inserções.....	145
APÊNDICE AB - personagens retratados nas inserções	146
APÊNDICE AC - imagens de construções	148

1 INTRODUÇÃO

O uso da história da matemática (HdM) no ensino de matemática é um tema que tem sido discutido amplamente nas últimas décadas. Essa discussão estende-se a todos os níveis de ensino, incluindo a formação de professores (e.g. FAUVEL e MAANEN, 2000; FRIED, 2014; FURINGHETTI, 2020; MIGUEL e MIORIM, 2011; SAITO, 2018; MOUSTAPHA-CORRÊA, 2020). Relacionar HdM e ensino de matemática não é uma tarefa fácil, considerando que são duas áreas distintas e possuem aspectos epistemológicos, metodológicos e objetos de investigação próprios. Minimamente, essa articulação demanda o alinhamento das questões de ordem didático/pedagógicas às historiográficas (SAITO, 2018).

Entretanto, diversas perspectivas apresentadas destacam vários benefícios didáticos/pedagógicos no processo de ensino-aprendizagem de matemática derivados dessa relação. Dentre elas, têm-se: a percepção das “necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 53); a partir de problemas históricos “é possível reinventar o ambiente "problemático" no qual os conceitos foram criados” (ROQUE, 2012, p. 32); a HdM é uma ferramenta de oposição ao pensamento disseminado entre professores e estudantes que as verdades e métodos matemáticos nunca foram contestados (FURINGHETTI; RADFORD, 2002).

Pesquisas destacam o crescente número de inserções de HdM em livros didáticos de matemática da educação básica (e.g. VIANNA, 1995; BIANCHI, 2006; PEREIRA, 2016; BIFFI, 2018). Os elementos históricos apresentados “variam desde datas e nomes de matemáticos importantes ao longo da história a narrativas sobre a gênese e/ou desenvolvimentos de conceitos matemáticos.” (TEIXEIRA; BERNARDES, 2021 p. 2).

Apesar do aumento relatado por Vianna (1995), Bianchi (2006), Pereira (2016) e Biffi (2018), esses pesquisadores ressaltam que a maioria das inserções desempenham a funções didáticas de informação – datas e biografia de matemáticos – ou motivação – lendas e anedotas – que não contribuem para a aprendizagem da matemática por não se relacionarem com o conteúdo que está sendo ensinado. Mesmo assim eles destacam a importância da presença de HdM nos livros didáticos, pois esses elementos históricos podem ser instrumentos para os professores que não possuem conhecimento profundo em HdM (BIANCHI, 2005, p. 87) e, também, podem

auxiliar para desmistificar que a matemática é para poucos, pode mostrar aos estudantes e professores que todos podem produzir, aprender e ensinar matemática (BIFFI, 2018).

Observa-se que o livro didático é um importante recurso didático/pedagógico no processo de ensino-aprendizagem. Em muitos casos, essa obra pode ser a única fonte de leitura atualizada para professores e alunos. Em face às desigualdades, existentes em diversas esferas e à extensão territorial do nosso país, o livro didático se torna um elemento imprescindível para que as referências de conteúdos e habilidades de cada ano de escolaridade sejam minimamente garantidas (BARRETO; MONTEIRO, 2008).

Devido ao alcance do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), esse material didático é amplamente utilizado no Brasil. Para manter a qualidade, o programa avalia, compra e distribui gratuitamente – a partir da escolha dos professores – para as escolas públicas ou conveniadas as obras aprovadas para todas as etapas da educação básica. Assim, muitos estudantes do Ensino Fundamental e Médio têm acesso a HdM apresentada nos livros didáticos de Matemática, aprovados nos ciclos de avaliação realizados pelo PNLD.

Sabe-se da relevância da HdM na formação do professor (e.g. FURINGHETTI, 2020; MOUSTAPHA-CORRÊA, BERNARDES, GIRALDO, 2022; MOUSTAPHA-CORRÊA et al, 2021) contudo, “os principais livros que são referências nos programas que formam professores de matemática para a Educação Básica, não acompanharam as discussões da história e historiografia das ciências dos últimos 40 anos (HAUBRICHES; BERNARDES, 2021, p.1).

Em uma pesquisa, que analisou os 4 livros-textos (livros utilizados para o Ensino Superior) mais utilizados como referências nesses programas de ensino, os pesquisadores observaram que nenhuma obra acompanhou os avanços da historiografia, duas apresentam uma perspectiva eurocêntrica para interpretação dos fatos históricos, três inserem-se em perspectivas historiográficas tradicionais, entre outras observações (ABREU et al., 2021).

Tais abordagens tendem a mostrar o desenvolvimento da matemática de forma linear e progressista, desenvolvendo-se de forma a convergir na matemática moderna, sem considerar os erros e o que não deu certo, ressaltando os grandes gênios e os heróis da matemática moderna (SAITO, 2018).

Esses e outros temas também têm sido debatidos no âmbito do grupo de pesquisa Coletivo de História no Ensino de Matemática (CHEMat)¹, o qual propõe-se a investigar as possibilidades de integração entre HdM e ensino de matemática, as implicações de ordem metodológica e de ordem didática dessa integração para o ensino. O grupo também atua em outra linha de pesquisa, a qual se dedica a investigar práticas e epistemologias da matemática na Europa e no Brasil, entre os séculos XVII e XX. Entretanto, nos últimos três anos, o CHEMat tem focado em uma pesquisa, cujo objetivo é *descrever e mapear inserções de HdM em livros didáticos de matemática aprovados pelo PNLD*. O grupo tem-se norteado pela seguinte questão de pesquisa: *que HdM estudantes e professores da educação básica têm tido acesso por meio dos livros didáticos aprovados pelo PNLD?* (HAUBRICHES; BERNARDES, 2020) O grupo decidiu iniciar pelos livros didáticos do Ensino Médio, aprovados pelo PNLD 2018, cuja edição do programa era a mais recente no início da pesquisa.

A proposta em tela nasceu no âmbito das discussões do grupo CHEMat, do qual esta autora faz parte. Neste contexto, surgiu sugestão de analisar *inserções de HdM* em algumas das coleções aprovadas pelo PNLD 2020, o qual voltou-se para livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental. Ao todo 11 coleções foram aprovadas. Define-se, neste trabalho, o termo *inserção de HdM* como:

qualquer tipo de informação que remeta ao passado, a qual pode abordar momentos do desenvolvimento histórico dos conceitos, informações biográficas de matemáticos, livros ou outra publicação importante, datas de acontecimentos, dentre outras informações, tomando o cuidado de evitar contextualizações deliberadamente ficcionais que sejam inspiradas em situações históricas (HAUBRICHES; AMADEO, 2021, p.3, no 2021).

A escolha de investigar que HdM chega aos estudantes da educação básica, por meio dos livros didáticos que fazem parte do PNLD, deve-se à abrangência do programa no país e a quantidade de estudantes e professores que têm acesso a HdM através dessas obras. O *corpus* documental desta pesquisa é composto por três coleções de livros didáticos de matemática, aprovados no PNLD 2020. Tal escolha se

¹ O grupo de pesquisa CHEMat foi cadastrado pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), no entanto é composto por pesquisadores, professores da educação básica, estudantes de mestrado e de graduação de diferentes instituições de ensino do Rio de Janeiro. O canal do grupo no Youtube é <https://www.youtube.com/@chemat>.

dá em virtude desse ciclo de avaliação ser o mais recente para o Ensino Fundamental, anos finais, quando a pesquisa teve início.

Desse modo, o objetivo geral desta pesquisa delimita-se a contribuir para o mapeamento e descrição das inserções de HdM em livros didáticos de matemática, a partir da análise de três coleções dos anos finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD 2020. Os objetivos específicos da pesquisa são:

- i) Fazer uma revisão bibliográfica contemplando pesquisas que versam sobre as relações entre história e ensino, análises em livros didáticos com um olhar para HdM e orientações de documentos oficiais da educação básica (PCNs, BNCC, Guia do PNLD 2020) quanto aos usos de HdM no ensino.
- ii) Identificar e registrar diversas informações sobre as inserções históricas contidas nos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental do PNLD 2020 (e.g. conteúdos matemáticos, personagens históricos citados, entre outros).
- iii) Analisar os dados coletados e interpretar os resultados.

Para a coleta de dados será utilizado um questionário, elaborado pelo grupo CHEMat, para registrar inserções presentes nos livros didáticos do Ensino Médio. O instrumento foi implementado via o aplicativo *Google Forms* e foi adaptado para coletar os dados das inserções dos livros didáticos voltados para o Ensino Fundamental, anos finais. O instrumento contém ao todo 11 seções com questões que possibilitam o registro das coordenadas de tempo e de espaço dos episódios narrados na inserção, o registro de elementos da iconografia da inserção, os conteúdos mencionados, dentre outros. Nas últimas sessões, o questionário apresenta dois conjuntos de categorias de análise para classificar a inserção: tipo de narrativa histórica e função pedagógica da inserção.

Neste primeiro capítulo (introdução), foram ressaltados aspectos relevantes deste trabalho, como a delimitação do tema, a questão de pesquisa, os objetivos, as justificativas, os procedimentos metodológicos, dentre outras considerações, pertinentes à realização desta pesquisa.

O capítulo 2 decorrerá sobre considerações relativas à integração entre HdM e ensino de matemática, ressaltando argumentos favoráveis a essa integração e considerações relacionadas à historiografia da matemática. Na segunda seção deste capítulo, será apresentada uma breve revisão de literatura, elaborada com intuito de verificar o que já foi investigado sobre análises em livros didáticos de matemática com o olhar para a HdM.

No capítulo 3, serão verificadas as orientações quanto à articulação entre HdM e ensino de matemática nos seguintes documentos oficiais: PCN e BNCC. Será apresentado um breve histórico do Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD). Também serão feitas considerações ao PNLD (2020), destacando as relações dessa edição com a BNCC, com foco nas recomendações quanto ao uso da HdM no ensino nas avaliações do livro didático de matemática.

No capítulo 4, serão explicitadas as metodologias e procedimentos que foram utilizados no decorrer das etapas necessárias para a conclusão desta investigação. Além disso, será apresentado o *corpus* documental da pesquisa e será apresentado o instrumento da coleta de dados. Será explicitado como foi feita a coleta de dados e as metodologias utilizadas para as revisões bibliográficas e na análise de dados.

O capítulo 5 apresentará as análises e discussões dos dados coletados na pesquisa.

No último capítulo serão apresentadas algumas reflexões e as conclusões acerca da pesquisa.

Espera-se que esta pesquisa contribua para que se tenha uma visão mais ampliada do uso, dos tipos de narrativas e das funções pedagógicas da HdM presentes nesses livros didáticos.

2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO DE MATEMÁTICA

Vários argumentos favoráveis ou não à integração da HdM no ensino de matemática têm sido propostos em diversas pesquisas. Neste capítulo serão apresentados alguns argumentos que foram classificados por pesquisadores que se dedicaram a investigar diversos trabalhos relacionados a esse tema (e.g. TZANAKIS e ARCAVI (2000); JANKVIST (2009); MIGUEL e MIORIM (2011); FRIED (2014)). Também serão incluídos, neste capítulo, trabalhos que discutem as relações entre história e ensino de matemática na perspectiva das implicações advindas da escolha da vertente historiográfica dessa articulação (e.g. ROQUE (2012); FRIED (2014); ROQUE (2014); BERNARDES (2014); SAITO (2015); SAITO (2018); MOUSTAPHA-CORRÊA (2020); ABREU et al. (2021)). Também serão apresentadas algumas pesquisas que se dedicaram a investigar como a HdM é mobilizada pelos autores de livros didáticos de matemática (e.g. VIANNA (1995), BIANCHI (2005), GOMES 2008) PEREIRA (2016), BIFFI (2018)).

2.1 HISTÓRIA E ENSINO DA MATEMÁTICA

Como mencionado anteriormente, várias pesquisas nacionais e internacionais (e.g. TZANAKIS; ARCAVI, 2000; MIGUEL; MIORIM, 2011; ROQUE, 2012; ROQUE, 2014) têm avaliado as implicações da integração entre HdM e ensino de matemática. Essa perspectiva também inclui a formação de professores para o ensino de matemática (TZANAKIS; ARCAVI, 2000; FURINGHETTI, 2007; MIORIM; MIGUEL, 2011; MOUSTAPHA-CORREA, 2020). Em meio às pesquisas são ressaltados diversos argumentos favoráveis e contrários à integração entre HdM e ensino. Alguns pesquisadores se propuseram a investigar as argumentações acerca das justificativas (favoráveis ou não) a essa articulação, a seguir serão apresentadas algumas dessas investigações.

A primeira pesquisa a ser destacada é a de Tzanakis e Arcavi (2000), que expõe uma lista de argumentações – contrárias e favoráveis – quanto ao uso de HdM no ensino de matemática. O trabalho foi elaborado a partir de questões levantadas no 31º anuário do Conselho Nacional para o Ensino de Matemática dos EUA (NCTM 1969). Dentre as objeções apresentadas, predominaram as dificuldades de ordem filosófica e prática, a saber: i) História não é matemática; ii) a HdM pode confundir mais ainda o estudante; iii) o estudante que não gosta de história também não irá

gostar de HdM; iv) a escassez do tempo; v) falta de conhecimento do professor acerca de HdM e a dificuldade de considerar a HdM na avaliação, pois o aquilo que não é avaliado os estudantes tendem a não valorizar.

Quanto às argumentações favoráveis a essa articulação, Tzanakis e Arcavi (2000) listam e argumentam sobre as cinco principais áreas, apontadas no estudo, em que o ensino de matemática pode ser beneficiado e enriquecido com a integração da HdM. A saber: a) o aprendizado da matemática – a HdM possibilita mostrar aos alunos a matemática em seu desenvolvimento histórico como antagonista à forma polida, pronta e acabada que é apresentada aos alunos; usada como recurso, fornece uma gama de problemas históricos, questões e outros valiosos conteúdos e motivação para a aprendizagem do estudante; pode ser um elo para a interdisciplinaridade entre matemática e outras disciplinas – b) a compreensão sobre a natureza da matemática e da atividade matemática – a HdM permite uma visão ampliada do conteúdo matemático através de questões e respostas historicamente importantes, compreender as mudanças que ocorrem, também, relacionadas às formas da matemática como, notações e representações – c) a formação didática dos professores – a HdM propicia reconstituir aspectos peculiares do desenvolvimento histórico dos conceitos, perceber as dificuldades e obstáculos epistemológicos que surgiram no decorrer no desenvolvimento do conteúdo e enriquecer o repertório dos professores com outros modos de abordagens de explicação, de novos conteúdos e resolução de problemas – d) criar um vínculo afetivo em relação a matemática – a HdM propicia a compreensão que a matemática é um esforço humano que ainda está se desenvolvendo e sofre influências tanto inerentes à própria matemática, quanto externas a ela, como fatores sociais, políticos e culturais – e) valorizar a matemática – conhecer o desenvolvimento da matemática em outros povos e culturas menos conhecidas, propicia ao professor novas formas de abordagens dentro da sala de aula e em alguns aspectos pode auxiliá-lo a lidar com questões multirraciais que surjam dentro da sala de aula.

Outra discussão acerca das diferentes justificativas para integrar a HdM ao ensino é apresentada por Fried (2014). Após examinar diversas pesquisas dos últimos 40 anos, ele classifica as justificativas para tal integração em três temas: *tema motivacional*, *tema curricular* e *tema cultural*. No tema motivacional, a HdM propicia uma relação de afetividade com a matemática, sendo apresentada em forma de informação, anedotas, fatos interessantes ou engraçados sobre a vida do

personagem. Não se tem certeza da veracidade da história ou se realmente é história, o mais importante é motivar o aluno. Nesse tema, pressupõe-se que o uso da HdM torna o ensino de matemática mais dinâmico, mais humano, menos intimidador, menos formal e mais interessante. Embora a HdM possa desempenhar esse papel de despertar uma atitude mais favorável em relação à aprendizagem, o tema motivacional induz à conclusão que o ensino de matemática dissociado da HdM seja desinteressante, enfadonho e desestimulante. Além disso, as especificidades da HdM como corpo de conhecimento são perdidas nessa relação. O tema motivacional não contempla as peculiaridades, nem a matemática e nem a HdM como corpo de conhecimento.

No tema curricular, propõe-se a abordagem de tópicos do currículo da matemática atual por meio da HdM. Conceitos como função, número e equação são abordados primeiro e separados da história, sendo discutidos historicamente, em momento posterior. A HdM é apresentada, dissociada do conteúdo matemático. Essa perspectiva, de cunho pedagógico, é considerada por Fried (2014), também motivacional, mas de uma forma mais profunda como, motivação de pensamentos matemáticos, uma posição ou uma resposta – como a resposta à pergunta: por que devemos estudar tal conteúdo? Nessa perspectiva, para atender às demandas do currículo, o tratamento histórico precisa ser adaptado para se tornar consistente para o ensino da matemática contemporânea, favorecendo o pensamento de que os conceitos atuais estão “implícitos” na matemática do passado e apenas são traduzidos para a linguagem moderna.

O tema cultural promove a visão da matemática como criação humana a partir do pressuposto que a matemática e a cultura são inseparáveis, logo a matemática e a HdM também são, a HdM é intrínseca à matemática. Nessa perspectiva, o objetivo de humanizar a matemática não é no sentido de tornar a matemática menos ameaçadora para os alunos e, sim, no sentido de se compreender a matemática como atividade essencialmente humana, bem como compreender a HdM como parte da natureza da matemática. Assim, a HdM não é usada apenas como motivação, mas contribui para o estudante compreender o que é aprender matemática, pois a HdM como expressão de cultura mostra uma concepção diferente da matemática como vista atualmente por muitos – em que os objetos e relações matemáticas são entidades platônicas, eternas, vistos da mesma forma em todo tempo e lugar. Fried (2014) cita a etnomatemática e o trabalho de Ubiratan D’Ambrósio, como exemplo.

Segundo o autor, o tema cultural se aproxima de uma abordagem verdadeiramente histórica no ensino de matemática.

Dentre os temas apresentados por Fried (2014), esta autora identifica-se com o tema cultural, o qual sugere que a matemática e a cultura são inseparáveis. Ao abordar o conteúdo matemático utilizando HdM, mostrando os contextos em que o saber matemático está inserido e a rede de relações que o entrelaçam, o aluno é apresentado a um panorama cultural muito rico e diversificado. Integrar história ao ensino na perspectiva desse tema pode contribuir para uma imagem da matemática como uma disciplina mais inclusiva aos olhos dos estudantes.

Assim como Tzanakis e Arcavi (2000) e Fried (2014), outros pesquisadores, como Jankvist (2009), se empenharam em classificar argumentos que visam a justificar a HdM no ensino de matemática. No cenário nacional, destaca-se o trabalho de Miguel e Miorim (2011) que investigaram, em publicações brasileiras, as diferentes argumentações acerca das justificativas para a incorporação da HdM no processo de ensino-aprendizagem de matemática. Os autores identificaram duas categorias – não excludentes entre si – de natureza epistemológica e de natureza ética. Miguel e Miorim (2011, p. 60) classificam os “argumentos reforçadores da potencialidade pedagógica da história” de natureza epistemológica como:

Fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino; fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar; fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino aprendizagem da Matemática escolar; fonte de seleção de tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem da Matemática escolar; fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino aprendizagem da Matemática escolar na atualidade; fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar; fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar; fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de uma tomada de consciência da unidade da Matemática; fonte para a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento; fonte que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino; fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas; fonte que

possibilita uma conscientização epistemológica; fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido da conquista da autonomia intelectual; fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática; fonte que possibilita uma apreciação da beleza da Matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento; fonte que possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados ou excluídos do contexto escolar (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 61-62).

Como observado, diversos estudos buscam compreender e justificar diferentes formas de integrar a HdM ao ensino. Recentemente, muitas pesquisas têm surgido apresentando propostas que visam contribuir com novas perspectivas para essa integração. Contudo, sem considerar as peculiaridades dessa relação (SAITO, 2018). Ao relacionar HdM e ensino de matemática, é preciso considerar as questões metodológicas e epistemológicas das duas áreas do conhecimento: HdM e Educação Matemática. Também é necessário atentar para as questões de ordem didática e/ou pedagógica, como também, para as historiográficas – escrita da história – pois, a “escolha historiográfica determina uma série de ações na própria articulação” (SAITO, 2018, p.606).

As pesquisas em HdM, realizadas segundo tendências historiográficas mais recentes ressaltam que “não há uma matemática, que evolui linearmente ao longo do tempo, mas várias práticas matemáticas que nem sempre podem ser traduzidas umas nas outras” (ROQUE, 2014, p.2). Assim como na matemática, não existe apenas uma HdM, as histórias – narrativas históricas – são diferenciadas, considerando os contextos, as épocas de sua escrita e de quem a escreve. Saito (2015) chama atenção para o fato de que as histórias escritas pelo historiador, pelo filósofo e pelo sociólogo não são as mesmas, pois são escritas em diferentes perspectivas.

Algumas diferenças entre as perspectivas do matemático e do historiador ao olhar a HdM são expostas por Grabiner (1975). Segundo a pesquisadora, para explicar o presente, o historiador olha para o passado em toda a sua riqueza cultural e considera qualquer fato do presente como decorrência de uma série de circunstâncias complexas em um passado quase ilimitado. O matemático, por sua vez, parte do presente e olha para a matemática do passado, considerando,

principalmente, as circunstâncias que a levaram à matemática contemporânea. Enquanto o matemático vê o passado como parte do presente, “o historiador vê o presente como que carregado de relíquias arqueológicas do passado; ele vê tudo no presente como tendo muitas e diversas raízes no passado, e como o fim de longos e complexos processos” (GRABINER, 1975, p.440. tradução nossa).

Para melhor diferenciação entre história e historiografia, entende-se neste trabalho que a história,

pode ser definida como acontecer humano, o objeto de estudos dos historiadores, a historiografia é a escrita sobre esse acontecer, que pode incluir uma atividade crítica, [...] exibindo as bases epistemológicas e políticas sobre as quais os discursos históricos são construídos, exibindo suas pressuposições tácitas” (ROQUE, 2012, p. 29).

Como comentou-se anteriormente, as histórias são escritas segundo as perspectivas de quem a escreve. Dessa forma, tem-se que as narrativas da HdM não são neutras, pois são orientadas historicamente e influenciadas por diversos fatores (SAITO, 2015, 2018).

Nos últimos trinta anos, a fundamentação da HdM tem sido reavaliada. Novos métodos de abordagem e metodologias foram introduzidos e historiadores da ciência promovem discussões historiográficas com vistas a conceber investigações históricas baseadas em uma vertente histórica mais atualizada (SAITO, 2015, 2018). Contudo, os principais livros de HdM, que são referências nos programas de formação de professores de matemática, foram escritos no século XX e as atualizações historiográficas recentes não foram contempladas em suas últimas edições (ABREU et al., 2021).

Pontua-se aqui algumas considerações sobre as denominações utilizadas para distinguir as perspectivas historiográficas da HdM neste trabalho. Será usado o termo *historiografia tradicional*, *HdM tradicional* ou vertente historiográfica *tradicional*, propostos por Roque (2012) e Saito (2015) para designar as obras cujas narrativas históricas estão desatualizadas e as grandes narrativas históricas, onde conhecimento matemático é concebido, como se todo o desenvolvimento matemático ocorresse como uma sucessão de fatos de forma linear e progressiva até convergir na matemática moderna. Nessa vertente tradicional, o passado é olhado com o intuito de buscar o conteúdo que está presente na matemática de hoje, o que a faz tender ao anacronismo (SAITO, 2015). A história escrita nessa perspectiva pode ser chamada *whig*. O termo *whig* – criado pelo historiador britânico *Herbert Butterfield* – foi usado

na história da ciência, de forma pejorativa, com a finalidade de “designar a história escrita pelos vencedores, ou seja, as tentativas de apresentar o presente como uma progressão inevitável que culmina com as formas contemporâneas de se fazer ciência” (ROQUE, 2012, p. 28).

Denominaremos de historiografia atualizada, HdM atualizada ou vertente historiográfica *atualizada* às pesquisas em HM, realizadas segundo perspectivas historiográficas mais recentes. Tal perspectiva é designada por Saito como perspectiva atualizada. Nela, os historiadores buscam compreender os processos de desenvolvimento matemáticos do passado localizados no tempo e no espaço em que foram concebidos, considerando os diferentes contextos — social, político, cultural, econômicos dentre outros — nos quais o saber matemático está inserido, contemplando as diferentes épocas, povos e culturas envolvidos nesses processos (SAITO, 2015).

Tais considerações acerca da historiografia são pertinentes ao tema integração entre HdM e ensino de matemática, pois, como é ressaltado por Saito (2018), tal articulação apresenta alguns desafios. Não é suficiente, simplesmente, trocar uma perspectiva historiográfica pela outra. Olhando matematicamente, a escolha histórica pode “descaracterizar os conteúdos matemáticos” e dessa forma ao invés de auxiliar pode prejudicar a aprendizagem da matemática pelos alunos Saito (2018, p. 615).

2.2 INSERÇÕES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA, O QUE JÁ FOI INVESTIGADO?

Nesta seção, serão destacados os resultados das pesquisas de Vianna (1995), Bianchi (2006), Gomes (2008), Pereira (2016) e Biffi (2018), os quais se dedicaram a analisar como a HdM é apresentada nos livros didáticos.

Destaca-se, inicialmente, a pesquisa de mestrado de Carlos Roberto Vianna (1995). Em seu trabalho, Vianna analisou uma coleção de livros didáticos de matemática de 5^a a 8^a série – (atual 6^º ao 9^º) do Ensino Fundamental – dois livros usados no Ensino Superior, duas coleções de livros paradidáticos (5 volumes cada) e um livro de HdM com o objetivo de analisar como a HdM vinha sendo utilizada nos livros didáticos. Quatro categorias foram estabelecidas para a análise: i) motivação – pequenos textos apresentados como anedotas, lendas e outros; ii) informação – inserções que informam datas e biografia de matemáticos; iii) estratégia didática – inserções que propiciam ao estudante o desenvolvimento de raciocínio matemático;

iv) como parte integrante do desenvolvimento do conteúdo (uso imbricado) – quando a HdM não é implícita.

O autor apresentou o registro de 50 inserções de HdM na coleção analisada para Ensino Fundamental e verificou que dentre essas, apenas 6% representavam a categoria estratégia didática. Segundo Vianna (1995), a história presente nos livros não se relacionava com o conteúdo a ser ensinado e não contribui para o ensino de matemática. Apesar disso, a presença da HdM nos livros didáticos era importante por outros motivos, como auxiliar para a compreensão da natureza da matemática e sua perspectiva cultural.

Outro trabalho a ser destacado é a dissertação de Bianchi (2006). O objetivo da pesquisa foi comparar e analisar a forma com que a HdM vinha sendo apresentada nos livros didáticos através de três edições do PNLD (1999, 2002 e 2005). A autora analisou 2 coleções de livros didáticos de matemática de 5^a a 8^a série do Ensino Fundamental, aprovadas nesses ciclos de avaliações do PNLD, como fontes primárias da pesquisa e os guias das referidas edições do programa, como fontes secundárias.

A pesquisadora iniciou a seleção das categorias de análise baseando-se em Vianna (1995). Ao perceber que essas não contemplavam a quantidade e a variedades de menções, nomenclatura usada pela autora, da HdM apresentadas nos livros das coleções selecionadas. Bianchi (2006) constituiu 4 categorias de análise para a parte teórica, a saber: i) informação geral – informação geral, datas, acontecimentos, etc.; ii) informação adicional – apresentado em apêndices ou final de dos capítulos sem nenhuma proposta de relacionados a eles; iii) estratégia didática - auxilia no entendimento da matemática pelo estudante; iv) *flash* – informação histórica apresentada de forma sutil, apresentada entre atividades e textos. A pesquisadora também estabeleceu três categorias para as menções apresentadas nas atividades, que foram assim classificadas: i) informação – Atividade que possui uma informação histórica seguida de uma tarefa com o objetivo de auxiliar a aprendizagem da matemática; ii) estratégia didática – informação histórica inserida na atividade que propicia ao estudante a dedução do conceito apresentado; iii) atividade sobre HdM – Atividade ou exercício com questionamentos acerca de conteúdos históricos abordados anteriormente.

Bianchi observou um aumento sucessivo de menções de HdM nas coleções entre as edições do programa, na maioria das categorias de análise. Outra observação feita por Bianchi foi a complementação e mudanças relacionadas a alguns

fatos históricos. Para a pesquisadora, isso demonstrou a preocupação com a continuidade da HdM nos livros didáticos. Entretanto, apesar do acréscimo de menções nas coleções, assim como Vianna (1995), a autora observa que a categoria “estratégia didática” é a menos utilizada na parte teórica e nas atividades dos livros analisados. Ela ressalta, também, que a história precisa ser mais relacionada com o conteúdo matemático e não apenas servir como leitura adicional. As categorias estabelecidas por Bianchi (2006), tanto para a parte teórica quanto para as atividades do livro didático, inspiraram outras pesquisas, que também se dedicaram a investigar as finalidades das inserções de HdM para o ensino de matemática (e.g. BIFFI, 2018; PEREIRA, 2016).

Destaca-se, também, o trabalho de Marcos Luis Gomes (2008). O objetivo da sua pesquisa foi verificar como os autores de livros didáticos mobilizam a HdM, a história da educação matemática ou a história geral e as apresentam em suas obras didáticas, de modo que as histórias venham contribuir como recurso didático, propiciando uma melhor educação matemática escolar. O objetivo de investigação do autor foram as práticas culturais de mobilização didático-escolar de HdM, exibidas em livros didáticos de matemática para o Ensino Médio. Ele utilizou como fontes documentais: cinco coleções de livros didáticos de matemática aprovadas pelo PNLEM 2005; os textos resultantes de entrevistas realizadas pelo pesquisador com os autores dessas coleções – Oscar Augusto Guelli Neto, Kátia Cristina Stocco Smole, Gelson Iezzi, Benigno Barreto Filho e Claudio Xavier Da Silva, Luiz Roberto Dante – e os pareceres apresentados no catálogo do PNLEM referentes a essas coleções. Em sua investigação, Gomes (2008) utilizou uma reinterpretação baseada na análise comparativa cruzada dos textos apresentados nas fontes acima mencionadas, segundo o pressuposto fundamental subjacente à hermenêutica de profundidade proposta pelo sociólogo inglês John B. Thompson (1995)” (GOMES, 2008, p. 30).

O pesquisador ressalta que os autores entrevistados demonstravam a preocupação de mobilizar a HdM como um dos elementos auxiliares na contextualização matemática e que tais mobilizações eram, de forma geral, bem recebidas pelos pareceristas do MEC. Contudo, o autor ressalta que alguns dos autores dos livros didáticos entrevistados observaram a dificuldade em utilizar a história na educação matemática escolar, mesmo assim, segundo o pesquisador, os autores entrevistados pareciam sentir-se compelidos a fazer tal articulação devido ao poder exercido pela política pública nacional relativa aos livros didáticos. Gomes

(2008) conclui que as práticas mobilizadas da HdM nos livros didáticos do Ensino Médio, analisados por ele, não contribuem de forma orgânica, esclarecedora, significativa, problematizadora e efetiva na educação matemática escolar.

Igualmente, destaca-se o trabalho de dissertação de mestrado de Elisângela Miranda Pereira (2016), que analisou seis coleções de livros didáticos do Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2015. Baseando-se em Brolezzi (1991), Vianna (1995) e Fossa (2008), Pereira definiu 4 categorias para a análise das funções didáticas exercidas pelas menções de HdM apresentadas nos livros das referidas coleções – a autora utiliza os termos *menção* e *menção histórica* ao se referir às inserções históricas.

As categorias foram assim agrupadas: i) HdM e estratégia didática – menções à HdM em textos expositivos ou atividades que exerçam a função de conduzir à compreensão do conteúdo matemático e propiciem o desenvolvimento do raciocínio matemático pelos estudantes; ii) HdM e elucidação dos porquês – menções à HdM, geralmente, apresentados em textos, mostrando a motivação, as circunstâncias, a origem e o porquê do desenvolvimento de determinado conceito. Tais informações são expostas junto ao conteúdo matemático que será ensinado; iii) HdM e elucidação do para quê – são menções históricas, cuja finalidade é mostrar a necessidade da existência e utilidade de conteúdos matemáticos específicos e suas aplicações, na própria matemática ou em outras áreas, no decorrer ou em determinado tempo. Mostra, ainda, que seus usos podem não ser imediatos ou mudar com o passar do tempo; iv) HdM e formação cultural geral – nesse grupamento as menções históricas apresentam informações breves e de cunho mais geral que, embora, relacionadas à matemática, não propiciam o raciocínio matemático e a aprendizagem do aluno. São exemplos dessa categoria de análise as biografias de matemáticos.

Ao concluir a pesquisa, Pereira (2016) identificou 294 menções à HdM. Foi observado pela pesquisadora, que a HdM e estratégia didática ainda é a categoria menos utilizada, embora, seja a mais interessante do ponto de vista didático, pois, propicia ao aluno o desenvolvimento de raciocínio matemático e a compreensão do conteúdo. Pereira defende que haja mais inserções desempenhando as funções HdM elucidação dos porquês e HdM elucidação do para quê, visto que, essas categorias auxiliam ao estudante perceber que a matemática não é uma ciência pronta e acabada e que ainda está em desenvolvimento, além de entender sua utilidade e aplicações.

Além da pesquisa de Pereira (2016) ser um dos referenciais teóricos de nossa pesquisa, o grupamento das categorias de análise para as funções didáticas

desempenhadas pelas inserções de HdM nos livros didáticos, propostos por esta pesquisadora, será utilizado na etapa de análise deste trabalho.

Para finalizar, será destacada a pesquisa de Biffi (2018), que analisou o manual do professor dos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, aprovados pelo guia do PNLD 2015, com a finalidade de verificar como a HdM aparece no manual do professor, dessas obras. Para definir os critérios de análise, Biffi se inspirou nas categorias elaboradas por Bianchi (2006) e utiliza o termo *menção histórica* ao se referir às inserções de HdM, na mesma perspectiva de Pereira (2016).

Biffi (2018) observou uma quantidade significativa de inserções históricas nos manuais. Contudo, a maioria se caracterizava como informação, ressaltando datas e nomes de matemáticos. Segundo ela, essa categoria de apresentação da HdM pode reforçar a visão no estudante que a matemática é para os privilegiados. A mesma visão pode ocorrer com o professor e este vai reproduzi-la na sala de aula. Ela ressalta que a categoria estratégia didática teve, em média, 2 aparições em cada manual examinado e que, embora esse valor pareça pouco significante, se essas inserções fossem usadas em sala de aula, pelo menos, 6 vezes a matemática seria aprendida pelos alunos utilizando HdM.

Com o intuito de compor a revisão bibliográfica de seu trabalho, Biffi realizou um levantamento de trabalhos cujas investigações versavam sobre a temática de sua pesquisa. Após fazer um levantamento na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e no Banco de Teses e Dissertações da Capes e eliminar as repetições, Biffi selecionou 13 trabalhos que utilizam categorias para a análise e/ou dissertam sobre a presença da HdM nos livros didáticos de Matemática.

. Após apresentar uma breve descrição sobre a tese, as 12 dissertações selecionadas e realizar uma discussão considerando as relações entre eles, Biffi (2018) observa que, assim como em seu trabalho, as categorias definidas por Bianchi serviram como base para 6 dissertações posteriores a dela. Ela também destaca que a matemática ainda é apresentada nos livros didáticos como “obra de gênios e dotada de regras absolutas, ao invés de uma matemática humana, cuja construção envolveu a superação de erros e dificuldades” (BIFFI, 2018, p. 57).

Ao observar os resultados dos estudos anteriores, percebe-se que a categoria de análise estratégia didática é a menos apresentada em todos os livros estudados. Essa função, do ponto de vista matemático, é a mais relevante, pois tem como finalidade conduzir o estudante ao desenvolvimento do raciocínio matemático.

Percebe-se, ainda, que a inserção mais recorrente nas coleções é a de informação geral, que tende a privilegiar matemáticos ilustres e não contribui para a desmistificação da matemática.

Foram destacadas pesquisas que têm olhado não só a parte do aluno no livro didático, como também o manual do professor. Uma das pesquisas também se preocupou em trazer o ponto de vista dos autores de livros didáticos. Foi ressaltado pelos autores o desafio de integrar HdM com o ensino, além disso, os autores de livros didáticos que precisam considerar os diversos fatores e exigências, que os livros devem atender, realizadas políticas públicas voltadas à educação brasileira. O ponto comum entre todas as pesquisas foi o baixo número de mobilizações ou inserções da HdM que podem contribuir com o processo-ensino e aprendizagem da matemática mencionados por todos os autores.

3 CONSIDERAÇÕES ACERCA DOS DOCUMENTOS OFICIAIS: PCN, BNCC E DO PNLD

Neste capítulo serão apresentadas as considerações relacionadas à integração entre HdM e ensino de matemática presentes nos documentos oficiais que norteiam a educação básica brasileira: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Também serão propostas considerações relativas ao Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD) e em especial a edição do PNLD (2020), da qual três coleções aprovadas pelo programa formam o *corpus* documental desta pesquisa.

3.1 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS PCNs E NA BNCC.

Primeiro, destaca-se os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) que se constituem em diretrizes elaboradas pelo Ministério de Educação e Cultura visando nortear o sistema educacional brasileiro, buscando melhorias na educação, respeitando as diferentes diversidades socioculturais existentes no país. Os PCNs não são de cunho obrigatório e organizam-se em ciclos. Em 1997, foi publicado os PCNs voltado para o Ensino Fundamental, anos iniciais (1º e 2º ciclos), em 1998, para os ciclos do Ensino Fundamental, anos finais (3º e 4º ciclos) e, em 2000, foi publicado o PCNEM voltado ao Ensino Médio. Neste trabalho, será considerado os PCNs voltados aos Anos Finais do Ensino Fundamental por ser o foco desta pesquisa.

Nos PCNs de 1998 há recomendações explícitas quanto à integração de HdM no ensino de Matemática. Indicando como ponto de partida do processo de ensino-aprendizagem de Matemática a resolução de problemas, o documento argumenta que:

A própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática. (BRASIL, 1998, p.40)

O documento ainda ressalta que a HdM juntamente com as tecnologias da comunicação e os jogos podem se constituir em recursos didáticos em sala de aula, pois podem fornecer os contextos no qual o problema está inserido e os instrumentos necessários para a resolução deles. A HdM também pode contribuir para que o estudante desenvolva atitudes positivas ante a aprendizagem da matemática.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42)

No documento ainda é explicitado que os conteúdos abordados historicamente se constituem em “um instrumento de resgate da própria identidade cultural”, pois as abordagens históricas são fontes de informação cultural, sociológica e antropológica. E que “a própria história dos conceitos pode sugerir caminhos de abordagem deles, bem como os objetivos que se pretendem alcançar com eles”. (BRASIL, 1998, p. 42, 43). E ainda, a HdM pode se constituir em recurso para “esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns porquês e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento” (Brasil, 1998,p.43). O documento alerta que a HdM deve ser encarada pelo professor como recurso didático com diversas possibilidades de desenvolvimento para muitos conteúdos, porém com o cuidado de não limitar as abordagens históricas a fatos, datas, nomes ou apenas contar trechos da história em suas aulas.

A Base Nacional Comum Curricular BNCC, é um documento normativo desenvolvido pelo Ministério da Educação e Cultura, de caráter obrigatório para a elaboração dos currículos escolares para todas as etapas da Educação Básica, quer seja, a rede de ensino pública ou privada. A BNCC determina as aprendizagens essenciais que todos os alunos da educação básica devem adquirir. O documento descreve as habilidades (relacionadas às unidades temáticas e objetos de conhecimento) e dez competências gerais (mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) que devem ser desenvolvidas nos estudantes ao longo da educação básica. As disciplinas ou componentes curriculares são agrupadas em áreas do conhecimento. Tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio há quatro áreas do conhecimento, a matemática é uma delas. Para cada área do conhecimento, o documento estabelece competências específicas.

Quanto a recomendações para a integração da HdM e ensino de matemática, a BNCC destaca a importância de “incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática.” (BRASIL, 2018, p. 298). Em outro momento, o documento

reforça o uso de HdM como um caminho para fornecer um contexto significativo à aprendizagem:

Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. (BRASIL, 2018, p. 299)

Na primeira competência geral da educação básica (G1), é explicitado que o estudante deverá desenvolver a capacidade de:

valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (BRASIL, 2018, p. 09).

Já na primeira competência específica de matemática para o Ensino Fundamental (E1) é destacado que o estudante deverá:

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 267)

As competências acima sugerem que o estudante deverá valorizar e utilizar conhecimentos construídos ao longo da história e compreender a matemática como uma ciência viva, portanto, mutável, cuja construção teve a participação de diferentes culturas, em diferentes momentos da história. Para que esta competência seja desenvolvida pelos estudantes, o contato com os processos históricos, sociais e culturais, dentro dos quais os conceitos e procedimentos se desenvolveram é fundamental.

Ao descrever as unidades temáticas da matemática no Ensino Fundamental (números, álgebra, medidas e grandezas, geometria, probabilidade e Estatística), o documento sugere que a HdM pode desempenhar um papel no ensino da geometria. O documento pontua que o ensino da geometria não deve ser reduzido à aplicação de fórmulas para o cálculo de áreas e de volumes. Em seguida, o documento destaca que historicamente a prática da equivalência de áreas era realizada “há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (“é o que os gregos

chamavam “fazer a quadratura de uma figura”). O documento acrescenta ainda que tal prática permitia resolver problemas que hoje podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau (BRASIL, 2018, p. 272-273).

Algumas habilidades descritas na BNCC sugerem o uso de HdM ainda que de forma implícita. A primeira habilidade é relacionada a unidade temática números e ao objeto de conhecimento do sistema de numeração decimal, destaca-se que o estudante deverá:

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal (BRASIL, 2018, p.301).

Outra habilidade em que o documento sugere o uso de HdM relaciona-se com a unidade temática números e o objeto de conhecimento números inteiros, onde é ressaltado que o estudante deve desenvolver a habilidade de: “(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração” (BRASIL, 2018, p.307).

Por fim, outra habilidade que sugere o uso de HdM é associada a unidade temática números e grandezas também ao objeto de conhecimento medida do comprimento da circunferência. Na qual a BNCC propõe que o estudante desenvolva a habilidade de “(EF07MA33) estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica” (BRASIL, 2018, p. 309).

Os dois documentos oficiais PCN e BNCC recomendam o uso de HdM como recurso didático, como fonte de contextualização, como recurso que pode conferir sentido à aprendizagem de matemática, como uma ciência fruto das demandas das sociedades criadas por seres humanos e que ainda se transformando. Embora as indicações para a integração da HdM no ensino de matemática na BNCC sejam mais implícitas que nos PCNs, encontram-se amparo nos dois documentos para a articulação das duas áreas, HdM e ensino de matemática no Ensino Fundamental, anos finais.

3.2 O PROGRAMA NACIONAL DO MATERIAL E LIVRO DIDÁTICO (PNLD)

O Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD) é um programa subsidiado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e pelo Ministério da Educação (MEC). O programa tem a responsabilidade de avaliar, adquirir e distribuir gratuitamente livros didáticos, obras literárias e pedagógicas às escolas públicas de educação básica de todas as esferas do ensino, assim como para outras instituições conveniadas ao programa.

A criação do PNLD se deu em 1985, quando o Governo Federal assumiu a responsabilidade de distribuir livros didáticos para o Ensino Fundamental, mas sem avaliar essas obras, como aponta Carvalho (2008). Nesta ocasião, a sigla PNLD significava Programa Nacional do Livro Didático. Em 1993, mostrou-se a preocupação com a qualidade dos livros adquiridos, então foi constituída uma comissão de especialistas em diversas áreas que instituíram critérios de avaliação para as obras dos anos iniciais do Ensino Fundamental (antiga 1^a a 4^a séries) (CARVALHO, 2008, p. 3-4).

Com o passar do tempo, os critérios de avaliação foram sendo aperfeiçoados e incluíram, no programa, os demais segmentos da escola básica. Em 2017, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e o Programa Nacional Biblioteca na Escola (PNBE) foram unificados e denominados Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD. Atualmente, o programa contempla todas as etapas da educação básica, incluindo a educação infantil.

Para realizar todas as ações necessárias até a entrega dos livros nas escolas, o programa lança um edital convocando todas as editoras que queiram participar da avaliação. No edital é descrito todos os critérios eliminatórios (gerais e específicos) para a seleção das obras e em caso do não cumprimento de algum desses critérios a obra é reprovada. No caso de coleções, a reprovação de um ou mais livros, resulta na eliminação de toda a coleção.

Assim, as editoras adequam seus livros didáticos, que serão inscritos para a seleção, seguindo as orientações do edital. Para cada ciclo de avaliação é constituída uma comissão formada por técnicos especialistas e professores do ensino público e privado. Após a avaliação é produzido o Guia do PNLD, um documento oficial que visa orientar a escolha dos livros aprovados. Segundo o documento, “durante a etapa de escolha, cabe ao conjunto de professores definir as coleções didáticas a serem enviadas a cada escola” (BRASIL, 2019, p. 1). O número de exemplares entregues às

escolas é calculado com base no censo escolar, de cada etapa da educação básica, do ano anterior ao início da distribuição. Cada ciclo do programa tem a duração de 3 anos. Especialmente, a edição do PNLD 2020, voltada para os anos finais do Ensino Fundamental, terá a duração de 4 anos (2020, 2021, 2022, 2023).

3.3 PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO E MATERIAL DIDÁTICO 2020

Na edição do PNLD 2020 que foi voltada para os anos finais do Ensino Fundamental, foram adicionados aos critérios de avaliação as recomendações da BNCC (BRASIL, 2018). Sendo assim, procurou-se na avaliação verificar se as coleções de livros didáticos colaboram para o desenvolvimento das competências e habilidades listadas nesse documento para a referida etapa da Educação Básica. (BRASIL, 2019)

Especificamente em relação a HdM e os critérios de avaliação do PNLD 2020, não há exigências explícitas quanto a inserção de elementos históricos nos critérios eliminatórios comuns a todas as obras e nos critérios de avaliação específicos para as obras disciplinares. O edital que convoca as editoras no processo de submissão e avaliação das obras descreve em detalhes todos os itens dos critérios estabelecidos para a aprovação das obras.

No edital de convocação para o PNLD 2020 (EDITAL DE CONVOCAÇÃO 01/2018 – CGPLI) os critérios de avaliação comuns a todas as obras, descritos aqui na forma resumida, são:

1. Respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas à Educação; 2. Observância aos princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano; 3. Coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica; 4. Correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos; 5. Adequação e a pertinência das orientações prestadas ao professor; 6. Observância às regras ortográficas e gramaticais da língua na qual a obra tenha sido escrita; 7. Adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico; 8. Qualidade do texto e a adequação temática. (BRASIL, 2018, p.37)

Quanto aos critérios de avaliação específicos para as obras disciplinares para os anos finais do Ensino Fundamental, é destacado no edital de convocação que as obras devem abordar os objetos do conhecimento alinhados às habilidades relacionadas a todos os componentes curriculares descritos na BNCC. Os critérios

específicos voltados às obras propostas para os anos finais do Ensino Fundamental são:

- a. Consistência e coerência entre os conteúdos e as atividades propostas e os objetos de conhecimento e habilidades constantes na BNCC; b. Contemplação de todos os objetos de conhecimento e habilidades constantes na BNCC (BRASIL, 2018, p. 42).

Dessa forma, não é evidenciada explicitamente recomendações quanto ao uso de HdM nos livros didáticos de matemática nos critérios apresentados no edital do PNLD 2020.

Após uma consulta às fichas de avaliação utilizadas em edições anteriores do PNLD, voltadas para os anos finais do Ensino Fundamental, observa-se diferenças no modo como a HdM tem sido avaliada nos livros didáticos, ao longo dos anos. Nas edições de 2011, 2014 e 2017, o uso da história é avaliado no item *Contextualização*. Com isso busca-se verificar se os conhecimentos matemáticos são contextualizados, de forma significativa, em relação às práticas sociais, a outras áreas do conhecimento, à história da matemática e à própria matemática. Na edição de 2014, além do item *Contextualização*, onde é sugerido o uso de HdM, no item *Conteúdo*, é verificado, entre outros, se o conteúdo abordado nos livros apresenta “informações históricas embasadas em boas evidências” (BRASIL, 2013, p. 103).

Da mesma forma, na edição de 2017, entre os tópicos do item que analisa as *Abordagens adotadas nas coleções* é verificado se em tais abordagens a apresentação e exploração dos conteúdos propiciam “a compreensão da Matemática como criação social de diversas culturas, ao longo da história, tanto do ponto de vista histórico quanto contemporâneo” (BRASIL, 2016, p. 143). Assim, enquanto na edição do PNLD 2011 há apenas um item que verifica o uso da HdM nos livros, nas edições de 2014 e de 2017 existem 2 itens distintos em cada uma dessas edições.

Quanto ao PNLD 2020, não se observa uma recomendação explícita relacionada ao uso da HdM nos livros didáticos nos critérios descritos no edital do PNLD 2020. Em conformidade com o item b dos critérios específicos, todos os objetos de conhecimento e habilidades indicadas na BNCC constam nas fichas de avaliação do programa. Sendo assim, as habilidades (EF06MA02), (EF07MA03) e (EF07MA33), descritas na seção anterior, que sugerem o uso de HdM, constam nas fichas de avaliação, como também consta a competência específica (E1) e a competência geral (G1). Tais itens aparecem da seguinte forma nas fichas de avaliação:

Competências Gerais

G1) Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

(6º Ano, 7º Ano, 8º Ano, 9º Ano)

Sim com profundidade, Sim, Sim minimamente, Ausente

Justificar em: , , ,

Ocorrências em: , , ,

(BRASIL, 2018b, p. 68-69).

Competências Específicas

E1) Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

(6º Ano, 7º Ano, 8º Ano, 9º Ano)

Sim com profundidade, Sim, Sim minimamente, Ausente

Justificar em: , , ,

Ocorrências em: , , ,

(BRASIL, 2018b, p. 66-67).

Unidades Temáticas Números

Objetos de Conhecimento Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações

EF07MA03 Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

(7º Ano)

Sim com profundidade, Sim, Sim minimamente, Ausente

Justificar em: , , ,

Ocorrências em: , , ,

(BRASIL, 2018b, p. 41).

Assim, as competências e habilidades são avaliadas marcando-se uma das quatro opções “Sim com profundidade”, “Sim”, “Sim minimamente” e “Ausente”, podendo registrar uma justificativa e ocorrências.

Observa-se, assim, que na edição de 2020, a presença da HdM nos livros é avaliada tanto de forma geral (por meio das competências G1 e E1), como de forma mais pontual (por meio das habilidades já mencionadas).

Em relação às obras aprovadas pelo PNLD 2020, essa edição do programa, aprovou 11 coleções de livros didáticos de matemática para os anos finais do Ensino Fundamental, composto de 4 exemplares (6º, 7º, 8º e 9º anos). As coleções aprovadas e o quantitativo de exemplares adquiridos pelo programa estão dispostos no quadro abaixo.

Quadro 1: Coleções aprovadas no PNLD 2020

Coleção	Autor(es)	Editorial	Nº de livros adquiridos
A Conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci	Editora FTD 4ª edição, 2018	Prof.: 102.208 Aluno: 5.033.531
Teláris Matemática	Luiz Roberto Dante	Editora Ática 3ª edição, 2018	Prof.: 20.181 Aluno: 1.025.496
Matemática Bianchini	Edwaldo Roque Bianchini	Editora Moderna 9ª edição, 208	Prof.: 19.939 Aluno: 899.923
Araribá Mais - Matemática	Maria Regina Garcia Gay et tal (organizadores)	Editora Moderna 1ª edição, 2018	Prof.: 15.371 Aluno: 620.824
Matemática Realidade & Tecnologia	Joamir Roberto de Souza	Editora FTD 1ª edição, 2018	Prof.: 10.398 Aluno: 520.972
Matemática - compreensão e prática	Ênio Ney de Menezes Silveira	Editora Moderna 5ª edição, 2018	Prof.: 11.880 Aluno: 514.953
Matemática essencial	Patrícia Rosana Moreno Pataro e Rodrigo Balestri	Editora Scipione 1ª edição, 2018	Prof.: 11.480 Aluno: 507.969
Apoema - Matemática	Adilson Longen	Editora do Brasil 1ª edição, 2018	Prof.: 6.855 Aluno: 345.904
Geração Alpha Matemática	Felipe Fugita, Andressa G. Rocha e Carlos Nely C. de Oliveira	Editora SM 2ª edição, 2018	Prof.: 5.387 Aluno: 223.150
Trilhas da Matemática	Fausto Arnaud Sampaio	Editora Saraiva 1ª edição, 2018	Prof.: 5.568 Aluno: 218.718
Convergências Matemáticas	Eduardo Rodrigues Chavante	Editora SM 2ª edição, 2018	Prof.: 3.879 Aluno: 192.738

Fonte: Adaptado dos dados estatísticos - PNLD 2020.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo trata dos procedimentos metodológicos utilizados no decorrer desta pesquisa com o objetivo investigar que HdM tem chegado aos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental através dos livros de matemática aprovados pelo PNLD 2020.

4.1 MÉTODOS E PROCEDIMENTOS

Com o intuito de encontrar e selecionar trabalhos anteriores cujos temas se relacionam com esta investigação, foi utilizada a pesquisa bibliográfica ou de fontes secundárias. Dado que, a pesquisa nessa perspectiva “abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, [...] sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo o que foi escrito, dito ou filmado sobre determinado assunto, [...]” (MARCONI; LAKATOS, 2020, p.200.).

Na investigação relacionada aos livros didáticos de matemática para os anos finais do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2020, foi utilizada a pesquisa documental, cuja característica “é tomar como fonte de coleta de dados apenas documentos, escritos ou não, o que constituem o que se denomina de fontes primárias” (MARCONI; LAKATOS, 2020, p. 190). Entende-se, portanto, que os livros didáticos, cujas inserções de HdM serão identificadas e analisadas, desempenham o papel de fontes primárias nesta pesquisa.

Como comentado anteriormente, o PNLD 2020 aprovou 11 coleções de livros didáticos de matemática para os anos finais do Ensino Fundamental e cada coleção é composta de 4 livros, totalizando 44 exemplares. Ao considerar-se o tempo necessário para realizar todas as etapas necessárias da pesquisa – a saber: obter os livros, localizar inserções, registrar e analisar os dados desse volume de livros – foi percebida a necessidade de delimitar nosso *corpus* documental. Sendo assim, era preciso estabelecer um critério para realizar o recorte. Após várias ponderações, foi estabelecido como critério de seleção, o exame das quatro coleções de livros didáticos de matemática, entre as 11 aprovadas, com mais exemplares de livros adquiridos pelo PNLD 2020. Mas durante a coleta de dados notou-se a necessidade de um novo recorte devido ao número e a complexidade das inserções encontradas. Assim, nosso *corpus* documental passou a ser composto pelas três coleções com o maior número de exemplares adquiridos pelo programa na edição 2020. O critério foi, assim,

estabelecido, ao considerar-se a quantidade de estudantes e professores que terão acesso a HdM através desses livros.)

Para obter informações sobre a quantidade de exemplares de cada coleção adquirida, foi examinada a planilha com os dados estatísticos do PNLD 2020, disponível no Portal do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). Nesse portal, são disponibilizadas planilhas, contendo o nome da coleção, o exemplar por ano de escolaridade (aluno e professor), o número de exemplares adquiridos, os valores de aquisição unitária e total de todas as coleções aprovadas e adquiridas nas edições do PNLD.

Após localizar a planilha referente a edição 2020, agrupar as coleções e verificar o quantitativo de exemplares de livros de todas as coleções de matemática dos anos finais adquiridas, concluiu-se que o *corpus* documental deste trabalho será formado pelas obras abaixo dispostas.

Quadro 2: Corpus documental da pesquisa

Coleção (6º ao 9º ano)	Autor(es)	Editorial
A Conquista da Matemática	Giovanni Júnior e Castrucci	4ª edição, 2018, ed. FTD
Matemática Bianchini	Edwaldo Bianchini	9ª edição, 2018, ed. Ática
Teláris Matemática	Luiz Roberto Dante	3ª edição, 2018, ed. Moderna

Fonte: baseado nos Dados Estatísticos PNLD 2020.

Com a intenção de facilitar e agilizar a identificação das coleções, elas foram relacionadas aos seguintes códigos: A Conquista da Matemática (CM), Matemática Bianchini (MB) e Teláris Matemática (TM).

Após a delimitação do *corpus* documental, iniciou-se a procura, por tais coleções, em forma impressa. Havia um fator limitante nessa busca, a pandemia do COVID-19. As escolas estavam fechadas e sem acesso às escolas públicas tornou-se difícil saber quais coleções elas haviam adotado. Tal fato também impedia o uso da biblioteca ou concessão de empréstimo dos livros nas escolas. Então, foi preciso contactar alguns professores conhecidos com a finalidade de saber se as escolas nas quais eles lecionam haviam adotado e recebido as determinadas coleções. Assim, os professores cujas escolas haviam escolhido e receberdoo tais coleções e estavam utilizando o manual do professor dos referidos livros, concederam-nos um empréstimo por tempo determinado para viabilizar esta pesquisa. Outra dificuldade foi reunir os livros, pois os professores tinham em mãos livros referentes às turmas no qual eles

ministram aulas, em diferentes níveis de escolaridade, assim foi preciso realizar empréstimos com diversos professores e de várias localidades.

Ressalta-se no Guia Matemática (2020), que “o Manual do Professor impresso (MP) possui o formato U, com reprodução do Livro do estudante (LE) na parte central.” (BRASIL, 2019, p.21). Como citado anteriormente, as coleções que foram possíveis reunir são compostas desses manuais. Visto que o objeto de análise deste trabalho são os livros voltados aos alunos, foram consideradas para exame somente as inserções localizadas na parte central do formato “U” do manual. Outra observação a ser feita diz respeito aos elementos pré e pós textuais das obras, elas não farão parte da análise deste trabalho. Ou seja, foram identificadas as inserções de HdM presentes nos textos e nos exercícios do livro dos estudantes.

.4.2 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

A coleta de dados da pesquisa foi realizada através um formulário criado pelo grupo CHEMat, utilizando o aplicativo *Google Forms*. Esse aplicativo pode ser utilizado para realizar pesquisas, questionários, formulários e coletar dados on-line. O instrumento foi idealizado pelo grupo para uso em sua pesquisa sobre as inserções históricas nos livros didáticos do Ensino Médio, aprovados pelo PNLD 2018. O instrumento passou por três versões e vários ajustes ao longo de mais de um ano. Os ajustes e alterações realizados no instrumento, no decorrer desse tempo, foram sugeridos e debatidos pelos pesquisadores do grupo CHEMat e pelos pesquisadores e componentes do Grupo de Apoio Estatístico da UNIRIO² (GAE). A maioria dos ajustes realizados “dizia respeito à forma de colocar cada pergunta, de modo a favorecer a objetividade do questionário, bem como a tabulação e leitura dos dados coletados.” (HAUBRICHES; BERNARDES, 2020, p. 7)

Como, originalmente, o questionário foi elaborado para descrever inserções presentes nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio, foram necessárias duas grandes adaptações e alguns ajustes, com vistas a adequar o instrumento a esta pesquisa que será a análise das inserções de HdM dos livros didáticos de matemática para os anos finais do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2020. O Quadro 4

² O GAE (Grupo de Apoio Estatístico) é formado por professores e estudantes da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO). O grupo acompanha projetos de pesquisas de vários cursos de graduação e pós-graduação da UNIRIO, oferecendo consultoria para o uso de métodos e técnicas estatísticas na etapa de análise dos dados. Site do GAE: <http://gae.uniriotec.br/index.html>.

fornecer uma visão geral das 11 seções ou blocos de perguntas do questionário. As perguntas de cada bloco serão detalhadas na apresentação da análise dos dados (Capítulo 5). Nesta seção, destacamos as principais adaptações realizadas, em relação ao questionário original.

Quadro 3: Instrumento de coleta de dados

Blocos	Dados coletados
Identificação da inserção	Código da coleção no PNLD 2020, volume/ano e página.
Posição e diagramação da inserção no livro	Se a inserção se localiza no início de um capítulo, no meio de uma seção, junto ao texto expositivo ou a lista de exercícios etc. Se a inserção está em um <i>box</i> especial, se está misturada com os conteúdos do livro, se ocupa uma página inteira etc.
Coordenadas de espaço e de tempo	Períodos históricos, civilizações e territórios citados na narrativa da inserção.
Outros elementos mencionados na inserção	Personagens históricos, livros, documentos, tratados, jornais, instituições de pesquisa e/ou de ensino.
Iconografia da inserção	Tipos gráficos das figuras (fac. símile, fotografia, gravura) e conteúdo das figuras (pintura de pessoas, estátuas, mapas, manuscritos, diagramas ou gráficos matemáticos, instrumentos de medida etc.).
Conteúdos gerais e específicos tratados no capítulo ou seção	Divididos em cinco unidades temáticas: números e operações, álgebra, geometria, grandezas e medidas estatística e probabilidade.
Matemática dentro da inserção	Teoremas, definições, demonstrações etc. Também registramos se os elementos de matemática são indissociáveis da narrativa histórica ou não.
Atividades propostas aos estudantes	Se a inserção propõe exercícios de matemática, investigações históricas ou outro tipo de atividade. Registrarmos também se os exercícios de matemática e a narrativa histórica são indissociáveis.
Referências mencionadas	Historiadores, livros de história da matemática, sites da internet, filmes etc.
Classificação da inserção com base em dois conjuntos de categorias	Tipos de narrativa histórica e função didática da inserção.
Observações finais	Quaisquer observações úteis sobre a inserção, como elementos não previstos no questionário, erros históricos e outros.

Fonte: adaptado do instrumento de coleta de dados.

A primeira grande adaptação realizada foi quanto ao conteúdo matemático em que a inserção está contida, partindo da observação das articulações dos objetos de conhecimento e suas respectivas habilidades, conforme apresentadas na BNCC (BRASIL, 2018), foi desenvolvida uma lista de conteúdos. Tal atitude foi necessária, pois a organização – unidade temática, objetos de conhecimento e habilidades – apresentada na BNCC não representa um desenho obrigatório para os currículos, ou seja, a organização exposta no documento representa um arranjo possível sem cunho obrigatório. Sendo assim, os autores dos livros didáticos agrupam os objetos de

conhecimento com as habilidades de diferentes formas. Então, foi necessário observar essa articulação na BNCC e em alguns livros didáticos com intuito de se verificar de que forma são feitas essas associações pelos autores. Realizadas as observações, confeccionou-se uma lista dos conteúdos relacionados com sua respectiva unidade temática, os grupamentos foram registrados no instrumento de coleta de dados, conforme disposto no quadro abaixo.

Quadro 4: Unidades temáticas e conteúdos

Unidade Temática	Conteúdos
Números e operações	Sistemas de numeração, Números naturais, Divisibilidade, Números inteiros, Números racionais, Números reais, Contagem
Álgebra	Propriedades da igualdade, Partição, Linguagem algébrica: variável e incógnita, Expressões algébricas, Sequências, proporcionalidade, Equações polinomiais do 1º e 2º grau, Sistema de equações polinomiais de 1º grau, Funções, Razão entre grandezas
Geometria	Geometria plana: área de figuras planas e perímetro, Ângulos e retas, Teorema de Tales, Triângulos: ângulos, congruência e semelhança, Relações métricas no triângulo retângulo, Trigonometria no triângulo retângulo, Transformações geométricas: Homotetia, translação, reflexão e rotação, Geometria espacial: poliedros, planificações e vistas ortogonais, Plano cartesiano: pontos, distâncias entre pontos e retas, Construções geométricas, Circunferência: arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos
Grandezas e Medidas	Geometria espacial métrica, Grandezas e suas medidas, Figuras planas: perímetros, áreas, plantas baixas e vistas aéreas, Medida do comprimento da circunferência e área do círculo, Ângulos: medidas e usos.
Probabilidade e Estatística	Probabilidade e Estatística

Fonte: Adaptado da BNCC (BRASIL, 2018).

A segunda adaptação foi referente aos nomes de personagens históricos, matemáticos ou não, suscetíveis a menção nas inserções de HdM nos livros a serem examinados. Com intuito de formular uma questão objetiva, tendo como opções nomes de personagens, foi necessário fazer uma lista desses nomes. Para isso, foi realizado um pequeno estudo piloto (TEIXEIRA & BERNARDES, 2021). Foram utilizados, para esse estudo, quatro livros, um de cada ano e de diferentes coleções, segundo apresentado no quadro 5.

Quadro 5: Livros utilizados no estudo piloto

Ano	Coleção	Editorial
6º	A Conquista da Matemática	Editora FTD, 4ª ed. 2018
7º	Teláris Matemática	Editora Ática, 3ª edição, 2018
8º	Matemática Bianchini	Editora Moderna, 9ª edição, 208
9º	Araribá Mais - Matemática	Editora Moderna, 1ª edição, 2018

Fonte: Dados coletados na pesquisa

Foram registradas no estudo piloto 55 inserções com 53 nomes de personagens. Alguns desses nomes se repetiam e alguns com grafias diferentes, como *Al-Khwarizmi*, *Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi*, *Al-Khowarizmi* e *Mohammed ibn Musa al-Khowarizmi*. Após refinados e listados de forma padronizada, chegou-se a um total de 38 nomes que foram inseridos no questionário. O objetivo do pequeno estudo piloto foi evitar respostas abertas no questionário e grafias variadas dos nomes dos personagens.

4.3 COMO A COLETA DE DADOS FOI REALIZADA

A coleta de dados foi realizada por esta pesquisadora elaborada em duas etapas. Na primeira etapa foram mapeadas as inserções de HdM apresentadas nos livros das coleções avaliadas e na segunda foram registrados os dados dessas inserções no instrumento de coleta de dados. Para alcançar o objetivo proposto na primeira etapa, foi necessário examinar minuciosamente todas as páginas (parte central do formato U do manual do professor) dos 12 livros. A fim de evitar vícios que possam interferir na integridade da coleta, foi evitado examinar todos os livros que fazem parte de uma determinada coleção de uma só vez. Isso porque ao familiarizar-se com a forma em que as inserções são dispostas nos livros das coleções, a inspeção desses tendiam a tornar-se quase automática, como se fossem padronizadas. Podíamos, dessa forma, perder alguma inserção que não estivesse enquadrada nas mesmas perspectivas dos outros livros da coleção. Sendo assim, os livros das três coleções foram investigados de forma alternada. Esse processo foi realizado duas vezes, com intuito de certificar que todas as inserções fossem identificadas.

Para cada inserção de HdM identificada, produziu-se uma ficha com o nome, código da coleção, o ano de escolaridade do referido livro, o número da página onde a inserção se localiza, a figura da inserção digitalizada e espaços para outras

eventuais observações. Para a criação de fichas contendo os dados das inserções, foi utilizado o aplicativo *Powerpoint*. Após todas as inserções serem catalogadas, essas fichas foram impressas. Esse arquivo além de facilitar o registro dos dados no questionário serviu como fonte de consultas de dúvidas surgidas no decorrer da pesquisa. A figura 1 é um exemplo de tais fichas.

Figura 1: Ficha com as inserções identificados



Fonte: A autora

A Segunda etapa consistiu no registro dos dados coletados no formulário do *Google Forms*. Uma vez que todas as inserções foram mapeadas, iniciou-se o registro no instrumento elaborado para coleta de dados. No momento do registro cada inserção é considerada como um “*respondente de um questionário*” (HAUBRICHES; BERNARDES, 2020, p. 7).

4.4 METODOLOGIA DA ANÁLISE

Esta pesquisa utiliza-se das abordagens qualitativa e quantitativa. Lügde e André (2015) ressaltam que a análise qualitativa dos dados está presente em várias etapas da pesquisa, pois são usados “procedimentos analíticos quando procuramos verificar a pertinência das questões selecionadas frente às características específicas da situação estudada (LÜDGE; ANDRÉ, 2013, p. 53). Uma etapa desta pesquisa consistiu-se em uma pré-análise, que realizada na coleta de dados ao classificar as inserções com base em dois conjuntos de categorias mais subjetivas – tipo de narrativa histórica e função didática da inserção (PEREIRA, 2016).

O primeiro conjunto de categorias possibilita agrupar as inserções de acordo com o tipo de narrativa histórica para uma etapa posterior de análise crítica da perspectiva histórica das inserções (o que não será viável realizar nesta pesquisa devido ao recorte feito e ao limite de tempo). A partir dessa classificação, pode-se, por exemplo, analisar se as inserções cujas narrativas são compostas por uma sequência de episódios, apresentam uma história linear, continuista e presentista.

O segundo grupo de categoria foi proposto por Pereira (2016) e permite classificar as funções didáticas desempenhadas pelas inserções de HdM. Assim, será possível verificar se os elementos históricos apresentados aos estudantes representam, por exemplo, uma estratégia para promover o pensamento matemático ou apenas é utilizado como anedota. Tal classificação das inserções em categorias de análise mais subjetivas confere um viés qualitativo à pesquisa (as categorias serão descritas na seção 5.8 deste trabalho).

Para descrever os dados serão usadas ferramentas matemáticas e estatísticas, o que confere uma abordagem qualitativa à pesquisa. O *Google Forms* apresenta as respostas registradas de diferentes formas: i) *Resumo*, ii) *Pergunta*, iii) *Individual* e iv) por meio de uma tabela. Na opção Resumo, é possível visualizar graficamente as frequências de cada opção para as questões objetivas. Na opção Pergunta, é apresentada a frequência de cada resposta em números. Já na opção Individual, é possível visualizar os dados por inserção. Por fim, há a opção de gerar uma tabela similar às tabelas do *Excel* em que cada linha corresponde aos dados de uma inserção. As opções mais interessantes para visualizar os dados são o resumo e a tabela gerada.

Após a coleta de dados, deu-se continuidade à etapa de análise dos dados, a partir da tabela gerada pelo *Google Forms*. Realizou-se um levantamento para as questões objetivas de quantas vezes cada opção foi marcada ao longo da coleta de dados sendo esse levantamento apresentado na forma de tabelas e de gráficos. Embora esse levantamento seja automaticamente fornecido pelo aplicativo *Google Forms* (que pode ser visto nas opções Resumo ou Individual), optou-se em recorrer, também, com o auxílio do Grupo GAE, ao software *R*. O software *R* é *um* programa estatístico livre, usado para a manipulação, visualização e análise de dados, o uso dessa ferramenta possibilitou outras formas de combinação e manipulação das variáveis. Assim as informações foram apresentadas sob a forma de tabelas e gráficos, além das que foram geradas pelo aplicativo *Google Forms*. O conjunto de

dados utilizado para a manipulação de variáveis no software *Rstudio* foi a tabela do *Excel* gerada pelo *Google Forms* após o término da coleta de dados.

Após a primeira etapa do levantamento, onde as questões objetivas correspondentes a todas os blocos de perguntas do questionário foram organizados em forma de tabelas e gráficos – iniciou-se a segunda etapa do levantamento que consistiu na organização das respostas das questões não contempladas nas opções com respostas objetivas, como: os títulos dos livros, documentos históricos, tratados, periódicos, publicações, instituição de ensino mencionados na inserção ou outras observações pertinentes a sua respectiva seção (alternativas apresentadas nas seções 2 a 11 do questionário). A primeira ação realizada, nessa etapa, foi roteirizar e ordenar as respostas por ordem alfabética. Após uma breve análise, houve a contagem de quantas vezes essas se repetiam. Finalmente, algumas respostas foram colocadas em tabela e outras continuaram apenas listadas, por não apresentarem grande número de respostas repetidas.

Concluídas as etapas anteriores, houve uma sistematização dos dados resultantes dessas duas etapas. As tabelas, gráficos e listas foram organizadas segundo a seção do questionário a que pertenciam. Na etapa seguinte os dados foram interpretados.

5 ANÁLISE E DISCUSSÕES

Neste capítulo, será apresentada a análise e discussão dos resultados obtidos após o registro das inserções identificadas nas coleções analisadas, por meio do questionário. Antes, porém, será descrito como organiza-se este capítulo.

Com intuito de melhor exposição da análise e discussão desta pesquisa, primeiro será descrito e exemplificado o que foi considerado como inserção de HdM nos livros didáticos que compõem o corpus documental da pesquisa. O capítulo será dividido em seções e subseções – de acordo com os blocos/grupos de perguntas e questões do questionário de coleta de dados, respectivamente.

Serão contempladas nesta análise as respostas dos seguintes blocos de perguntas: 1) identificação da inserção; 2) posição e diagramação da inserção; 3) coordenadas de tempo e de espaço; 4) elementos listados na inserção (personagens, documentos e instituições); 5) iconografia da inserção; 6) conteúdos gerais e específicos; 9) referências e 10) categorias de análise. Devido ao grande volume de dados e ao limite de tempo para concluir a pesquisa, houve a necessidade de fazer um recorte das seções do questionário, assim a análise das seções 7 e 8 não serão apresentadas neste trabalho.

Como foi mencionado anteriormente, entende-se neste trabalho como inserções de HdM,

qualquer tipo de informação que remeta ao passado, a qual pode abordar momentos do desenvolvimento histórico dos conceitos, informações biográficas de matemáticos, livros ou outra publicação importante, datas de acontecimentos, dentre outras informações, tomando o cuidado de evitar contextualizações deliberadamente ficcionais que sejam inspiradas em situações históricas (HAUBRICHES; AMADEO, 2021, p.3, 2021).

Da mesma forma, foram consideradas como inserção de HdM nesta pesquisa informações históricas que contemplam a história da ciência (e.g. Figura 2) e obras artísticas que apresentam elementos matemáticos em sua composição e as relacionam com o conteúdo que está sendo estudado (e.g. Figura 3). Essas informações foram consideradas inserções por ilustrarem a relação entre a Matemática e a Arte ao longo do tempo.

A figura 2 é um exemplo de inserções que abordam a história da ciência (astronomia, física, química e outros) e as relacionam com conteúdos matemáticos. Essa relação pode ser por meio de fórmulas, atividades, exemplos resolvidos e outros.

Figura 2: Exemplo de inserção que contempla a história da ciência

Em 1787, o cientista francês Jacques Charles observou que os gases se dilatam quando aquecidos e se contraem quando resfriados.



Figura 1:
situação inicial



Figura 2: garrafa em contato com gelo

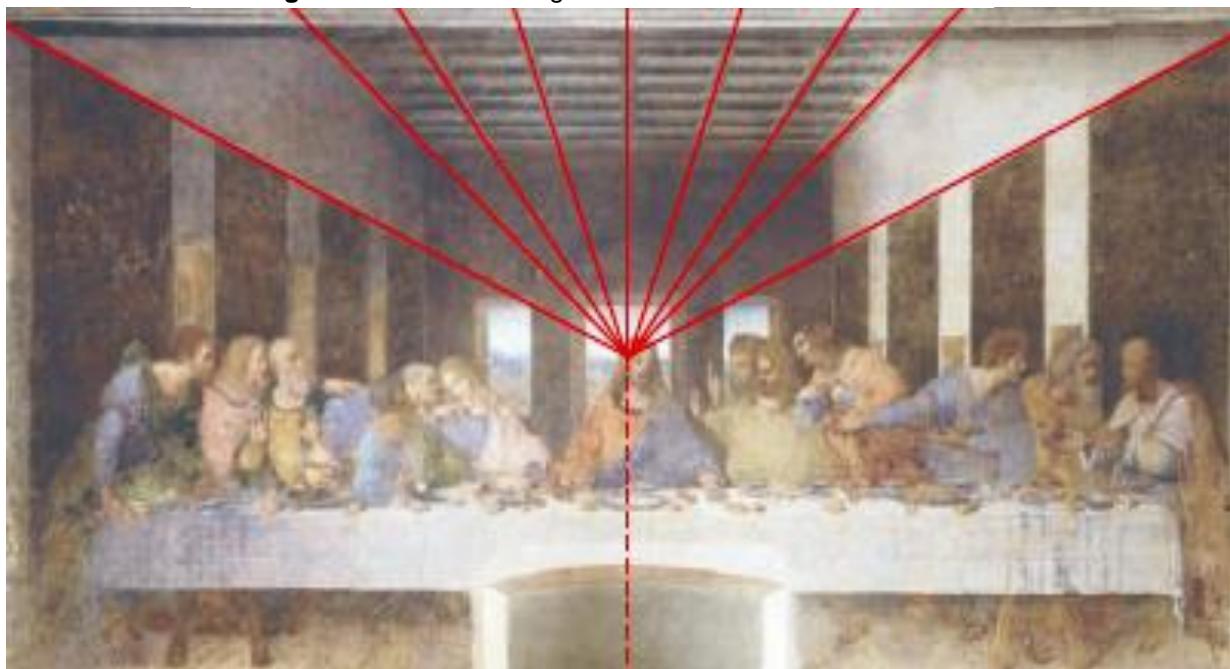
NELSON MATEMÁTICA

A fórmula $V = \frac{5}{3} \cdot T + 455$ relaciona o volume V de certo gás (em centímetro cúbico) com sua temperatura T (em grau Celsius). Calcule o volume desse gás a 21 °C.

Fonte: Matemática Bianchini, 8º ano, 2018, p. 106

Da mesma forma, a figura 3, exemplifica obras de arte onde são utilizados elementos matemáticos em sua criação que são relacionados ao conteúdo apresentado no livro didático.

Figura 3: Elementos de geometria na obra A divina ceia



Fonte: Teláris Matemática, 9º ano, 2018, p. 172

A obra acima exibida está inserida no conteúdo de perspectiva e sua aplicação na arte. Ressalta-se que não foram consideradas como inserção de HdM as obras de arte cujo uso de elementos matemáticos não é evidenciado em sua composição

5.1 IDENTIFICAÇÃO, DISTRIBUIÇÃO E LOCALIZAÇÃO DAS INSERÇÕES

Foram identificadas o total de 219 inserções de HdM nos 12 livros que compõem o *corpus* documental deste trabalho. Este total está distribuído entre as coleções segundo os dados exibidos abaixo (Tabela 1)

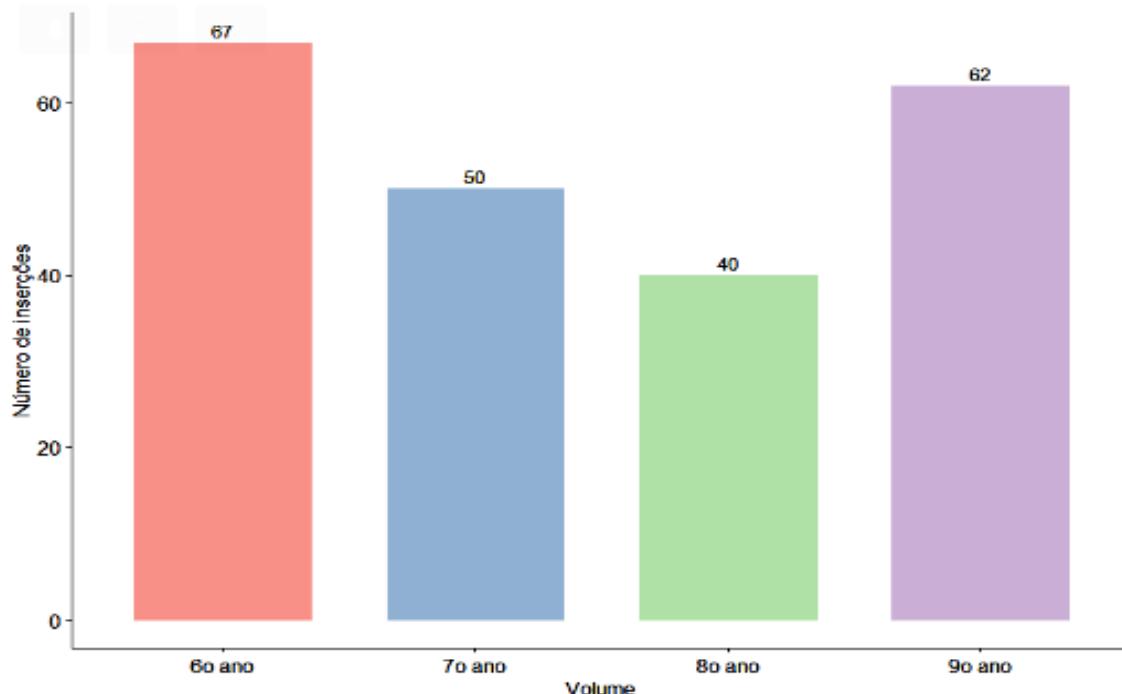
Tabela 1: Quantitativo de inserções total e por coleções analisadas

Total geral	CM	MB	TM
219 (100%)	61 (27.9%)	65 (29.7%)	93 (42.4%)

Fonte: dados coletados na pesquisa.

Segundo observado, o maior percentual de inserções identificadas pertence à coleção Teláris Matemática. Enquanto, as coleções A Conquista da Matemática e Matemática Bianchini apresentam percentuais aproximados de inserções. Além de examinar a proporção de inserções por coleções, verificou-se a distribuição por ano letivo. Os dados obtidos estão dispostos na figura 4.

Figura 4: Distribuição das inserções por ano/volume



Fonte: dados coletados na pesquisa

Segundo observado, o 6º ano e o 9º ano possuem uma quantidade aproximada de elementos históricos inseridos. Enquanto, os livros didáticos voltados para o ensino do 7º e do 8º ano são os que apresentam o menor número de inserções. A seguir, será verificado qual a proporção de inserções por ano letivo nas três coleções avaliadas (Tabela 2), assim será possível verificar se esse padrão se repete em todas as coleções.

Tabela 2: Proporção de inserções por ano letivo

Ano/volume	CM	MB	TM
6º	19	14	34
7º	15	14	21
8º	11	15	14
9º	16	22	24

Fonte: dados coletados na pesquisa.

Comparando-se os quantitativos das coleções, não foi observado nenhum padrão. Enquanto as coleções TM e CM apresentam a maior quantidade de inserções no 6º ano, a coleção MB apresenta a maior quantidade no 9º ano. E (apenas) nessa mesma coleção (MB), o quantitativo de inserções aumenta do 6º ao 9º ano.

Destaca-se agora, a localização das inserções identificadas nas páginas dos livros avaliados segundo a coleção e ano letivo. Os dados estão dispostos abaixo no quadro 6. Antes, porém, para efeito de esclarecimento, ressalta-se que o volume das coleções está representado pelo número ao lado do código da coleção, por exemplo, CM6 se refere ao volume do 6º ano da coleção a Conquista da Matemática, MB7 ao livro Matemática Bianchini, 7º ano e assim sucessivamente.

Quadro 6: Localização das inserções nos livros das coleções analisadas

Coleção/ano	Página
CM6	12/13; 15/16/17/18; 14; 19/20; 30; 32 (a); 32 (b); 33; 76/77; 99; 120; 132; 156; 169; 173; 204; 224; 236/7; 257.
CM7	12/13; 35; 54; 59; 76/77; 88; 91; 146(a); 146(b); 153; 159(a); 159(b); 224; 225; 258/259
CM8	64/65; 96/97; 98; 101; 133; 134; 136; 168; 193; 230; 259
CM9	12/13; 43; 86/87; 88; 94; 98; 99/100/101; 102; 146; 152; 167; 171; 199/200; 203; 215; 260/261

MB6	12(a); 12(b)/13/14/15/16; 16(b)/17; 26; 36/37; 53; 74; 85; 89; 93; 102; 109; 248/249; 282/2/3
MB7	26; 28; 78; 111/112; 134/135 (a); 135 (b)/136; 137; 139; 140; 144/145; 175; 214; 245; 249
MB8	39; 40; 49/50; 63; 91; 100; 106; 126; 131; 160; 174; 177/178; 190; 252/253; 255/256
MB9	12; 21; 37; 40; 41; 47/48; 95/96/97; 101/102; 111; 117; 139; 151/152/153/154; 155/156; 157/158; 162; 169; 170; 194; 199; 205; 223; 258
TM6	12; 13/14; 15/16; 17 (a); 17 (b); 20; 31 (b); 31(a); 50; 60; 61; 79; 86/87; 112; 114; 115; 120; 129; 156; 168; 173; 192; 196; 207; 208; 213; 214; 142; 227; 243; 249; 250; 258; 276; 306
TM7	16; 17; 38; 61; 73; 96; 106; 119/120 (a); 120(b); 124; 126; 129; 159; 161; 216; 219; 262; 269; 284; 296
TM8	39; 41; 48; 71/72; 87; 103; 111; 150; 155; 167; 169; 217; 228; 247
TM9	15; 17/18; 19; 30; 37; 48; 61; 66; 83; 84; 94; 123/124; 138; 172; 174; 184/185; 190/191; 192; 209; 213; 214; 231; 238; 265

Fonte: dados coletados na pesquisa.

A numeração apresentada como A/B/C, em que A, B e C representam o número da página, indica que a inserção se estende em mais de uma página. As numerações indicadas com letras minúsculas entre parêntesis, como A (a); A (b), indicam 2 ou mais inserções em uma mesma página.

5.2 POSIÇÃO DA INSERÇÃO NO LIVRO E DIAGRAMAÇÃO

Este grupo de perguntas do questionário visa descrever as diferentes posições das inserções na organização do livro (por exemplo, *no início de um capítulo*, *no início de uma seção*, entre outros) e a posição ou diagramação nas páginas dos livros das coleções analisadas (se a inserção está localizada em um *box específico para conteúdos de HdM* ou se ela aparece no *meio do texto, misturada com os conteúdos*). Para tanto, tem-se duas questões: *posição da inserção dentro da organização do livro* e *posição ou diagramação da inserção nas páginas dos livros*.

As opções de registro dessas questões serão descritas a seguir, antes, porém serão apresentadas como estão organizadas a exposição dos conteúdos dos livros das coleções avaliadas, pois os livros têm estruturas diferentes, alguns apresentam

os conteúdos divididos em unidades, capítulos e tópicos (seções). Outras apresentam o conteúdo dividido em capítulos e seções.

Os livros que compõem a coleção A Conquista da Matemática, são organizados em unidades, que são divididas em capítulos e esses capítulos se apresentam subdivididos em seções. A obra apresenta seções com propostas específicas que se articulam ao conteúdo estudado, como a seção *Tecnologia* que propõe resoluções de problemas ou questões matemáticas utilizando recursos tecnológicos. Não foi identificada na coleção A Conquista da Matemática nenhuma seção especificamente voltada à apresentação de HdM.

Já os livros integrantes da coleção Matemática Bianchini são organizados em capítulos e esses capítulos em seções. A coleção apresenta seções com propostas específicas e abordagens diversificadas do conteúdo. Destaca-se entre essas seções a seção *Para Saber Mais*, voltada a apresentação de textos sobre geometria e história da matemática.

Os livros que compõem a coleção Teláris Matemática são divididos por capítulos e estes subdivididos em seções. A coleção também possui seções especiais, a seção *Leitura* é um exemplo dessas seções. A coleção apresenta ainda o box *Um Pouco de História*, onde são demonstradas informações e elementos históricos relacionados à matemática.

Para melhor percepção da localização das apresentações das inserções de HdM dentro da organização dos livros e das páginas, considerou-se como seções, para efeito de registro, somente as seções que são subdivisões dos capítulos. As seções específicas foram consideradas como box de conteúdo geral ou de HdM e sua localização foi registrada de acordo com sua posição dentro da unidade, capítulo ou seção (que subdivide o capítulo).

Após as considerações acerca da organização e exposição dos conteúdos dos livros das coleções avaliadas, parte-se para a pergunta do questionário que visa descrever a posição da inserção na organização do livro. A questão oferece 5 opções de registro, a saber: a) *No início de uma unidade*; b) *No início de um capítulo*; c) *No início de uma seção*; d) *No meio de uma seção, entre o texto expositivo*; e) *No meio de uma seção, junto à lista de exercícios*; f) *No fim da seção*; g) *No fim do capítulo*; h) *No fim da unidade*. As alternativas desse bloco de perguntas podem ser marcadas mais de uma vez. As figuras 05, 06 e 07 são exemplos de inserções contempladas

nessas opções. A primeira inserção (Figura 5) exemplifica as inserções de HdM registradas na opção *no início de um capítulo*.

Figura 5: Inserção de HdM no início de capítulo

2 **Operações com
números reais**

Detalhe de *Escola de Atenas* (1509-1511), de Rafael Sanzio. Pintura em reboco. 5 m × 7,7 m. Na imagem, Pitágoras, sentado à esquerda, é observado por Parmênides, em pé, e Hipatia, ao fundo.

Reza a lenda que a descoberta dos irracionais causou tanto escândalo entre os gregos que o pitagórico responsável por ela, Hipaso, foi expulso da escola e condenado à morte. Não se sabe de onde veio essa história, mas parece pouco provável que seja verídica. [...]

Na verdade, a descoberta da incomensurabilidade representou uma nova situação que motivou novos desenvolvimentos matemáticos.

Fonte: ROQUE, Tatiana. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. p. 124-26.

Fonte: (BIANCHINI, 9º ano, 2018, p. 40)

Como mencionou-se anteriormente, das coleções analisadas neste trabalho apenas a Conquista da Matemática é dividida por unidades, capítulos e seções (ou

tópicos). A segunda inserção (Figura 6) um exemplo de inserção registrada *no meio de uma seção, junto à lista de exercícios*.

Figura 6: Inserção no meio de uma seção junto a lista de exercícios



Um pouco de História

Os egípcios eram habilidosos nos cálculos com números naturais. Mas, em muitos problemas práticos, eles sentiam necessidade de expressar com um número uma parte de alguma coisa, como uma medida; e, para isso, os números naturais não eram suficientes. É provável que de situações como essas tenha surgido a ideia de **fração**.

Os egípcios usavam e representavam somente as **frações unitárias**, ou seja, aquelas que têm numerador 1. Para isso, eles usavam o desenho de uma boca aberta para representar o 1 () sobre os outros símbolos. Veja exemplos de como eles representavam algumas frações unitárias.



Fonte de consulta: UOL. *Matemática*. Disponível em: <<https://meuartigo.brasilescola.uol.com.br/matematica/o-sistema-numeracao-egipcio.htm>>. Acesso em: 27 set. 2018.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte: Coleção Teláris Matemática, 6º, 2018. p.173

É importante explicitar que nem todas as inserções marcadas nessa alternativa trata efetivamente de um exercício ou uma atividade, elas estão inseridas junto aos exercícios, mas não com esse propósito. A figura 6 também exemplifica uma inserção apresentada *no meio de uma seção, junto a lista de exercício* que não é ou propõe atividade. Dessa forma, não foi possível quantificar precisamente, dentre tais registros, as atividades e exercícios de HdM propostas aos estudantes.

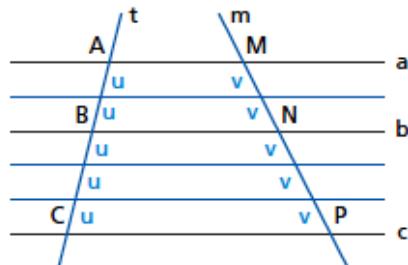
A figura 7 exemplifica as inserções apresentadas no meio de uma seção, entre o texto expositivo. Mas, cabe salientar que algumas inserções registradas entre o texto

expositivo se apresentam dentro de boxes especiais contendo alguma informação histórica relacionada ao texto.

Como ressaltado anteriormente, apesar de algumas inserções que são contempladas nesta opção estarem dispostas em boxes especiais, esses boxes estão entre a exposição do conteúdo que é abordado na seção.

Figura 7: Inserção entre texto expositivo

- Pelos pontos de divisão, traçamos retas paralelas às retas a , b e c . Pela propriedade vista anteriormente, se os segmentos determinados em t são congruentes, então os segmentos determinados em m também serão congruentes. Chamamos essas medidas de v . Então, no exemplo dado temos:



$$\left. \begin{array}{l} \frac{AB}{BC} = \frac{2u}{3u} = \frac{2}{3} \\ \frac{MN}{NP} = \frac{2v}{3v} = \frac{2}{3} \end{array} \right\}$$

Podemos observar que $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NP}$, o que significa que os segmentos AB , BC , MN e NP , nessa ordem, são proporcionais.

Essa relação é conhecida como **teorema de Tales**, em homenagem ao matemático grego Tales de Mileto. Podemos enunciar o teorema da seguinte maneira:

Um feixe de paralelas determina em duas transversais segmentos proporcionais.

Fonte: A Conquista da Matemática, 9º ano, 2018, p. 152

Após as considerações acima, serão apresentados os dados relacionados às posições das inserções nos livros, segundo os dados dispostos na tabela 3, a seguir.

Tabela 3: Quantitativo das posições das inserções de HdM na organização do livro

Posição no livro	Total
No meio de uma seção, junto à lista de exercícios	48
No início de uma seção	47
No meio de uma seção, entre o texto expositivo.	47
No início de um capítulo	35
No fim da seção	19
No início de uma unidade	11
No fim do capítulo	8
No fim da unidade	5

Fonte: dados coletados na pesquisa

Segundo o observado, o maior número de registros foi na opção *No meio de uma seção, junto à lista de exercícios* demonstrando a intenção por parte dos autores

dos livros avaliados do uso da HdM como auxiliar para a sistematização dos tópicos trabalhados. Por outro lado, percebe-se a tentativa de aproximar os elementos históricos ao conteúdo e de contextualizar historicamente o tema apresentado ao aluno ao olhar a frequência de inserções de HdM apresentadas no meio de uma seção, entre o texto expositivo. Por outro lado, a soma de inserções iniciando unidades, capítulos e seções registros, que equivale a cerca de 42% dos registros. Vale ressaltar que são propostos aos estudantes questionamentos e questões relacionadas ao tema apresentado nestas páginas introdutórias. Elementos históricos iniciando unidades, capítulos ou seções sugere o esforço dos autores em utilizar a HdM para motivar os estudantes a aprender os conceitos que serão trabalhados. Por outro lado, a observação do somatório dos totais de inserções apresentadas no final de unidade, capítulo e seção (32 registros) aponta para o uso da HdM como leitura complementar, aprofundamento e contextualização dos temas trabalhados.

O segundo bloco de perguntas que investiga a diagramação da Inserção nas páginas dos Livros, oferece 4 opções de registros, a saber: a) *Em box separado/específico para conteúdos de história da matemática*; b) *Em box separado/específico para conteúdos gerais de apoio ao texto principal*; c) “*Misturada*” com outros conteúdos do livro didático; d) *Ocupando uma (ou mais) página(s) inteira(s)*. Ressalta-se que uma inserção pode ser registrada em mais de uma opção. A seguir será apresentado o resumo dos dados das inserções identificadas segundo sua posição nas páginas dos livros (Tabela 4).

Tabela 4: Posição ou diagramação das inserções

Posição nas páginas do Livro	Total
<i>Ocupando uma (ou mais) página(s) inteira(s)</i>	85
“ <i>Misturada</i> ” com outros conteúdos do livro didático	72
<i>Em box separado/específico para conteúdos gerais de apoio ao texto principal</i>	59
<i>Em box separado/específico para conteúdos de história da matemática</i>	47

Fonte: dados coletados na pesquisa

Foram contabilizadas 106 inserções em boxes especiais e 85 inserções longas ocupando uma página ou mais, tal destaque dado à apresentação das informações históricas, aponta para o destaque da informação. Quanto às 72 abordagens históricas misturadas com outros conteúdos do livro didático sugerem uma tentativa de conectar os elementos históricos ao conteúdo propriamente dito. Um fato a ser apreciado é que mesmo nas coleções que apresentam box especial para a HdM, os

elementos históricos não ficam restritos a esses. Na coleção Teláris Matemática, por exemplo, há um número maior de inserções nos boxes específicos para conteúdos gerais que em box voltados a HdM.

5.2.1 Posição e diagramação das inserções nos livros: resumindo as ideias

Resumindo, as inserções de HdM, estão distribuídas ao longo de todos os livros, os elementos históricos apresentados têm sido destacados nas páginas e notadamente é exibida uma grande quantidade de inserções longas e em boxes especiais. Destaca-se a quantidade de inserções iniciando os temas a serem desenvolvidos nas unidades, capítulos ou seções, o que pode indicar o uso da história para motivar o estudante. Contudo, como é pontuado por Fried (2014), querer incentivar os estudantes a aprender matemática é natural e tem seu valor, mas o valor intrínseco da HdM como corpo de conhecimento é perdido ao utilizar a história com esse propósito. Entende-se que a relação HdM e ensino de matemática tem potencial para desempenhar um papel muito além da motivação. Outra observação é a baixa quantidade de propostas de investigação ou atividade histórica aos alunos nas inserções que encerram os conteúdos apresentados.

5.3 COORDENADAS DE ESPAÇO E DE TEMPO DOS EPISÓDIOS NARRADOS NA INSERÇÃO

Nesta seção será apresentada a análise dos dados correspondentes ao bloco de perguntas que busca descrever as coordenadas de espaço e de tempo dos episódios narrados na inserção, ou seja, *onde* e *quando* aconteceram os episódios históricos narrados nas inserções.

O bloco é dividido em quatro perguntas, organizadas a partir da divisão da história da humanidade em quatro períodos e/ou civilizações, a saber: *períodos ou civilizações da história antiga (pré-história ao século IV da nossa Era); história de povos não ocidentais nos séculos da nossa era (séculos de nossa era até o século XIX); história ocidental medieval ou moderna (século XV ao século XIX) e tempo atual/mundo globalizado (do século XX aos dias atuais)*.

Para elaborar as opções de cada pergunta, esses quatro grandes períodos e/ou civilizações foram divididos em “*subintervalos de tempo, associando cada intervalo temporal a uma civilização/cultura/povo/nação ou ainda região/local/lugar*”

(HAUBRICH & BERNARDES, 2020, p. 8). Vale ressaltar que uma mesma inserção pode abranger diferentes períodos de tempos/civilizações/territórios.

Antes de apresentar os dados obtidos para esse bloco de perguntas, será descrito como foram efetuados os registros relacionados a esse bloco de questões.

Figura 8: Inserção de HdM com elementos históricos explícitos

PARA SABER MAIS

Função, um longo caminho na história da Matemática

Não sabemos exatamente quando o conceito de função foi usado pela primeira vez. Sabe-se que os babilônios, cerca de 2000 a.C., construíram tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas, as quais podem ser consideradas tabelas de funções.

Antigos registros mesopotâmicos sobre lunações (espacos entre duas luas novas consecutivas) representavam, por meio de tabelas, a relação entre as fases da Lua e o período de tempo solar. Os babilônios valorizavam essas tabelas, pois elas estabeleciaiam uma correspondência de valores. Eles as utilizavam não somente para obter as informações que continham, mas também para avaliar os resultados correspondentes a valores intermediários, calculados por meio de aproximações por segmentos de reta.

O emprego das aproximações na Antiguidade significa a aplicação de uma relação funcional elementar, pois é uma simples proporcionalidade e constituiu o primeiro passo rumo ao desenvolvimento posterior de noções mais gerais de função.

Novas contribuições, ainda implícitas, para o desenvolvimento do conceito de função surgiram muito depois, no final da Idade Média, como as do matemático francês Nicole Oresme (1323-1382).

As ideias mais explícitas de função parecem ter surgido somente na época de René Descartes (1596-1650), matemático e filósofo francês que adotou equações em x e em y para introduzir uma relação de dependência entre quantidades variáveis, de modo a permitir o cálculo de valores de uma delas por meio do valor da outra.

Foi somente a partir dos trabalhos do físico e matemático inglês Isaac Newton (1642-1727) e do matemático alemão Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716) que a palavra função, na sua forma latina equivalente, parece ter sido introduzida. Eles fizeram as primeiras contribuições efetivas para o desenvolvimento desse conceito.

Por volta de 1718, o matemático suíço Johann Bernoulli (1667-1748) chegou a considerar uma função como uma expressão qualquer, formada de uma variável e algumas constantes. Usou várias notações para uma função de x , sendo $f(x)$ a mais próxima da que usamos hoje.

O suíço Leonhard Euler (1707-1783), um dos maiores matemáticos de sua época, também trabalhou com funções e introduziu a notação $f(x)$, hoje padronizada.

Posteriormente, outros matemáticos, como Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), Jean-Baptiste Fourier (1768-1830) e Johann Dirichlet (1805-1859), contribuíram significativamente para o desenvolvimento do conceito de função.

A teoria dos conjuntos, criada pelo matemático alemão Georg Cantor (1845-1918), ampliou o conceito de função até chegar à definição conhecida atualmente.



Retrato de René Descartes feito por Frans Hals em cerca de 1649. Óleo sobre tela. 77,5 cm x 68,5 cm.

Fonte: (BIANCHINI, 9º ano, 2018, p. 223)

O registro de onde e quando aconteceram os episódios históricos narrados nas inserções foram feitos a partir da observação das civilizações, períodos, nomes e nacionalidade de personagens históricos, datas de descobertas e confecção de

objetos mencionados na inserção, dentre outros. A inserção apresentada na figura 8 é um exemplo de como os registros relativos aos períodos e locais nela contidos foram realizados.

A inserção (Figura 8) aborda parte da história do desenvolvimento do conceito de função. São claramente explicitadas as civilizações, períodos ou personagens envolvidos nesse processo (e.g. babilônios, cerca de 2000 a.C.; matemático francês Nicole Oresme (1323-1382), final da Idade Média; matemático e filósofo francês René Descartes (1596-1650); físico e matemático inglês Isaac Newton (1642-1727); matemático alemão Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716) e o matemático alemão Georg Cantor (1845 -1918).

Diante das informações apresentadas, os períodos ou civilizações relacionadas das inserções de HdM foram classificadas da seguinte forma segundo exibido no Quadro 7.

Quadro 7: Classificação da inserção segundo as opções do formulário

Questão	opções
<i>História antiga</i>	<i>Mesopotâmia Antiga, Babilônia e outras civilizações do Oriente Médio nos séculos a.E.C</i>
<i>Períodos ou civilizações da história ocidental medieval ou moderna</i>	<i>Povos europeus na alta Idade Média (do século XI ao XV); Alemanha, França, Grã Bretanha, Inglaterra, Itália e Suíça e outros países da Europa Central e Nôrdica (do século XVI ao XIX).</i>
<i>Mundo atual/globalizado (século XX aos dias atuais)</i>	<i>Sim</i>

Fonte: dados coletados na pesquisa.

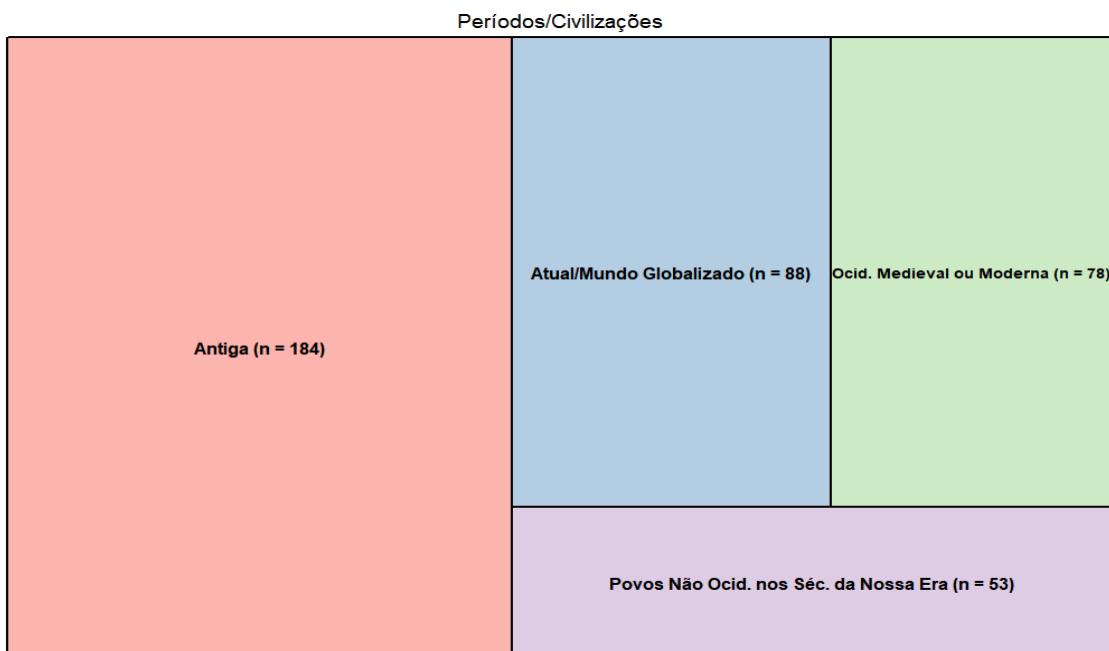
O registro na opção sim da pergunta referente ao Mundo atual/globalizado (século XX aos dias atuais) deu-se porque na inserção é explicitado o episódio histórico da introdução da notação $f(x)$ por Euler e da ampliação do conceito de função em virtude da criação da teoria dos conjuntos, pelo matemático alemão Georg Cantor, relacionando esses fatos históricos ao uso desses conceitos na atualidade.

A apresentação da análise desse grupo de perguntas que descreve os territórios e tempos narrados nas inserções, será organizada da seguinte forma: primeiro as opções para a classificação e registro das questões serão exibidas individualmente; a seguir, os quantitativos serão apresentados por meio de tabelas e

por fim, será apresentado um gráfico para ilustrar visualmente o panorama da quantidade total de menções classificadas nessa seção e suas respectivas questões.

Retornando aos resultados relativos ao bloco de perguntas que descreve os quatro grandes períodos e/ou civilizações da humanidade narrados na inserção, houve 403 menções relacionadas a esse grupo de questões. Ressalta-se que uma inserção pode abordar episódios de diversos períodos e territórios em sua redação, por essa razão será utilizado o termo menção (quantas vezes o referido período, território ou civilização foi mencionado) em lugar de inserção. A seguir, será apresentada (Figura 9) a divisão do quantitativo de menções por cada questão que compõe esse bloco de perguntas.

Figura 9: Quantitativo dos períodos históricos narrados nas inserções



Fonte: Dados coletados na pesquisa.

Segundo observado, o período mais abordado nas inserções refere-se a *história antiga* com cerca de 45,66% das menções registradas, enquanto o menos abordado são os episódios históricos relacionados aos *povos não ocidentais nos séculos de nossa era*, com aproximadamente 13,15% das menções. Já para os períodos ou civilizações da história ocidental medieval e moderna houve 19,35% de menções. Quanto ao tempo atual/mundo globalizado obteve 21,84% das menções registradas nesta opção. A seguir serão detalhados o quantitativo de menções de cada um desses quatro grupos acima descritos.

A primeira pergunta a ser destacada investiga os *períodos ou civilizações da história antiga*. Esse grupo de questões busca identificar os episódios históricos que se iniciam na pré-história e culminam no século IV da nossa Era. As opções para a classificação e registro dividem-se da seguinte forma: a) *Registros pré-históricos*; b) *Mesopotâmia Antiga, Babilônia e outras civilizações do Oriente Médio nos séculos a.E.C.*; c) *Egito Antigo e outras civilizações africanas nos séculos a.E.C.*; d) *Grécia Antiga, século VI a.E.C. ao século IV da nossa Era*; e) *Civilizações do Extremo Oriente na Antiguidade (Índia, China, Japão, etc.) nos séculos a.E.C.*. Na tabela 5 será apresentada a distribuição do quantitativo das frequências das inserções classificadas nessas opções.

Tabela 5: Distribuição da frequência dos períodos e civilizações da história antiga

Civilizações	Total
<i>Grécia Antiga</i>	74
<i>Egito Antigo e outras civilizações africanas</i>	55
<i>Oriente Médio (Mesopotâmia Antiga, Babilônia e outras civilizações)</i>	36
<i>Extremo Oriente na Antiguidade.</i>	16
<i>Registros pré-históricos</i>	3
Total geral	184

Fonte: dados coletados na pesquisa

Segundo observado, a civilização da história antiga mais mencionada nas inserções é a *Grécia Antiga*. Nos livros, essa civilização é tanto citada em abordagens de conteúdos como proporcionalidade, razão áurea, áreas e volume, como também em inserções que abordam o desenvolvimento histórico de conceitos e áreas da matemática como a geometria. Já o número de menções das civilizações do Egito Antigo/africanas e Mesopotâmia deve-se, em parte, ao fato da retomada dos sistemas numéricos nos livros de 6º ano em todas as coleções. As abordagens ao sistema numérico egípcio e babilônico são utilizadas nos textos e em atividades. Surpreende-nos que, na maioria das inserções que menciona episódios do Egito Antigo, não é ressaltado na redação do texto de tais inserções que o Egito é um país do continente Africano. Quanto ao Extremo Oriente, os elementos históricos relacionados às civilizações que fazem parte desses territórios (China, Índia, Japão e outros) são utilizadas em abordagens de frações, equações, sistema numérico e outros. Houve poucas menções relacionadas aos episódios da *pré-história*, apenas 3, o que pode propiciar ao aluno o pensamento da inexistência de práticas matemáticas nesse período da história. Esses últimos estão associados aos primeiros registros de contagem e uso de forma geométrica pelos seres humanos, O Osso de Ishango (c.

20.000-18.000) é um exemplo de elemento histórico relacionado à contagem no período.

Também foram observadas 17 ocorrências de episódios relacionados a Roma Antiga. Como essa civilização não consta nas questões objetivas do formulário, esse quantitativo não é apresentado na tabela 5. Essa significativa quantidade de menções é uma indicação que essa parte do questionário precisa ser revista. Assim, ao contabilizarmos essas 17 menções, o número de menções à *História Antiga* contabiliza 201 menções.

A segunda pergunta agrupa os períodos ou civilizações da história de povos não ocidentais nos séculos de nossa era. O bloco possui 5 opções de registro, a saber: a) *Civilizações africanas* (*nos séculos da nossa Era até o século XIX*); b) *Civilizações do Oriente Médio e Povos de Cultura Árabe* (*nos séculos da nossa Era até o século XIX*); c) *China, Japão e outras civilizações do Extremo Oriente* (*nos séculos da nossa Era até o século XIX*); d) *Índia e outras civilizações de Cultura Hindu* (*nos séculos da nossa Era até o século XIX*); e) *Civilizações da América Pré-Colombiana* (*se estendendo até o século XV*). Na Tabela 7, a seguir, será apresentada a quantidade total de registros desses períodos ou civilizações.

Tabela 6: Povos não ocidentais nos séculos de nossa era

Civilizações	Total
Índia e outras civilizações de Cultura Hindu	23
Oriente Médio e Povos de Cultura Árabe	20
América Pré-Colombiana	7
Extremo Oriente	3
Civilizações africanas	-
Total geral	53

Fonte: dados coletados na pesquisa

Segundo observado, a opção com maior número de menções no bloco de perguntas que descrevem os *períodos de povos não ocidentais nos séculos de nossa era* foi *Índia/ Cultura Hindu*. Os elementos históricos relacionados a essa civilização são mencionados em abordagens de equações do 1º e 2º grau (e.g. problemas hindu e fórmula e processo algébrico de Bhaskara), sistema de numeração. Enquanto as menções correspondentes ao *Oriente Médio* são muito relacionadas a equações do 2º grau (e.g. processo de completar quadrados de Al-Khwarizmi). Já o símbolo maia para representação do zero é apresentado nos sistemas de numeração e está relacionado às *civilizações da América pré-colombiana*. As menções ao Extremo Oriente estão relacionadas, por exemplo, à abordagem de frações onde a obra

histórica *Chui-Chang Suan-Shu ou Nove capítulos* foi utilizada. Chama a atenção a falta de menções às práticas africanas nesse período, ou seja, essas coleções não apresentaram nenhuma contribuição da cultura africana para a Matemática no período destacado.

A terceira pergunta visa identificar os *períodos ou civilizações da História Ocidental Medieval ou Moderna*, que compreende o período dos séculos IV ao XIX. A pergunta possui as seguintes opções: a) *Povos europeus na baixa Idade Média* (do século IV ao XI); b) *Povos europeus na alta Idade Média* (do século XI ao XV); c) *América Colonial* (do século XV ao XVIII); d) *Alemanha, França, Grã Bretanha, Inglaterra, Itália e Suíça e outros países da Europa Central e Nôrdica* (do século XVI ao XIX); e) *Espanha, Portugal e outros países da Europa Ibérica* (do século XVI ao XIX); f) *Rússia e demais países do Leste Europeu* (do século XVI ao XIX) e g) *Brasil, Estados Unidos e outros países americanos da era moderna* (século XIX). Na tabela 7 estão dispostos a distribuição do quantitativo de menção por civilização ou período.

Tabela 7: Povos ocidentais medieval ou moderna nos séculos de nossa

Civilizações	Total
<i>Europa Central e Nôrdica</i>	58
<i>Alta Idade Média</i>	12
<i>Brasil, Estados Unidos e outros países americanos</i>	4
<i>Leste Europeu</i>	3
<i>América Colonial</i>	1
<i>Baixa Idade Média</i>	-
<i>Europa Ibérica</i>	-
Total geral	78

Fonte: dados coletados na pesquisa

Conforme observado na tabela 7, a *Europa Central e Nôrdica* é o território mais citado nesse grupo. O desenvolvimento histórico de conceitos matemáticos como funções e estatística e nomes como o de Descartes, Cardano, Leibniz, Viète e outros são recorrentes nas inserções que mencionam a região. O segundo maior quantitativo de menções refere-se também a Europa, porém, no período da *Alta Idade Média* onde a maioria de menções estão relacionadas ao trabalho de Fibonacci. Já os elementos históricos relacionados aos países americanos da era moderna foram: duas biografias do matemático brasileiro Júlio César de Mello e Souza, o episódio da *revolta do quebra-quilos* no Brasil e uma demonstração do teorema de Pitágoras feita pelo ex-presidente norte americano James Garfield. Já as menções a *Rússia e demais países do Leste Europeu* estão relacionadas ao artista Wassily Kandinsky e ao trabalho do

matemático Christian Goldbach. O cálculo da divisão do território brasileiro por Portugal e Espanha em 1494 proposta ao estudante é o elemento histórico relacionado à América Colonial. Chama a atenção que as inserções que contemplam o Brasil, países americanos, América Colonial praticamente não abordam práticas matemáticas. E não há menções a Europa Ibérica, o que também surpreende dada a relação muito próxima de Portugal e Espanha com o desenvolvimento histórico do Brasil e da América Latina.

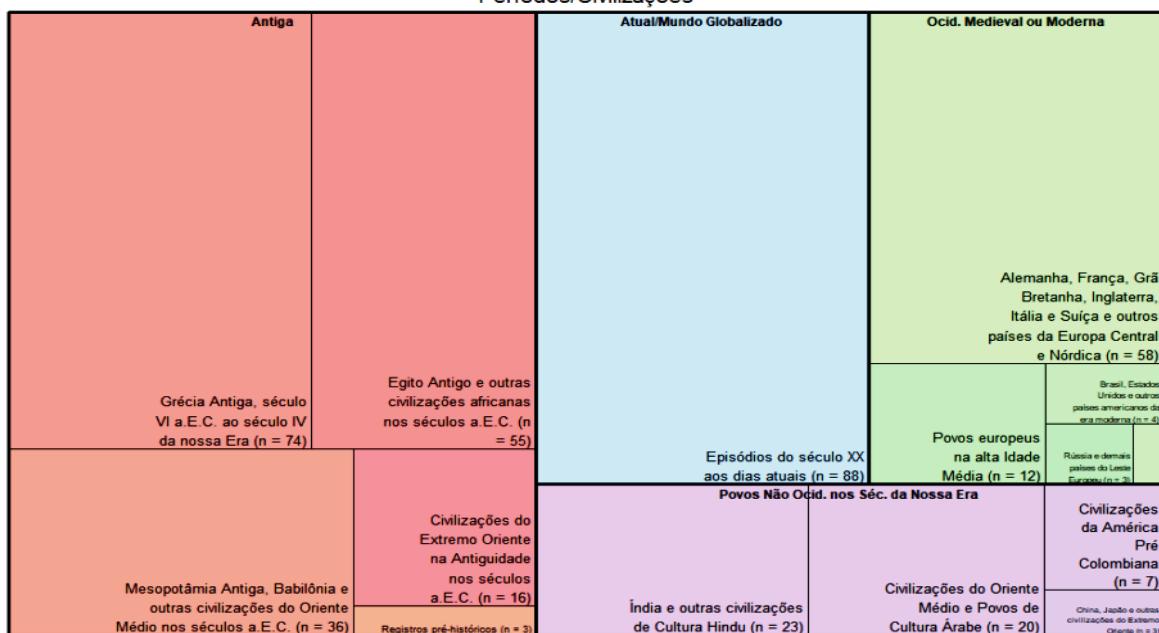
A quarta questão, *período geral tempo atual/mundo globalizado* que corresponde *do século XX aos dias atuais*, possui apenas uma opção de registro, a opção *sim*. Houve 88 menções classificadas nessa opção.

Vale ressaltar que foram registrados no referido período não somente menções contempladas no período acima citado, mas também as inserções que mostram o desenvolvimento de conceitos até culminar na forma em que são abordados atualmente (e.g. Figura 8). Outra observação a ser feita é que não foi possível identificar as civilizações e territórios relacionados ao período citado.

5.3.1 Coordenadas de espaço e de tempo: resumindo ideias.

Com o auxílio do treemap (Figura 10) serão apresentados os quantitativos de menções de todos os períodos e civilizações destacados anteriormente.

Figura 10: Proporção de frequência de HdM nos Períodos/Civilizações
Períodos/Civilizações



Fonte: Dados coletados na pesquisa.

Ao se observar as proporções das áreas do gráfico, nota-se que a maior área do gráfico corresponde a história Antiga, o que sugere a predileção dos autores em realizar abordagens históricas relacionadas aos períodos/civilizações inseridas na referida época. Outra observação feita são os grandes espaços que representam as frequências de menções à civilização da Grécia Antiga e a povos europeus, em diferentes períodos. A soma do quantitativo de tais frequências, totaliza de 147 menções. – Grécia antiga (74); alta Idade Média – do século XI ao XV (12); Europa Central e Nôrdica – do século XVI ao XIX (58) e Leste Europeu – do século XVI ao XIX (03) – Considerando-se as 17 inserções que mencionam a civilização romana antiga, que não estão contabilizadas no gráfico, esse quantitativo alcança o número de 164 menções. Esses dados apontam para uma tendência já esperada: os autores de livros didáticos analisados retratam uma HdM eurocêntrica. Toma-se aqui a liberdade de considerar como uma perspectiva eurocêntrica, o alto quantitativo de inserções que citam a Grécia Antiga, mesmo sabendo que os territórios ocupados por esta civilização iam muito além da atual Grécia. Em adição, os europeus se consideram e se auto intitulam legítimos herdeiros da cultura helênica (ROQUE, 2012, p. 20).

Outra grande área observada se refere ao mundo atual/mundo globalizado, o número de inserções que mencionam esse período indica um esforço por parte dos autores dessas coleções em abordar os desenvolvimentos mais recentes da Matemática. Não é possível identificar nessa questão o local em que aconteceram os episódios.

Outro fato a ser ressaltado, é a quantidade de menções relativas às civilizações egípcias/africanas. Embora haja 55 menções a essas civilizações, a maioria delas se referem à civilização egípcia e, geralmente, não é ressaltado aos estudantes que o Egito faz parte do continente africano. Inserções como estas podem oportunizar uma discussão sobre o continente africano. É importante esclarecer que a África não é um país negro e pobre, como é pensado por muitos, e sim, um continente com diversos países, povos, culturas, histórias e realidades sociais. Tais inserções, que trazem um exemplo de uma cultura africana e sua contribuição para o desenvolvimento da matemática, oferecem um cenário para o cumprimento da Lei 10.639. Essa lei, promulgada em janeiro de 2003, estabelece a obrigatoriedade de abordar temáticas sobre história e cultura afro-brasileira.

5.4 OUTROS ELEMENTOS LISTADOS NA INSERÇÃO

O grupo de perguntas do questionário que visa listar Outros Elementos Mencionados na Inserção é composto por 3 questões, a saber: 1) *Quais são os personagens (questão objetiva);* 2) *os títulos dos livros, documentos históricos, tratados, periódicos ou publicações;* 3) *os nomes de instituições de ensino ou pesquisa mencionados na inserção.* O Bloco ainda contém a opção *Outros* para listar os personagens mencionados nas inserções que não foram contemplados nas opções objetivas.

5.4.1 Personagens mencionados nas inserções

Como mencionado anteriormente (Seção 4.2), foi inserido no questionário, na forma de opções objetivas, uma lista com 38 nomes de personagens históricos, matemáticos ou não, suscetíveis a menção nas inserções de HdM nos livros didáticos. Estes nomes foram listados a partir do pequeno estudo piloto realizado com o objetivo de evitar respostas abertas e grafias variadas dos nomes dos personagens no questionário (TEIXEIRA & BERNARDES, 2021).

Houve 143 menções aos 38 personagens listados no questionário e na opção *outros* 100 personagens diferentes foram citados 145 vezes em 80 inserções. Assim, foram contabilizados 288 nomes de personagens históricos. Vale lembrar que, uma inserção pode conter diversos nomes de personagens e os nomes podem se repetir em outras inserções. Na Tabela 8 estão dispostos os nomes mais mencionados nas inserções. A lista completa dos nomes encontra-se no apêndice Z.

Tabela 8: Personagens com três ou mais menções nas inserções

Nº	Personagem histórico	Nº	Personagem histórico
16	Euclides (de Alexandria)	4	Leibniz, Gottfried Wilhelm
13	Pitágoras	3	Ahmes
12	Al-Kwarizmi	3	Amaral, Tarsila
12	Arquimedes	3	Da Vinci, Leonardo
10	Tales de Mileto	3	Diofanto
9	Bhaskara	3	Eudoxo de Cnido
8	Escher	3	Galilei, Galileu
7	Descartes	3	Heródoto
7	Fibonacci (ou Leonardo de Pisa)	3	Hiparco de Nicéia
6	Euler, Leonhard	3	Kandinsky, Wassily
5	Aristóteles	3	Ptolomeu, Cláudio
5	Viète, François	3	Sanzio, Rafael
4	Cardano, Girolano	3	Rhind, Alexander

Fonte: dados coletados na pesquisa

Um fato que chama atenção é que, dentre os 138 personagens mencionados nas inserções, 110 são europeus, o que representa cerca de 80% dos nomes citados. Embora haja episódios que façam menção a personagens de outras nacionalidades como egípcios, árabes, indianos, norte-americanos, chineses, brasileiros, sul-africanos e iranianos; de forma geral, o número de menções a esses é muito inferior às referências feitas aos europeus independentemente do local e época de sua origem. Especificamente em relação a brasileiros, foram identificados o total de 7 nomes e 10 menções, são eles: os artistas plásticos Alexandre Mancini, Cândido Portinari e Tarsila do Amaral; o pintor e fotógrafo Geraldo de Barros; o tradutor e crítico, Guilherme Almeida e os matemáticos Artur Avila e Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan). Entretanto, apenas o trabalho do matemático Júlio César é mencionado em uma inserção. Outra observação feita foi que entre todos os personagens mencionados apenas duas são mulheres: a artista plástica brasileira Tarsila do Amaral e a matemática iraniana Maryam Mirzakhani – a primeira mulher a ganhar a medalha *Fields*.

5.4.2 Obras mencionadas nas inserções

Na segunda pergunta do bloco que busca identificar quais são os livros, documentos históricos, tratados, periódicos ou publicações mencionadas nas narrativas das inserções, foram identificados 32 diferentes títulos em 43 inserções. Algumas inserções citam mais de uma obra. Assim, há 59 menções explícitas a tais títulos que correspondem a cinco tipos de obras: papiros, livros, artigos, tratados e jornal. Quanto ao quantitativo de menções por título, 8 obras foram citadas mais de uma vez (Tabela 9). E os demais 24 títulos foram mencionados apenas uma vez. A lista completa de obras pode ser vista no apêndice AA

Tabela 9: Obras mencionadas duas vezes ou mais nas inserções

Obras mais citadas	Total
<i>Papiro de Rhind</i> ou <i>Papiro de Ahmes</i>	9
<i>Os elementos</i> , autor Euclides	8
<i>Hisab al-jabr al-muqabala</i> , autor Al-Khwarizmi	5
<i>Lilavati</i> , autor Bhaskara	4
<i>Nove capítulos</i> (ou <i>Chui-Chang Suan-Shu</i>)	3
<i>A Métrica</i> , autor Heron de Alexandria	2
<i>Aritmética</i> , autor Diófano	2
<i>O Homem que calculava</i> , autor Julio Cesar de Melo e Souza	2

Fonte: dados coletados na pesquisa.

As menções aos títulos identificados nas inserções estão, em sua maioria, relacionadas a abordagem histórica de conceitos, como o Papiro de Rhind, a Aritmética de Diofanto e o Hisab al-jabr al-muqabala de Al-Khwarizmi apresentados em uma inserção voltada ao relato da história da álgebra e das equações algébricas. Em outras inserções, as obras foram explicitadas ao expor a biografia de seus autores, como a obra o *Homem que calculava* – de autoria do matemático Júlio César de Mello e Souza – que é evidenciada em 2 inserções, contendo informações biográficas do autor.

Há também inserções cujos elementos históricos contidos nas obras mencionadas foram utilizados para exibir problemas históricos e suas resoluções, da forma como era utilizada na época de sua criação ou da forma da matemática atual. Um exemplo desse uso das fontes históricas citadas pode ser visto em uma inserção que menciona a obra *Métrica*, de autoria de Heron de Alexandria, que é composta por três livros. Segundo é observado nessa inserção, no livro I encontra-se a fórmula de Heron para a área de regiões triangulares em função de 3 lados. A seguir, é exibido um exemplo resolvido utilizando a referida fórmula e é proposta uma atividade para o estudante (GIOVANNI JR; CASTRUCCI, 2018, 9º ANO, p. 42).

Alguns títulos causaram estranheza à primeira vista por serem mencionados em inserções de HdM, como o Jornal *O Imparcial*, *A Vingança do Judeu* e o *Manual Domesday book*. O Jornal *O imparcial* é citado ao apresentar a biografia do matemático Júlio César de Mello e Souza. A Inserção relata que nesse jornal foi publicado seu primeiro artigo com título *A Vingança do Judeu*, com o pseudônimo de R.S. Slade, suposto autor famoso americano. Depois, houve mais 4 publicações de outros artigos com o mesmo pseudônimo no mesmo jornal. Quanto ao *Manual Domesday Book*, ele é citado em uma inserção que aborda um pouco da estatística. No texto é explicitado que esta obra contém o resumo de um levantamento estatístico de terras, dos proprietários dessas terras e como elas eram utilizadas, dentre outros. O levantamento foi requisitado pelo rei Guilherme. No ano de 1085, na Inglaterra. Os resultados da pesquisa serviram de base para cálculos de impostos.

Quanto à nacionalidade dos autores das fontes históricas mencionadas nas inserções, observa-se que, dentre os 32 títulos, 18 são de autores europeus; quatro títulos são brasileiros (todos do autor Júlio Cesar de Mello e Souza); 4 de origem indiana; 3 de origem egípcia; 2 chineses e 1 de origem árabe. Considerando o quantitativo da origem dos demais títulos, 18 títulos é uma quantidade muito

expressiva, porém, não surpreendente, pois a cada questão analisada confirma-se a abordagem eurocêntrica das inserções de HdM nas coleções avaliadas.

Também chama a atenção a diferença entre o quantitativo de nomes citados (289 menções) e de obras citadas (59 menções) – mais que o quádruplo. Há uma preferência por citar nomes, o que mostra uma tendência de personalizar a história da matemática nas narrativas. Citar as contribuições dos matemáticos por meio de suas obras é algo positivo, mas mais enriquecedor para a aprendizagem seria explorar as práticas registradas nessas obras

5.4.3 Instituições de ensino ou pesquisa mencionadas nas inserções

Quanto aos nomes das instituições de ensino ou pesquisa que são mencionadas na inserção, foram registrados 9 nomes. Sendo 4 desses centros de pesquisas instituições históricas, como a escola pitagórica (2 menções) a escola de Alexandria (1 menção) e Academia de Atenas (1 menção). De forma geral, esses centros de estudos foram relacionados a biografia de Pitágoras e a crise dos irracionais; a biografia de Euclides e de Platão respectivamente. As demais instituições citadas, Universidade de Santa Clara (EUA); Universidade da Pensilvânia (EUA); Escola de Arte Moderna Bauhaus (Alemanha); Academia de Belas-Artes de Dusseldorf (Alemanha); Museu Britânico em Londres (Inglaterra) e Universidade de Gottingen (Alemanha), foram mencionadas apenas uma vez.

5.4.4 Outros elementos mencionados na inserção: resumo de ideias

Os resultados observados denunciam uma tendência eurocêntrica e masculina nas narrativas históricas dos livros didáticos analisados. Essa característica pode ser influenciada pelas fontes históricas utilizadas para a redação dos textos. Como mencionado anteriormente, alguns dos livros que são referência em HdM apresentam uma perspectiva eurocêntrica ao interpretar os fatos históricos (ABREU, et al., 2021).

Foi surpreendente o fato de somente 2 mulheres (04 menções) terem sido citadas, sendo que somente a Maryan é matemática. Embora o texto da inserção tenha destacado que ela foi a primeira mulher a receber a medalha *Fields*, nada foi mencionado a respeito de suas contribuições e das áreas que ela se destacou na matemática. Esse resultado vai ao encontro de discussões que denunciam a desigualdade de gêneros na Matemática e nas ciências ditas exatas (e.g., BARROW-

GREEN, 2019; BEZERRA, 2020; MARTINEZ et. al., 2020). Tais fatos apontam para a matemática como uma ciência predominantemente masculina e indica que as narrativas históricas das coleções analisadas não valorizam a contribuição das mulheres no desenvolvimento da matemática (TEIXEIRA; BERNARDES, 2021).

É fundamental que os autores de livros didáticos se mobilizem para apresentar as contribuições das mulheres no desenvolvimento das ciências e em outras áreas. Pois, a representatividade das mulheres no ambiente escolar é de suma importância, como várias pesquisas vêm debatendo acerca deste tema (e.g., BARROW-GREEN, 2019; BEZERRA, 2020; MARTINEZ et. al., 2020). Nesse sentido, Martinez et al. (2020), explicita que a representatividade das mulheres serve de incentivo a muitas meninas e mulheres para prosseguirem seus estudos, por isso é preciso que elas conheçam as mulheres que lutaram e conquistaram seus espaços. Assim, prossegue a autora, é preciso que sejam destacadas também as contribuições femininas para o desenvolvimento da matemática, da mesma forma que são destacadas as contribuições dos homens. Nesse sentido, Bezerra (2020) destaca que exibir a matemática como uma ciência masculina sem considerar as contribuições das mulheres em desenvolvimento é deixar uma lacuna na HdM e “combater os estereótipos é combater as relações autoritárias e promover a igualdade de condições entre homens e mulheres para a aprendizagem da matemática” (BEZERRA, 2020, P.10)

5.5 IMAGENS DAS INSERÇÕES

O bloco de perguntas *Iconografia das inserções* tem como objetivo investigar e quantificar os tipos gráficos (fotografia, gravura, fac-símile ou outros) e o conteúdo das imagens (e.g. desenho ou pintura de pessoas, estátua de pessoas, construções, ruínas ou túmulos, dentre outros) apresentadas nas inserções. Esta parte do questionário, também possui um bloco de perguntas que demandam respostas discursivas e permitem descrever os conteúdos das imagens apresentadas junto às inserções de HdM dos livros avaliados.

A primeira pergunta *tipos gráficos de figuras* que aparecem na inserção buscam quantificar e identificar os processos usados para compor ou capturar as imagens exibidas nas inserções de HdM. Para tal, são apresentadas 5 opções de registro a saber: a) Gravura; b) Fotografia, c) Fac-símile; d) outros tipos. Como critério para a

identificação e registro dessas opções considerou-se como gravura, além das próprias gravuras, xilogravuras e litogravuras – segundo descrição das legendas das figuras – desenhos, ilustrações e pinturas (Figura 2). Como fotografia, foram classificadas imagens como fotos e retratos, ou seja, imagens obtidas através de registros fotográficos (Figura 3, Figura 5 e Figura 8). Já a opção fac-símile corresponde às imagens de livros, tabletas, papiros e documentos históricos que destacam o objeto exibido sem interferência da paisagem (Figura 11). Em cada opção, foi registrado o quantitativo de figuras correspondente (1, 2, 3 ou mais).

Figura 11: Exemplo de imagem classificada como fac-símile



Fonte: Matemática Bianchini, 6º ano, 2018 p. 13.

Em outras palavras, as imagens que correspondem a fac-símile são as imagens que receberam algum tipo de tratamento gráfico para que fossem mostrados somente o objeto e seu conteúdo, conforme pode ser visto na figura 11. A opção *Outros* contemplam outros tipos gráficos que não foram contemplados nas opções objetivas do questionário. Após as considerações acima realizadas, será verificado o quantitativo dos tipos gráficos das imagens contidas nas inserções (Tabela 10).

Tabela 10: Tipos gráficos quantitativo total e por coleção

Fotografia		Gravura		Fac-símile	
Nº	Total	Nº	Total	Nº	Total
1	62	1	42	1	12
2	12	2	18	2	1
3	6	3	10	3	-
Mais	11	Mais	47	Mais	1
Total aprox.	148	Total aprox.	296	Total aprox.	18

Fonte: dados coletados na pesquisa.

As 219 inserções identificadas nos livros didáticos analisados apresentam um número expressivo de imagens. É importante salientar que nem todas as figuras registradas são relativas a HdM, contudo, elas fazem parte do contexto da inserção. Os números acima apresentados sugerem uma intenção, por parte dos autores, de ilustrar os elementos históricos inseridos nas coleções. O maior número de figuras registradas foi na opção *gravura* (com, pelo menos, 296), embora, a opção *fotografia* também tenha tido muitas ocorrências. Já a opção *fac-símile* poderia ser mais explorada, pois nela são registradas as imagens de documentos históricos originais. É importante para os estudantes da escola básica, assim, como em todos os níveis do ensino, pois, tais fontes permitem aos estudantes perceber, por exemplo, diferentes processos do desenvolvimento das matemáticas; dos diferentes tipos de escrita e símbolos históricos, bem como a diversidade de tecnologias utilizadas para a escrita (e.g. a escrita cuneiforme em tabletas de argila, uso de tinta para a escrita em papiros), utilizados por diferentes povos em diferentes épocas para registrar seus pensamentos, fossem eles matemáticos ou não.

A segunda pergunta busca descrever o conteúdo das figuras com o intuito de verificar quais são os tipos de conteúdo privilegiados pelos autores de livros didáticos. Antes de apresentar os resultados relacionados a essa questão, vale ressaltar que se optou por exibir o quantitativo de aparições de cada opção de registro, pois em uma mesma inserção pode haver uma ou mais imagens que estejam relacionadas a mesma opção. Como exemplo temos, três imagens ilustram três diferentes demonstrações geométricas do teorema de Pitágoras cujas autorias são atribuídas a James Garfield (1831-1881), congressista norte-americano na época, ao matemático hindu Bhaskara e ao próprio Pitágoras (Dante, 2018, p. 190).

Outra observação a ser feita é quanto ao número de imagens relacionadas aos *Diagramas ou gráficos matemáticos*, *Operações matemáticas* e *Outros*. Não foi possível contabilizar o número de imagens de tais opções. Pois para alguns conteúdos destacados anteriormente são exibidos mais de uma imagem.

A descrição das opções de classificação e o número de aparição dessas opções serão dispostas na tabela 11, a seguir.

Tabela 11: Quantitativo de conteúdo das figuras

Conteúdo das imagens	Aparições
<i>Desenho ou pintura de pessoas</i>	90
<i>Diagramas ou gráficos matemáticos</i>	48
<i>Imagens que ilustram operações matemáticas</i>	38

<i>Livros, manuscritos, papiros ou tablets</i>	22
<i>Construções, ruínas ou túmulos</i>	22
<i>Instrumentos de medida, de desenho ou de cálculo</i>	15
<i>Mapas de territórios</i>	15
<i>Estátua de pessoas</i>	7
<i>Outros</i>	83

Fonte: Dados coletados na pesquisa

Embora a opção *Outros conteúdos* na pergunta que se refere ao que é mostrado nas imagens das inserções tenha tido o maior número de registros, ela será comentada mais adiante. Serão apresentadas primeiro as demais opções.

Antes, porém, ressalta-se que foram classificadas como *desenho de pessoas*: ilustrações, obras de arte e fotografias que retratam pessoas. As 90 imagens de pessoas exibidas em 69 inserções – algumas inserções possuem mais de 1 imagem e algumas delas se repetem – dividem-se da seguinte forma: 30 são ilustrações de pessoas; 5 fotografias; 9 obras de arte e 46 imagens de personagens específicos.

As ilustrações mostram pessoas desempenhando algum tipo função como, por exemplo, medindo com seu corpo comprimentos como côvados, cíbitos, palmos e passos; introduzindo algum conteúdo ou conversando sobre questões propostas na inserção; pintando animais em uma caverna, sugerindo formas de registros pré-históricos e outros.

As imagens mais recorrentes são as ilustrações dos estiradores de corda do Egito (4). Nessas inserções eles são chamados de medidores de terras, harpedonaptas, estiradores de corda do antigo Egito e agrimensores. Já as fotografias contêm mais de uma pessoa, porém sem destacar nenhuma delas. As 9 obras de arte foram registradas nessa opção, por apresentar imagens de seres humanos em sua composição. Sendo que duas obras: A última ceia e a Escola de Atenas foram registradas duas vezes cada uma.

As 46 imagens específicas de um determinado personagem, seja ele matemático ou não, retratam 32 personagens distintos. Os personagens com o maior número de imagens exibidas nas inserções são: Arquimedes (6 imagens); René Descartes (4 imagens); Euclides, François Viète, Galileu Galilei, Gerolamo Cardano, Leonhard Euler, e Tales de Mileto (2 imagens cada um). Todos os demais personagens tiveram sua imagem exibida somente uma vez. Dentre eles, destacam-se Artur Ávila, Maryam Mirzakhani, Júlio César de Mello e Souza e Tarsila do Amaral. Os personagens foram retratados em diversas formas, como xilogravura, mosaico,

óleo sobre tela e ilustração artística. A lista completa dos personagens encontra-se no apêndice AA.

A fim de investigar quais são os personagens mais retratados nos livros investigados, destaca-se a questão *Estátua de pessoas*. Foram identificadas 07 estátuas que correspondem a 5 obras diferentes relacionadas a 4 personagens distintos. O quantitativo de imagens divide-se da seguinte forma: Pitágoras, busto em mármore (3) e estátua (1); Heródoto, busto (1); Doríforo, escultura em mármore (1) e Al-Khwarizmi, estátua na cidade de Khiva-Uzbequistão (1). Assim, para verificar quais personagens históricos foram mais retratados e a forma com que foram retratados nas coleções analisadas, foi criada a tabela (12) abaixo.

Tabela 12: Personagens mais retratados

Personagem	Formas em que foram retratados	Aparições
Arquimedes	Ilustração artística / Xilogravura, 1547 / Óleo em canvas. C. 1750. Giuseppe Nogari. / Mosaico do século III a.C.	6
Estiradores de corda	Ilustração	4
Pitágoras	Busto de mármore de Pitágoras (3) / Monumento a Pitágoras, ilha de Samos, Grécia.	4
René Descartes	Retrato c. 1649. Frans Hals. Óleo sobre tela, 77,5 cm X 68,5 cm.	4
Al- Khwarizmi	Pintura / Estátua na cidade de Khiva, Uzbequistão.	2
François Vietè	Retrato gravado em madeira, autor desconhecido. C. 1540. 14,2cm x 21,3 cm / Ilustração	2
Galileo Galilei	Gravura. 1830. Samuel Sartain de uma pintura de H. W. Wyatt. Quadro de 1636. Retrato.	2
Gerolamo Cardano	Óleo sobre tela, 19,2 cm x 27,8 cm. 1876. Retrato. Litografia. 1876. Ricardo Marti.	2
Leonhard Euler	Óleo sobre tela. 1780. Joseph Friedrich August Darbes, 61,3 cm x 47,3 cm/ Ilustração	2
Tales de Mileto	Ilustração	2

Fonte: Dados coletados na pesquisa

A lista de personagens mais retratados considerando as diferentes formas em que foram retratados, não foi muito diferente da lista de personagens que tiveram suas imagens contabilizadas em desenho de pessoas. Porém, houve a adição do nome de Pitágoras e de dois outros personagens não europeus: os estiradores de corda do Egito e Al-Khwarizmi.

Parte-se agora para os resultados relativos aos *Diagramas ou Gráficos matemáticos* e *Imagens de operações matemáticas*. Antes, porém, algumas considerações são necessárias. A classificação em tais opções não foi, em muitos casos, trivial. Algumas imagens embora sugerissem ser diagramas, também poderiam ser consideradas como uma operação matemática. Como exemplo tem-se as

ilustrações do processo geométrico para a resolução de equações do 2º grau ou método de completar quadrados, geralmente relacionado ao nome de Al-Khwarizmi. São apresentados uma sequência de retângulos e quadrados até a conclusão do método que à primeira vista corresponde a um diagrama, porém, o método foi considerado como operação matemática pois a sequência de figuras geométricas compõe uma construção geométrica usada na resolução da equação do 2º grau.

Assim, após diversas ponderações e discussões, entre elas discussão na reunião do Grupo CHEMat, concluiu-se que seriam considerados como diagramas e gráficos: os gráficos propriamente ditos; as sequências e esquemas mostrando acréscimos, decréscimos ou mudanças relacionadas a um determinado tópico e as figuras geométricas que expusessem suas características. Tem-se como exemplo de diagramas nesse contexto, os diagramas de Venn, as tabelas contendo as modificações que ocorreram com os números indo-árabicos, a sequência de Fibonacci, uma circunferência destacando seu diâmetro e raio ou um triângulo descrevendo sua base e altura.

Com intuito de melhor organizar a apresentação dos resultados, as figuras geométricas foram apresentadas segundo o número de aparições, seguindo disposto na tabela 13.

Tabela 13: diagramas matemáticos apresentados nas inserções

Aparições	Elemento	Descrição
13	Figuras geométricas diversas	Cubo (vértice, face e aresta); triângulos (base, altura e lados); quadrado (lado l e diagonal d); quadrados representando 2^2 , 4^2 , 6^2 , 8^2 e 16^2 ; Retângulo representando a identidade ($a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; retângulo ilustrando a área y do retângulo em função de x; retângulos (bases e alturas); triângulos e retângulos formando mosaicos egípcios; pentágono regular estrelado (razões entre os segmentos); Triângulo de Penrose; triângulos (medida dos lados) e quadrados mágicos (<i>lo-shu</i> , soma chinesa antiga).
9	Círculos e circunferência	Círculo com 4, 8 e 16 lados inscritos, quadratura do círculo, Localização de dois pontos diferentes planos; representações das cordas de Ptolomeu; ângulos de 1º na circunferência, diâmetro e raio.
9	Tabelas e sequências	Quadro com a escrita de 1 a 10, do sistema de numeração, egípcio, babilônico, romano, chinês, maia e no nosso sistema; quadro contendo um determinado século em nº romano e o período correspondente em numeração indo arábico; Sequência com as transformações sofridas pelo sistema de numeração 48 indo-arábico do século XII a representação atual; Sequência de reprodução de coelhos formando a sequência de Fibonacci; tabela de números primos; tabela de números triangulares; sequência ilustrando os números romanos representados pelos dedos das mãos.
4	Fractal	Diagrama de cubos e segmentos de reta formando fractais.

4	Polígonos inscritos e circunscritos	Dodecágono regular circunscrito, dodecágono regular inscrito, hexágono regular circunscrito e hexágono regular inscrito,
3	Esquema de construções	Construção da espiral de Teodoro, Pitágoras ou Einstein; procedimento para obtenção de alguns pontos de uma espiral de Arquimedes e Esquema geométrico construção da obra Função diagonal
2	Diagrama de Venn	Representação gráfica do diagrama, representação do domínio e contradomínio de uma função no diagrama.
2	Plano cartesiano	Coordenada e pares ordenados.
2	retas	Diagramas que ilustram grandezas (segmentos de reta) comensuráveis e incomensuráveis; reta contendo dois pontos no plano, construção com régua e compasso

Fonte: Dados coletados na pesquisa.

48 aparições de *Diagramas ou gráficos matemáticos* entre 219 inserções é um número considerável, o que indica a preocupação dos autores em ilustrar graficamente o conteúdo histórico tratado. Vale lembrar que esse valor não corresponde ao número total de imagens relacionadas a essa questão, pois algumas sequências são formadas por várias figuras, como os fractais. O questionário não possui uma questão objetiva que permita quantificar o número de imagens de cada ocorrência e a autora na hora da coleta de dados não previu a necessidade de anotar descritivamente. Contudo, percebe-se que a maioria dos diagramas foram utilizados em inserções que abordam tópicos de geometria.

Da mesma forma em que foi necessário um critério para a classificação das imagens que representam *Diagramas*, foi feito um critério para classificar as operações matemáticas. Assim, foram consideradas como *Operações matemáticas* as figuras geométricas ou não cujas proporções são evidenciadas a fim de destacar operações de cálculos, razões, proporções, métodos e demonstrações ou ainda sequências e imagens utilizadas para demonstrar outras operações de natureza matemática. Houve 38 aparições de imagens classificadas nessa questão que foram organizadas por elementos históricos, conforme dispostas na tabela 14.

Tabela 14: Operações matemáticas apresentadas nas inserções

Aparições	Elementos	Operação matemática
5	Número de ouro e razão áurea	Construção de retângulos áureos com régua e compasso, relação do comprimento dos quadrados que formam o retângulo áureo com a sequência de Fibonacci, proporção entre lados, divina proporção em segmentos de reta.
4	Estiradores de corda do Egito	Cálculo de áreas no Egito Antigo.

4	Frações no Egito antigo	Representação e soma de frações unitárias
4	Método de Tales de Mileto	Método para calcular distância por semelhança de triângulos e proporção.
3	Método de completar quadrados	Ilustração do método de completar quadrados usado pelos babilônios, árabes e hindus.
3	Teorema de Pitágoras	Demonstração geométrica (método Pitágoras e Garfield, Bhaskara).
2	Gelosia	Método hindu de multiplicação
2	Método de Arquimedes	Método da Exaustão para cálculo de áreas
2	Método da falsa posição	Resolução de problemas.
2	Método de Pitágoras ou Pitagóricos	Pedrinhas compondo os números quadrados, sequência numéricas formadas por pedrinhas
2	Cordas de Ptolomeu	Representação na semicircunferência e tabela atual
1	A história dos irracionais	Razão entre segmentos de reta, divisão de segmentos em unidades (u).
1	História da Geometria	Sequência de potências descrevendo matematicamente o procedimento para obter o fractal esponja de Menger.
1	Operações com régua não graduada e compasso	Soma, subtração, multiplicação e divisão de segmentos de reta e de ângulos usando régua não graduada e compasso.
1	Os elementos de Euclides	Enunciado da identidade $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ no livro II.
1	Padrões geométricos	Diferença entre dois quadrados perfeitos consecutivos, representação geométrica.

Fonte: Dados coletados na pesquisa

As 38 operações correspondem a 16 elementos históricos distintos. Sendo que 10 das 16 elementos se referem a geometria (da mesma forma que os diagramas) e ainda são em sua maioria relacionados à Grécia Antiga, o que não causa surpresa por essa ser a civilização que apresenta o maior número de episódios. As operações mais recorrentes são as que abordam a razão áurea, a forma com que eram feitas as medições de terra no Egito Antigo, as representações e somas de frações unitárias também no Egito antigo.

Quanto às imagens de *Construções, ruínas ou túmulos* houve o total de 29 aparições. As imagens de construções mais recorrentes nos livros didáticos verificados foram: i) pirâmides (10), todas em referência ao Egito; ii) o Parthenon (3), que foram apresentadas nas abordagens sobre a razão áurea; iii) túmulos (2) – túmulo de Ludolph van Ceulen e de Diófano; iv) torres (2) – Torre de Pisa, Itália e Torre Mosfilm, na Rússia; v) templos (2) – Templo de Karnak e Templo de Kom Ombo, ambos no Egito. A lista completa será apresentada nos apêndices AC.

Quanto às duas construções mais referenciadas, observou-se que 5 das 10 figuras de pirâmides egípcias foram utilizadas em inserções que discorriam sobre Tales e/ou seu método de calcular a altura de uma pirâmide. Já as figuras do *Parthenon*, na Grécia (3) foram em sua totalidade utilizadas para ilustrar conteúdos sobre a razão áurea. Duas construções brasileiras são mostradas em duas inserções diferentes: o Museu de Arte de São Paulo (MASP) e o Centro Cultural do Banco do Brasil (CCBB), de Brasília. O MASP, juntamente com o Panteão de Roma, na Itália, e as Pirâmides de Gizé, no Egito, são utilizadas para ilustrar o uso de triângulos e quadriláteros na arquitetura ao longo do tempo devido a funcionalidade dessas formas geométricas. Já a fotografia do CCBB revestida com retângulos característicos das obras de Piet Mondrian foi apresentada na página de introdução do capítulo do livro didático sobre o estudo dos quadriláteros. (BIANCHINI, 2018, p.190)

Destaca-se agora as imagens dos *Instrumentos de medida, de desenho ou de cálculo* mostradas nas inserções. Houve a ocorrência 33 de instrumentos de cálculo, dentre os quais 17 são instrumentos históricos e 16 são instrumentos usados em nosso cotidiano, segundo descritos na tabela 15.

Tabela 15: Instrumentos históricos apresentados nas coleções analisadas

Aparições	Descrição	Observação
16	Instrumento atuais	Régua graduada (4), termômetro (3), calculadora (2), relógio (2), balança (1), marcador de combustível (1), metro de escalas (1), esquadro (1), jarra de medida (1).
8	Sistemas de medidas antigas	Passos longos, cíbito, mão ilustrando 1 polegada (2), ilustração de 1 jarda, um pé representando a medida de um passo, mão representando a medida de um palmo, corpo indicando as medidas de côvado, palmo e passo.
3	Máquinas	Máquina de Pascal ou Pascalina, Máquina Enigma (usada na segunda guerra mundial), Computador ENIAC (Universidade da Pensilvânia, Estados Unidos, 1946).

2	Calendário	Calendário egípcio no Templo de Kom Ombo e Calendário, Haab, calendário civil Maia.
4	Instrumento antigos	Compasso, régua não graduada, ilustração de fragmentos de cíbito padrão do antigo Egito e Quipo (Utilizado pelo povo inca para armazenar informações estatísticas).

Fonte: Dados coletados na pesquisa

Como mencionado acima, houve a ocorrência de 16 imagens de instrumentos que são utilizados na atualidade. Quanto aos instrumentos usados em diferentes povos, épocas ou culturas, ou seja, os instrumentos históricos, a princípio houve uma dúvida se era viável considerar as diferentes formas de medir usadas por diversas culturas utilizando o corpo ou apenas considerar os instrumentos que foram manufaturados. A conclusão final foi considerar tais sistemas usados para medir como instrumentos antigos, pois essas eram as práticas de medidas em épocas mais remotas. Evidenciar tais práticas podem conferir ao estudante o pensamento que mesmo na atualidade existem outras formas de realizar medições mesmo que não haja um instrumento desenvolvido com essa finalidade. Dessa forma, foram contabilizadas 8 aparições de medidas realizadas com mãos, pés, passos e outros que somados aos demais instrumentos históricos totalizaram 16 aparições de instrumento de medidas históricas.

Outra imagem identificada nas inserções foram 15 mapas que foram organizados e quantificados por região, segundo disposto na tabela a seguir (Tabela 16).

Tabela 16: Imagens de mapas nas inserções

Nº	Região	Especificação
2	África	Continente africano e parte do continente asiático (destacando o Egito) e mapa do Rio Níllo.
4	Brasil	Cantareira (SP) e regiões vizinhas; Rio Amazonas; Mapa dos fusos horários brasileiros e Mapa atual do Brasil reproduzindo, a divisão estabelecida pelo Tratado de Tordesilhas
3	Civilizações Antigas	Mapa de algumas das antigas civilizações (romanos, babilônios, chineses, maias, gregos, egípcios e hindus); Mapa da antiga civilização hindu: território (cerca de 2.500 a.C) e Região aproximada da Mesopotâmia e limites atuais
2	Rio Indo	Região onde está localizado o rio Indo.
4	Diversos	Mapa-múndi destacando um ponto na América do sul e outro na Ásia diferentes; Representação de um quarto do meridiano (2); mapa-múndi destacando E. Santo, Egito e China

Fonte: Dados coletados na pesquisa

O total de 15 mapas entre 219 inserções, representa uma quantidade baixa de mapas exibidos nas inserções. Os mapas permitem ao estudante localizar geograficamente os locais relacionados aos eventos narrados. Dentre os mapas apresentados nas inserções destacam-se os que mostram a localização de regiões relacionadas às civilizações antigas, dado que em muitas dessas regiões se localizam atualmente outros países. Outro mapa que merece destaque é o mapa do continente africano, destacando o Egito como parte desse continente. Como comentado anteriormente, a maioria das inserções relacionadas ao continente Africano abordam episódios do antigo Egito, porém sem relacionar o Egito ao continente a que pertence. É louvável a iniciativa do autor ao apresentar o referido mapa em uma inserção que aborda a história da fração no Egito antigo e sua relação com os estiradores de corda (Dante, 7º ano, 2018, p. 61).

Outras imagens apreciáveis nos livros didáticos referem-se aos *Livros, manuscritos, papiros ou tabletas*. Nesta pesquisa foram identificadas 22 imagens relacionadas a 11 documentos históricos distintos. Na tabela 17 será disposta a identificação e frequência desses elementos apresentados nas inserções.

Tabela 17: Livros, manuscritos, papiros ou tabletas apresentados nas inserções

Documento histórico	Total
Tábuas/tabletes mesopotâmios e sumérios	8
<i>Hisab al-jabr w'al-mugabalah</i> (Tratado sobre o cálculo de al-jabr e al-muqabala)	3
Papiro de Ahmes ou Papiro de Rhind	3
<i>Aritmética</i> , de Diofante, capa da obra, edição de 1621	1
Coleção de livros (sem identificação)	1
<i>Lilavati</i> , autor Bhaskara, fragmento do manuscrito	1
Os elementos, autor Euclides, capa da primeira tradução inglesa da obra de 1570	1
Osso de Ishango, aproximadamente entre 20000 e 18000 a.C.	1
Ossos com a escrita chinesa	1
Pedra com Losangos riscados (exemplar mais antigo de imagem feita homem)	1
<i>Zhou bi suan jing ou Chou pei suan ching</i> (O Clássico Aritmético do Gnômon e os Caminhos Circulares do Céu.)	1

Fonte: Dados coletados na pesquisa

As figuras mais recorrentes nessa opção foram as tábuas mesopotâmicas e sumérias, dentre as quais, destaca-se a tábua mais antiga: um tabletete sumério datado de 3.200 a.C, segundo a legenda que acompanha a imagem. As demais tábuas, em sua maioria de origem babilônica, são datadas de 2.000 a 1.600 a.C (e. g. tábua babilônica BM 13901 e Plimpton 322). O livro de autoria do matemático Al-Khwarizmi (3) e o papiro de Rhind (3), tiveram o mesmo número de figuras apresentadas. Nas

imagens relacionadas ao livro *Aritmética* de autoria de Diofanto é evidenciada a capa da edição de 1621 do livro e de *Os elementos* de Euclides também mostra a capa da edição inglesa de 1570 da obra.

Pontua-se novamente a importância de imagens como essas. A exposição de tais imagens e seus conteúdos permitem ao estudante emergir em contextos, tempos e lugares distintos onde não somente diferenciavam-se a escrita e as tecnologias, mas também os diferentes pensamentos matemáticos que conduziram o desenvolvimento da matemática.

Retornando a opção em que foram registradas todas as imagens que não se inseriram nas questões anteriores, foram contabilizadas 82 aparições de imagens diversificadas que foram organizadas segundo suas características. O total de aparições e as descrições serão apresentados na tabela 18.

Tabela 18: Imagens registradas em Outros

Aparições	Elemento	Descrição
20	Geométricos	Dados, estruturas triangulares, rodas e raios; linhas poligonais.
20	Obras de arte	Tapete azerbaijano do século XIX; Estandarte de Ur e obras de: Tarsila do Amaral, William Henry Hunt, M. C. Escher, Alexandre Mancini, Geraldo de Barros, Nikolaj Arndt, Wassily Kandinsky. Piet Mondrian e Paul Klee.
15	Diversos	Desenho de boneco de neve; de uma caravela no mar; duas garrafas com balão no gargalo; fotografia da flor de lótus; Medalha <i>Fields</i> ; teclas de calculadora; foto do Rio Nilo, Egito; Cometa <i>Halley</i> ; fotografia de um muro com a representação do π com diversos dígitos, ilustração de fazenda com casa, animais e duas pessoas; Ilustração do sol girando em volta da terra; 3 retângulos contendo enigmas e outros
12	Pré-históricos	Desenho de lascas de pedra; marcas em madeira; marcas em osso; mão cheia de pedrinhas; graveto; nós em corda; desenho de pedrinhas
10	Símbolos	Dois símbolos usados pelos maias para representar o zero, hieróglifos egípcios; símbolos da numeração babilônica, egípcia e romana, chinesa e guarani
5	Documentos antigos	Ilustração simulando fragmento de um documento antigo contendo problema do Papiro de <i>Rhind</i> (3) ou do manuscrito <i>Lilavati</i> (2)

Fonte: dados coletados na pesquisa

As imagens relacionadas a elementos geométricos correspondem às figuras geométricas em que não são apresentadas suas características, ou seja, a figura é disposta apenas para ilustrar algum fato narrado na inserção, por exemplo, a figura de um dado em inserção sobre jogos ou um pentagrama em inserção sobre os pitagóricos ou Pitágoras. Também foram relacionadas a essa categoria as imagens que mostram a aplicação de figuras geométricas em contextos diversos, como polígonos na arte, triângulos na vela de barco ou estruturas de ponte, entre outros.

Já as obras de arte, correspondem a todas as obras de arte em que foram utilizados elementos matemáticos em sua composição, no entanto, elas não evidenciam pessoas em suas imagens. Vale lembrar que, as obras de arte que destacam pessoas foram registradas na opção *Desenho de pessoas*. Foram registrados em diversos, as figuras que não se inseriram em um padrão específico. Assim como nos *elementos geométricos*, tais imagens ilustram algo relacionado a inserção, como a flor de lótus a um problema da obra *Lilavati* ou um boneco de neve em uma inserção que discorre sobre temperatura. As classificações referentes a elementos pré-históricos correspondem à ilustração de símbolos que diferentes povos possuíam para registrar quantidades antes do surgimento dos números, como nós em cordas, o uso de pedrinhas, lascas de madeira e outros.

Em *símbolos* se inseriram os símbolos utilizados para representar números ou a escrita de diferentes povos e culturas, como os indígenas guaranis, os maias, os egípcios, babilônios e romanos. E por último, foram classificados como documentos antigos ilustrações que simulam fragmentos de documentos antigos (papiro, livro, etc.) e apresentam problemas históricos, como a ilustração de um fragmento da obra *Lilavati*. Essas imagens não se constituíram como *Operações matemáticas*, porque são apresentados os problemas e não o processo com a operação de resolução dele.

A Maioria das imagens registradas em *Outras* se relaciona com a aplicação geometria e da matemática de forma geral em diversos contextos atuais, como estruturas de edificações e arte. Isso é satisfatório, pois propicia ao estudante perceber como a matemática se faz presente em diversas situações cotidianas e não apenas na sala de aula. Da mesma forma, é satisfatório o total de imagens que se referem aos registros pré-históricos, aos símbolos e a documentos antigos. É importante o estudante observar os diferentes processos utilizados por diferentes povos registrados no desenvolvimento da matemática.

5.5.1 Imagens das inserções: resumo de ideias

Antes de realizar algumas observações acerca das imagens contidas nas inserções é relevante ressaltar que, anteriormente, ao mencionar-se os personagens citados no texto das inserções, foi comentado acerca do registro de apenas dois nomes femininos: *Maryan Mirzakhani* e *Tarsila do Amaral*. Contudo, os nomes de *Hipátia*, *Parmênides* e *Pitágoras* são citados em uma legenda da obra *Escola de Alexandria* (Figura 5). As informações da legenda não foram citadas na redação da inserção, desse modo, tais nomes não foram registrados na contagem dos personagens históricos, ainda assim, considera-se essa menção bastante relevante e elogiável.

Foram contabilizadas pelo menos 462 figuras, o que confere aproximadamente duas imagens por inserção. Isto sugere que as inserções apresentadas nos livros analisados contêm um número considerável de imagens. Quanto às imagens dos personagens históricos, como já era até previsível, entre os mais retratados, mais uma vez verifica-se a tendência ao eurocentrismo e o predomínio de personagens masculinos. Já os *Livros e documentos históricos*, há apenas 18 imagens em um universo de mais de 464 imagens, que é um número pequeno. Este quantitativo sugere que a iconografia das inserções de HdM das coleções analisadas não valorizam a produção matemática. Os livros analisados apresentam um bom número de aparições de *Diagramas matemáticos* e imagens que ilustram *operações matemáticas*, que infelizmente não foi possível contabilizar o total das imagens. Embora também haja um número baixo de mapas nas inserções, é muito satisfatório ver mapas com a localização de civilizações e territórios antigos, pois muitos desses territórios se modificaram no decorrer dos anos por diversas questões. Um número que chamou a atenção foi a quantidade de registros na opção outros. Esse grande quantitativo sinaliza que as opções para os conteúdos das figuras precisam ser revistas no questionário.

5.6 CONTEÚDOS GERAIS E CONTEÚDOS ESPECÍFICOS

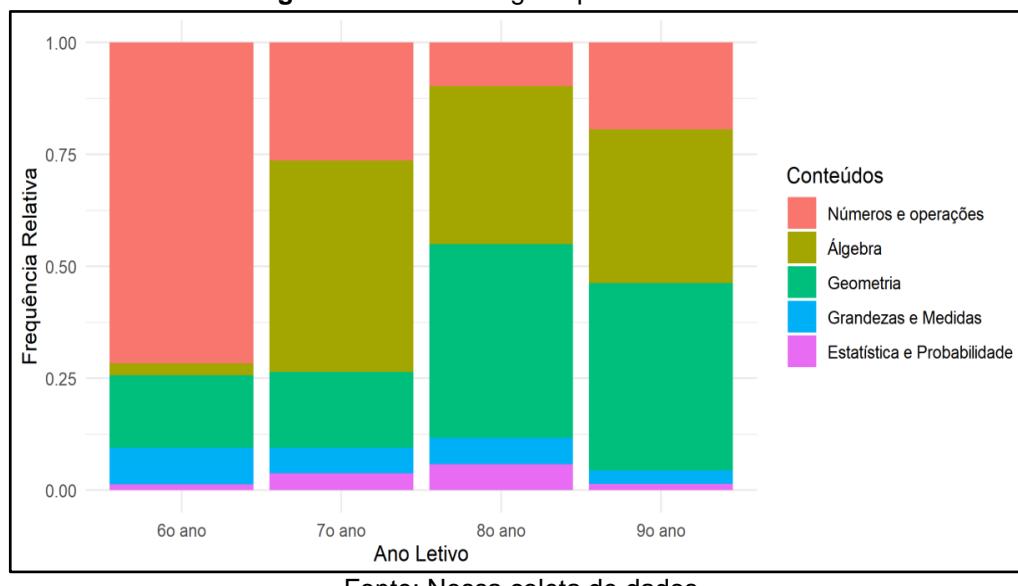
O bloco de perguntas *conteúdos gerais* e *conteúdos específicos* objetiva verificar em quais conteúdos matemáticos as inserções são apresentadas. O bloco apresenta cinco questões relacionadas aos conteúdos gerais (unidades temáticas): *números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; estatística e*

probabilidade. Estas são articuladas aos seus respectivos conteúdos específicos (objetos de conhecimento). O bloco também possui opções dissertativas que visam descrever outros conteúdos que não estavam listados.

Vale lembrar que, a articulação conteúdo geral e conteúdo específico disposta no Quadro 4 foi elaborada a partir da observação das articulações apresentadas na BNCC (BRASIL, 2018) acerca dos objetos de conhecimento e as habilidades (aprendizagens essenciais) que devem ser desenvolvidas pelos estudantes e a forma com que os autores de alguns livros didáticos fizeram tais associações (conforme detalhado no capítulo 4).

A classificação dos conteúdos foi feita segundo a descrição dos temas propostos para a unidade, capítulo ou seção no qual a inserção estava inserida. Para alguns registros foi necessário verificar o objeto de conhecimento na BNCC, por exemplo, uma inserção apresentada no capítulo *produtos notáveis* que não consta no questionário, equivale ao objeto de conhecimento “Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis” (BRASIL, 2018, p. 316), sendo então registrada em *Expressões Algébricas*. Ressalta-se que a questão não contempla os conteúdos apresentados na redação da inserção. A seguir serão dispostos a distribuição do conteúdo geral por ano/volume. (Figura 12).

Figura 12: Conteúdo geral por ano letivo



Fonte: Nossa coleta de dados

O conteúdo geral que mais evocou inserções no 6º ano é *Números e operações*. Neste ano escolar são trabalhados os sistemas numéricos, os conjuntos dos naturais e dos números racionais. Quanto ao sistema numérico, a BNCC assinala

que os estudantes devem adquirir a habilidade (EF06MA02), onde é destacado que o estudante deverá reconhecer as diferenças e semelhanças entre o sistema decimal e os outros sistemas numéricos. Dessa forma é indicada uma abordagem histórica para esse conteúdo mesmo de forma implícita.

O resultado do 6º ano é compatível com o fato de que o número de habilidades da unidade Números (13 de 34) é significativamente maior que o das outras unidades, assim é de se esperar que os livros dediquem mais páginas a essa unidade temática. Além disso, há uma habilidade nesta mesma unidade que evoca o uso da história.

Já no 7º ano, o resultado surpreende, pois há mais conteúdo em outras unidades, como Números e Geometria. Além disso, há duas habilidades que explicitam o uso da história (EF07MA03 e EF07MA33) e nenhuma delas está na unidade de Álgebra. No 8º ano, a BNCC lista 6 de 27 habilidades propostas para esta etapa escolar para a unidade *Estatística e Probabilidade*, no entanto, o resultado mostra poucas inserções relacionadas a esse conteúdo. Já para o 9º ano, o resultado não causou surpresa, *Geometria* é a unidade com mais habilidades propostas para esse ano. Não foram identificadas habilidades que explicitam o uso da história para essas etapas escolares.

A seguir, será observado a distribuição das inserções por conteúdos gerais (Tabela 19).

Tabela 19: Proporção de inserções por conteúdo geral e específico

Conteúdo geral	Conteúdo específico	Total
Números e operações	Números racionais	22
	Números naturais	19
	Sistemas de numerações	17
	Números reais	12
	Números inteiros	8
	Divisibilidade	7
	Contagem	-
	Total	85
Álgebra	Eq. polinomiais do 1º e do 2º grau	31
	Expressões algébricas	13
	Proporcionalidade	9
	Sequências	4
	Funções	4
	Propriedade de igualdade	2
	Razões	2
	Sistema de eq. polinomiais do 1º	2
	Linguagem algébrica	1
	Partição	-
	Total geral	68
	Geometria plana	12

Geometria	Circunferência	10
	Geometria nos triângulos	9
	Geometria espacial	9
	Relações métricas nos triângulos	8
	Construções geométricas	7
	Transformações geométricas	7
	Ângulos e retas	3
	Trigonometria nos triângulos	3
	Plano cartesiano	1
	Outros	2
	Total geral	71
Grandezas e medidas	Grandezas e suas medidas	9
	Figuras planas	5
	Medida da circunferência	-
	Ângulos	-
	Geometria espacial métrica	-
	Total geral	14
Estatística e Probabilidade	Estatística	5
	Probabilidade	2
	Total	7

Fonte: Nossa coleta de dados

Os *Números racionais* é o conteúdo específico de *Números e operações com o maior número de inserções*. Destaca-se a representação egípcia para frações como elemento recorrente nas inserções relacionadas a esse conteúdo. Quanto aos *Números naturais*, 16 das 19 inserções apresentadas estão contidas nos livros de 6º ano. Esse também é o ano em que são trabalhados os sistemas de numeração e todas as três coleções recorrem a sistemas numéricos egípcio, babilônico e romano para o desenvolvimento do tema. Já as 12 inserções relativas aos *Números reais* estão contidas nos livros de 9º ano, ano de escolaridade onde geralmente é apresentado o conjunto de números reais aos estudantes. As 8 inserções relacionadas a *Números inteiros* estão contidas no livro do 7º ano, ano em que a BNCC sugere o conteúdo e evoca o uso de história em sua apresentação. Já *Divisibilidade* tem a totalidade de inserções relacionadas a ela apresentadas no livro de 6º ano.

As *Equações polinomiais do 1º e 2º grau* são apresentadas, em sua maioria, nos livros de 7º (equação polinomial do 1º grau) e 9º ano (equação polinomial do 2º grau). O matemático *Bhaskara*, o papiro de *Rhind* e a obra *Hisab al-jabr w'al-mugabalah* são elementos históricos frequentes nas inserções relacionadas a esses conteúdos. Já as *Expressões algébricas*, 9 de 13 inserções são apresentadas nos livros do 8º ano. Algumas inserções destacam as contribuições de Viète e Descartes para o uso de letras para representar quantidades desconhecidas. Já

Proporcionalidade teve 05 inserções nos livros do 9º ano e 04 nos livros do 7º ano. *Sequências e Funções* possuem o mesmo número de inserções, sendo que os elementos históricos relacionados a sequências estão dispostos nos livros de 7º e 8º ano e todas inserções relacionadas a Funções de encontram nos livros do 9º ano, ano que é introduzido o conceito aos estudantes segundo a BNCC. *Propriedade de igualdade e Razões* apresentam um número aproximado de inserções, assim como *Sistema de equações polinomiais do 1º e Linguagem algébrica*.

Embora na BNCC não haja uma recomendação explícita sobre o uso da HdM relacionada a *Geometria*, esse conteúdo é o segundo maior em número de inserções. Onde 28 e 22 de 71 inserções estão contidas nos livros de 9º e 8º anos, respectivamente. Episódios da Grécia Antiga são apresentados em 31 inserções e variam da origem da geometria à métodos matemáticos usados por matemáticos gregos como Arquimedes, Pitágoras e Tales de Mileto. Os sete primeiros conteúdos específicos (segundo Tabela 20) possuem quantidade de inserções aproximadas. Por outro lado, *Ângulos e retas*, *Trigonometria nos triângulos* e *Plano cartesiano* são os conteúdos que possuem menos inserções em *Geometria*. Quanto à opção *Outros*, foram registradas duas inserções cujo tema abordado é descrito com *Geometria descritiva* e as opções do questionário não contemplam tal conteúdo.

Quanto às inserções relacionadas a *Grandezas e medidas*, estas são apresentadas na mesma proporção de todos os anos letivos, 2 em cada ano. Já *Figuras planas* possui 3 das 5 inserções no livro do 6º ano. Embora a habilidade (EF07MA33) evoque o uso de HdM, não foi identificada nenhuma inserção em unidade, seção ou tópico assim nomeada. Contudo há inserções em outros conteúdos (como em *Números*) que conta a história do número π e o relaciona com o comprimento da circunferência e seu diâmetro, pois como explicitado anteriormente os autores têm a liberdade de articular os conteúdos e habilidades. Como exemplo de elementos históricos relacionados ao conteúdo geral *Grandezas e medidas* temos Arquimedes e o caso da coroa do Rei Hierão II, episódios da criação de sistema métrico e unidade de medidas antigas como cíbito e outros.

Estatística e probabilidade foi o conteúdo que menos apresentou inserções de HdM em suas abordagens, embora haja 19 habilidades relacionadas a este conteúdo na BNCC. Das 5 inserções relacionadas à *Estatística*, 4 discorrem sobre a origem da estatística e 1 sobre a Teoria dos Jogos, destacando o matemático húngaro John von Neumann. As inserções são distribuídas por todos os anos letivos, sendo 2 delas em

livros do 8º ano. Quanto à Probabilidade, as 2 inserções relacionadas ao conteúdo (1 inserção em livro do 7º e outra em livro do 8º ano), apresentam aos estudantes a história dos jogos e da teoria das probabilidades, no qual o nome de Cardano é citado nas duas inserções.

5.6.1 Conteúdos gerais resumo das ideias

Como observado acima, na BNCC apenas 3 das 121 habilidades propostas para os anos finais do Ensino Fundamental evocam o uso da história da matemática. No entanto, os autores dos livros didáticos das coleções analisadas utilizaram a história da matemática em diversos conteúdos ao longo dos capítulos. Contabilizando todas as menções históricas, temos o total de 245 menções históricas utilizadas na apresentação dos conteúdos matemáticos: 34,70% relacionadas a *Números e operações*; 29,98% a *Geometria*; 27,75% a *Álgebra*, 5,71% a *Grandezas e medidas* e 2,86% a *Estatística e probabilidade*.

O Guia do PNLD 2020 apresenta considerações destacando algumas características gerais das coleções aprovadas. Além disso, o guia apresenta a análise de cada coleção. Na resenha geral, o guia destaca que “algumas obras apresentam a história da matemática relacionada ao desenvolvimento dos conjuntos numéricos.” (BRASIL, 2019, p.22). Na análise das coleções, é ressaltado que na coleção CM “O sistema de numeração decimal é apresentado por meio de uma contextualização histórica, inclusive trazendo, além dos tradicionais exemplos dos sistemas de numeração egípcio e chinês, o sistema indígena guarani” (BRASIL, 2019, p. 94) e que as abordagens de *Geometria* são realizadas de forma diferenciada utilizando perspectivas históricas. Já na coleção MB é destacado que “a HdM relacionada ao desenvolvimento dos conjuntos numéricos trabalhados nos anos finais do Ensino Fundamental também está presente e enriquecendo o trabalho neste campo são exploradas características associadas a outros sistemas de numeração” (BRASIL, 2019, p.121-122). Não foi encontrado nenhum destaque relacionado à HdM na coleção TM na análise da resenha.

Realmente, a unidade temática *Números* foi a unidade que apresentou maior números de inserções seguida da unidade temática *Geometria*. Contudo foram registradas 68 inserções relacionadas a *Álgebra*, sendo 31 apresentadas nas abordagens das equações polinomiais do 1º e 2º grau.

5.7 REFERÊNCIAS MENCIONADAS NAS INSERÇÕES

A questão do questionário que objetiva verificar quais são as fontes bibliográficas utilizadas para a redação das narrativas das inserções possui cinco opções objetivas (conforme descritas na Tabela 22, que possibilitam quantificar as inserções que apresentam tais fontes. Além desta primeira questão mais objetiva, esta seção do questionário apresenta mais cinco questões, que permitem descrever nominalmente cada uma das referências assinaladas inicialmente. Para o registro, foram verificadas as referências mencionadas nas inserções. Ressalta-se que uma inserção pode mencionar mais de uma fonte. Mais adiante, o quantitativo de inserções que apresentam as fontes utilizadas será exibido na Tabela 20.

Tabela 20: Quantitativo de inserções com referências

Referências	Total
Sites	29
Livros de história ou de divulgação	22
Historiadores	-
Filmes	-
Outras fontes	15
Total geral	66

Fonte: Nossa coleta de dados.

Segundo observado nos dados exibidos na tabela 22, as fontes mais consultadas para a redação das inserções de HdM são os sites. Sendo a segunda fonte mais consultada os *livros de História da Matemática ou divulgação*, com 22 inserções. Foram registradas como outras fontes diversos tipos de publicação, como atlas geográficos, jornais e livros diversos referenciados nas inserções. A seguir, será destacado nominalmente tais referências.

A primeira referência destacada são os livros de história da matemática ou de divulgação que serviram de fonte para as narrativas históricas. (Tabela 21)

Tabela 21: Fonte para narrativas históricas descritas na legenda dos livros avaliados

Total		Títulos
7	3	BOYER, C. B. História da Matemática . 2. ed. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blücher, 1996.
	4	BOYER, Carl Benjamin. História da Matemática . Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974
3	2	EVES, H. Introdução à História da Matemática . Trad. Hygino H. Domingues. 2. ed. Campinas: Ed. Unicamp, 1997.
	1	EVES, Howard. Introdução à história da Matemática . Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 1995.
2	2	KARLSON, Paul. A magia dos números. Rio de Janeiro: Globo, 1961.
1		CYRINO, Hélio. Matemática & gregos . 2. ed. Campinas: Átomo, 2006.

1	DAVIS, Harold T. <i>História da computação</i> . Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. p. 64-65. (Coleção Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula; v. 2.)
1	EVES, Howard. Tópicos de história da Matemática: Geometria. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997
1	IFRAH, Georges. <i>Os números: a história de uma grande invenção</i> . Trad. Sylvia Taborda. 10. ed. São Paulo: Globo, 2001. p. 310.
1	LÍVIO, Mario. <i>Razão áurea: a história de PI</i> , um número surpreendente. Trad. Marco Shinoba Matsumura. Rio de Janeiro: Record, 2006
1	MALBA TAHAN. <i>O homem que calculava</i> . 52. ed. Rio de Janeiro: Record, 2000. p. 135.
01	MELLO E SOUZA, Júlio César. <i>Matemática divertida e curiosa</i> . 15. ed. Rio de Janeiro: Record, 2001. p. 23.
01	MLODINOW, Leonard. <i>A janela de Euclides</i> . 2. ed. São Paulo: Geração Editorial, 2004.
01	ROQUE, Tatiana. <i>História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos</i> . Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
01	SINGH, Simon. <i>Último Teorema de Fermat</i> . Editora Best Bolso.

Fonte: Nossa coleta de dados.

Dentre os livros de HdM que foram utilizados como fonte, o mais referenciado foi o tradicional *História da Matemática* de Carl Boyer, em duas edições 1974 e 1996. O segundo livro mais citado é *Introdução à História da Matemática* de Howard Eves. Dentre os livros de HdM, o livro *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos*, de Tatiana Roque, o qual é orientado por uma historiografia mais atualizada, foi citado em apenas uma inserção (Figura 5). Há também livros de divulgação matemática, como os livros do matemático brasileiro Júlio César de Mello e Souza ou Malba Tahan: *O Homem que calculava* e *Matemática divertida e curiosa*. Vale lembrar que tais fontes são as citadas nas inserções.

Embora no formulário não conste a pesquisa às referências históricas listadas nas páginas finais dos livros didáticos analisados, tal pesquisa foi realizada porque nem todas as inserções mencionam as fontes que foram consultadas. Os títulos relacionados a HdM, listados nas páginas finais dos livros, estão dispostos na tabela abaixo (Tabela 22).

Tabela 22: Títulos referenciados no final dos livros didáticos

Nº	Títulos	
	8	BOYER, Carl Benjamin. <i>História da Matemática</i> . 2. ed. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
12	.4	BOYER, Carl Benjamin. <i>História da Matemática</i> . Trad. de Elza F. Gomide. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2012
	4	EVES, H. <i>Introdução à história da Matemática</i> . Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora Unicamp, 1995.
8	4	EVES, Howard. <i>Introdução à história da Matemática</i> . Trad. de Hygino H. Domingues. 4. ed. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004

	4	IFRAH, Georges. Os números: a história de uma grande invenção. Tradução Stella M. de Freitas Senra. 4. ed. São Paulo: Globo, 1992.
7	3	IFRAH, Georges. Os números: a história de uma grande invenção. 9. ed. São Paulo: Globo, 1998.
4	4	IFRAH, G. História universal dos algarismos. Trad. Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. T. 1
4	4	IFRAH, Georges. História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Trad. de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2000. T. 1 e 2
4	4	GILLINGS, R. J. <i>Mathematics in the time of the pharaohs</i> . Nova York: Dover Publications, Inc., 1972.
4	4	ROQUE, T. <i>História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas</i> . Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
	4	STRUJK, D. J. <i>História concisa das Matemáticas</i> . Lisboa: Gradiva, 1989.
2	1	AABOE, A. Episódios da história antiga da Matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.
	1	AABOE, Asger. Episódios da história antiga da Matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1998. (Fundamentos da Matemática)

Fonte: Nossa coleta de dados.

Novamente, os tradicionais livros de Carl Boyer e de Howard Eves ocupam as primeiras colocações, sendo o primeiro citado nas páginas finais das três coleções. O terceiro livro mais referenciado é *Os Números: a história de uma grande invenção* de Georges Ifrah". Já o livro de Tatiana Roque é citado na lista final dos quatro volumes da mesma coleção: Matemática Bianchini.

A observação das referências históricas citadas nas páginas finais das coleções permitiu constatar que outros livros de HdM foram usados como fonte bibliográfica, como, por exemplo, os livros *Mathematics in the time of the pharaohs*, de Richard Gillings e *História concisa das Matemáticas*, de Dirk Jan Struik.

Retornando às opções da primeira questão do questionário, os sites foram as fontes com o maior número de referências.

Tabela 23: Sites referenciados nas inserções

Total	Característica	Descrição
18	Educacionais	Brasil escola; Meu artigo; Infoescola; Educação Uol; Grupo escolar; Matemática interativa na internet; Matematica.PT, Mundo educação e Só matemática.
8	Acadêmicos	<i>E-Cálculo (USP); E-Disciplinas, (USP); EDUC. História (Universidade de Lisboa); Periódicos UNB, Repositório institucional da UFPI; Repositório UFSC; UFRGS e UFSCAR.</i>
6	Jornalísticos	Exame mundo; El país; G1. Globo e O Globo, Superintessante e Super Abril.
1	Arte	História das artes.
1	Enciclopédia	Encyclopediæ Britannica.
1	Mapa	IBGE.

Fonte: dados coletados na pesquisa.

Registrhou-se 29 inserções com 35 nomes de sites com características diversas (educacionais, universitários, sobre artes, e outros), conforme dados dispostos na tabela 23. Os sites mais consultados pelos autores dos livros didáticos analisados foram os *sites* educacionais onde foram consultadas biografias de matemáticos, história de conteúdos e outros. Já nos sites acadêmicos, foram consultados periódicos, dissertações, artigos e outros, os quais serviram de fonte para narrativas como: o sistema de numeração guarani, a história de estatística, a biografia de Viète. Houve também consultas a fontes jornalísticas, onde foram consultados, por exemplo, a antiga medida romana *milia passuum*, a descoberta do maior número primo, um enigma babilônico e sua solução, como surgiu o baralho, entre outros.

Outras fontes, além das acima descritas, foram referenciadas nas inserções. Tais são obras impressas que não são contempladas na questão livros de *história da matemática ou de divulgação*. A lista completa dessas referências está disposta abaixo (Tabela 24).

Tabela 24: Outras fontes descritas nas inserções

Total	Título
5	IBGE. Atlas geográfico escolar. 7. ed. Rio de Janeiro, 2016.
3	ASIMOV, Isaac. Gênios da humanidade. Rio de Janeiro: Bloch Editores S.A., 1972.
1	ATLAS - MILLARD, A. Atlas das civilizações antigas. Lisboa: Civilização, 1994. p. 16.
1	FERREIRA, Graça Maria Lemos. Atlas geográfico: espaço mundial. 4. ed. rev. e ampl. São Paulo: Moderna, 2013. p. 97.
1	ATLAS Histórico: Geral e Brasil. São Paulo: Scipione, 2011. p. 32-34, 38, 43, 47, 52."
1	D'AMBROSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. São Paulo: Educação e Pesquisa, v. 31, n. 1, p. 99-120, 2005."
1	IBGE. Atlas geográfico escolar. 6. ed. Rio de Janeiro, 2012.
1	LIVIO, Mario. Razão áurea. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008. p. 116.
1	O ESTADO de SÃO PAULO - O MARSIGLIA, Ivan. Com a palavra, a faixa. O Estado de S. Paulo, São Paulo, 25 dez. 2010.
1	Revista do Professor de Matemática, n. 6.
1	SUPERINTERESSANTE - HORTA, Maurício, A ciência das apostas. Superinteressante, São Paulo, ed. 384, jan. 2018. p. 46.
1	VOGT, Carlos (Org.). Guilherme de Almeida. São Paulo: Global, 2015. (Coleção Melhores Poemas).

Fonte: Nossa coleta de dados

Chama a atenção a quantidade de consultas a diferentes atlas. Tal ação sugere uma intenção por parte dos autores em contextualizar geograficamente as informações inseridas nos livros didáticos. Alguns mapas são de civilizações antigas e mostram a localização de regiões antigas, como a Mesopotâmia, a Babilônia, o Egito e o vale do Rio Hindu.

5.7.1 Fontes utilizadas nas inserções: resumo de ideias

Das referências mencionadas nos livros avaliados, as fontes mais citadas são os sites. Foram identificados um alto número de referências a sites que foram denominados nesta pesquisa como educacionais. Esse sites possuem conteúdo voltado a estudantes e professores e são geralmente baseados em fontes secundárias. Por outro lado, houve oito consultas a sites acadêmicos, o que sugere a intenção, por parte dos autores, de pesquisar fontes mais atualizadas. Quanto aos livros de HdM as obras mais referenciadas nas inserções e nas listas finais das coleções são também as mais utilizadas nos programas de formação de professores. Tais livros não atualizados e com abordagens historiográficas eurocêntricas. Esse fato explica, em parte, as abordagens eurocentrismo apresentadas nos livros didáticos analisados. Essas obras não acompanharam os avanços historiográficos ocorridos nas últimas décadas, além de apresentar uma interpretação eurocêntrica dos fatos históricos (ABREU et. al. 2021). Apenas uma coleção se utilizou do livro que apresenta uma historiografia mais atualizada, no entanto, nas inserções, ele só é citado uma vez. Isso tudo mostra que os autores de livros didáticos se baseiam em livros cujos originais foram publicados nas décadas de 60 e de 70, assim, estão há pelo menos 50 anos desatualizados das pesquisas recentes da história da matemática.

Um ponto positivo é o uso de atlas, em especial, os de civilizações antigas que auxiliam a contextualização geográfica das inserções históricas.

5.8 NARRATIVAS HISTÓRICAS E FUNÇÕES DIDÁTICAS

Finalmente, serão destacados resultados relativos à questão do questionário que contém os dois conjuntos de categorias de análise mais subjetivas: a) *Tipos de Narrativas históricas*; b) *Funções didáticas da inserção*.

O primeiro grupo de categorias a ser destacado foi elaborado pelo Grupo CHEMat, visando avaliar as abordagens historiográficas das *Narrativas históricas* das inserções (HAUBRICH & BERNARDES, 2020). O conjunto oferece quatro categorias de análise não disjuntas duas a duas, nas quais as narrativas das inserções de HdM podem ser classificadas, a saber: a) *Narrativa composta de uma sequência de episódios/eventos de locais e/ou tempos distintos*; b) *Narrativa focada em apenas um episódio/evento*; c) *Narrativa contendo meramente informações biográficas de um ou*

mais personagens; d) Narrativa contendo meramente a menção de algum elemento histórico (nome próprio, local ou data) ligado a um conceito matemático.

Tal classificação permitirá, por exemplo, analisar se as narrativas históricas dos livros avaliados se aproximam de uma abordagem historiográfica mais atualizada. Essa investigação, de cunho mais qualitativo, demandará uma análise individual de cada inserção, o que não cabe nesta pesquisa. A análise realizada nesta pesquisa limitou-se a classificar as narrativas históricas das inserções, com o objetivo de agrupá-las e de quantificar o número de inserções registradas em cada categoria.

Foram contabilizados 239 registros cuja distribuição do quantitativo por categoria estão dispostos na tabela abaixo (Tabela 25).

Tabela 25: Categorias e resultados das Narrativas históricas

Total	Narrativas
110	<i>Narrativa é focada em apenas um episódio/evento</i>
103	<i>Narrativa é composta de uma sequência de episódios/eventos de locais e/ou tempos distintos</i>
13	<i>Narrativa contém meramente a menção de algum elemento histórico.</i>
13	<i>Narrativa contém meramente informações biográficas de um ou mais personagens</i>

Fonte: dados coletados na pesquisa

Os resultados mostram que os maiores quantitativos de inserções possuem uma narrativa focada em apenas um episódio (110), seguida das inserções cujas narrativas são compostas por uma sequência de episódios (103). As inserções que apresentam apenas um episódio geralmente abordam parte do desenvolvimento, da história ou de um conteúdo em uma época ou local específico (Figuras 7 e 8). Já as inserções que apresentam uma sequência de episódios em sua narrativa geralmente apresentam o desenvolvimento histórico de algum conceito, partindo de épocas mais remotas e finalizando com a forma que o conceito/conteúdo é apresentado aos estudantes atualmente. Tais abordagens tendem a apresentar perspectivas do desenvolvimento histórico de forma linear e progressista, o que remete ao tema curricular proposto por Fried (2014), onde os elementos históricos são adaptados de forma a favorecer o ensino da matemática presente nos currículos atuais.

As narrativas que mencionam *meramente um elemento histórico ligado a um conceito matemático*, quer seja um nome próprio, local ou data, têm um quantitativo muito reduzido se comparado às duas primeiras. Tais narrativas têm cunho mais

informativo e não apresentam os elementos históricos de forma detalhada, como exemplificado na figura 13.

Figura 13: Exemplo de narrativa com meramente elemento histórico

Você sabia?

A letra **Z** é a inicial da palavra **zahl**, que significa 'número' em alemão. Uma curiosidade é que **Z** é também a primeira letra do sobrenome do matemático alemão Ernst Zermelo (1871-1953), que se dedicou ao estudo dos números inteiros.

Fonte: Teláris matemática, 7º ano, 2018, p. 17.

Na inserção (Figura 13) a letra **Z** que é símbolo dos números inteiros é associada ao nome do matemático Ernest Zermelo, destacando seu empenho em estudar o referido conjunto, a título de curiosidade sem apresentar maiores detalhes.

Da mesma forma, foram poucas as narrativas que mencionam *meramente a biografia de matemáticos*, o que à primeira vista foi intrigante. Porém, nos livros avaliados é baixa a quantidade de inserções que apresentam apenas biografias.

Figura 14: Box com notas biográficas junto a narrativa da inserção

A primeira referência a equações de que se tem notícia consta no papiro de Rhind, um dos documentos egípcios mais antigos que tratam da Matemática. Os egípcios não utilizavam a notação algébrica atual, e os métodos de solução de uma equação eram complexos e cansativos. Os gregos resolviam equações usando a Geometria. Na obra **Os elementos**, de Euclides de Alexandria, encontramos soluções geométricas de equações. Foram os árabes que, cultivando a matemática dos gregos, promoveram um acentuado progresso na resolução de equações. No estudo dos árabes, destaca-se o trabalho de al-Khwarizmi (século IX), que resolveu e discutiu equações de vários tipos.

SAIBA MAIS

Euclides de Alexandria viveu por volta de 300 a.C. e participou da Escola de Alexandria. Escreveu vários tratados sobre ótica, astronomia, música e mecânica. Euclides é mais conhecido por ter sistematizado o conhecimento em Geometria.

Fonte: A conquista da Matemática, 7º ano, 2018, p. 192.

Em algumas inserções as notas biográficas são entremeadas na redação, ou seja, fazem parte da exposição do elemento ou desenvolvimento histórico. Em outras, as notas biográficas são apresentadas em um pequeno box destacado, porém, dentro da inserção. A inserção apresentada na figura 14, mostra um exemplo das notas biográficas que, embora estejam em box especial, fazem parte da inserção por estar relacionada com algum elemento histórico ou personagem apresentado na redação do texto da inserção.

Embora essas duas últimas categorias de narrativas históricas tenham um quantitativo baixo de inserções classificadas, tal resultado é razoável, pois tais narrativas não contribuem para que o estudante se insira em um contexto histórico mais amplo e para que ele aprenda matemática.

Por fim, destaca-se o segundo conjunto de categorias de análise que tem o intuito de avaliar a Função didática da inserção. As quatro categorias propostas por Pereira (2016) e Carlini e Cavalari (2017; 2017b) são: a) *HdM e estratégia didática*; b) *HdM e elucidação dos porquês*; c) *HdM e elucidação do para que* e d) *HdM e formação cultural geral*.

Em seu trabalho Pereira (2016) ressalta que nas inserções classificadas como *HdM e estratégia didática* “HdM desempenha o papel de possibilitar ao aluno a desenvolver algum raciocínio matemático” e citando Vianna (1995) a autora pontua que essas inserções poderão “sugerir ideias que levem à compreensão do conteúdo” (PEREIRA, 2016, p. 49). Já nas inserções classificadas com *HdM e elucidação dos porquês* a HdM desempenha a função de mostrar “o porquê de certos conhecimentos matemáticos, ou seja, como surgiram, em que circunstâncias, por que surgiram [...] o que incentivou o surgimento de determinado conteúdo matemático” (PEREIRA, 2016, p. 49). As inserções cuja função didática se insere na categoria *HdM e elucidação do para que* a HdM tem a função de mostrar ao estudante a finalidade de mostrar ao estudante a finalidade de conteúdo específico da matemática, segundo Pereira 2016, “as menções que desempenham esta função apresentam as aplicações (dentro da própria Matemática ou em outras áreas do conhecimento) dos conteúdos matemáticos ao longo do tempo” (PEREIRA, 2016, p. 49). E nas inserções categorizadas como *HdM e formação cultural geral* a HdM desempenha a função “de propiciar uma formação de cunho mais geral, que não o de conhecimento matemático, e sim de conhecimentos gerais, porém ligados à Matemática” (PEREIRA, 2016, p. 49).

Na interpretação do grupo CHEMat e da autora desta pesquisa, as categorias não foram consideradas mutuamente disjuntas, ou seja, uma mesma inserção pode classificada em mais de uma função didática. O quantitativo de inserções relacionadas está apresentado na tabela 26.

Tabela 26: quantitativo de funções didáticas desempenhadas pelas inserções

Total	Categorias
75	<i>HdM e estratégia didática</i>
58	<i>HdM e elucidação dos porquês</i>
55	<i>HdM e formação cultural geral</i>
54	<i>HdM e elucidação do para quê</i>

Fonte: dados coletados na pesquisa

Inicialmente o número de inserções classificadas como *HdM e estratégia didática* nos livros avaliados causou surpresa, cerca de 34.2% (de 219 inserções). Em seu trabalho Pereira (2016) ressalta que as inserções assim classificadas a “HdM desempenha o papel de possibilitar ao aluno a desenvolver algum raciocínio matemático” e citando Vianna (1995) a autora pontua que essas inserções poderão “sugerir ideias que levem à compreensão do conteúdo” (PEREIRA, 2016, p. 49). Pereira (2016) explicita ainda que tais inserções podem ser apresentadas como texto expositivo, atividades ou ainda questionamentos. Em nossa pesquisa não foram contabilizados os exercícios, atividades ou questionamentos relativos a HdM, pois nem todas as inserções localizadas junto às atividades são exercícios. Porém, o quantitativo dessas inserções (48 de 219) fornece um panorama da quantidade de exercícios propostos aos estudantes nos livros analisados. A seguir, serão apresentadas algumas inserções classificadas como estratégia didática.

Figura 15: Operação com símbolos numéricos

3. Abaixo, temos três números representados em símbolos egípcios, babilônicos e romanos, respectivamente. Escreva-os em ordem crescente.

- ፩፩፩፩፩፩፩፩
- ←←←↑↑↑
- M M M C C C X X X

ILLUSTRAÇÕES:
EDITORIA DE ARTE

Fonte: Giovanni Jr e Castrucci, 7º ano, 2018, p. 32

A atividade proposta ao estudante (Figura 15) foi classificada como HdM e estratégia didática pois propicia ao estudante observar as diferenças e semelhanças entre os sistemas numérico egípcio, babilônico, romano e o sistema de numeração decimal. Além disso, possibilita sistematizar as características dos grupamentos de tais sistemas, como é destacado na habilidade (EF06MA02)³ descrita na BNCC (BRASIL, 2018).

Figura 16: Demonstrações do Teorema de Pitágoras

Outras demonstrações do teorema de Pitágoras

Acompanhe mais algumas demonstrações do teorema de Pitágoras.

- Vamos determinar a medida de área da região limitada por este trapézio de 2 maneiras: pela fórmula

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

e pelo cálculo das medidas de área das 3 regiões triangulares.

Esta demonstração é atribuída a James Garfield (1831-1881), na época, congressista norte-americano e, mais tarde, 20º presidente dos Estados Unidos.

$$A_{\text{região trapezoidal}} = \frac{(b + c) \cdot (b + c)}{2} = \frac{b^2 + 2bc + c^2}{2} \quad (\text{II})$$

$$A_{\text{região trapezoidal}} = A_{\text{região triangular I}} + A_{\text{região triangular II}} + A_{\text{região triangular III}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{\text{região trapezoidal}} = \frac{cb}{2} + \frac{aa}{2} + \frac{cb}{2} = \frac{2bc + a^2}{2} \quad (\text{III})$$

Igualando os resultados de I e II, obtemos:

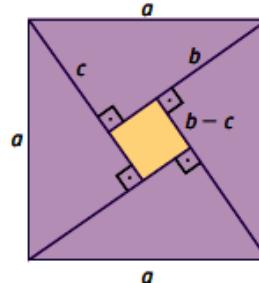
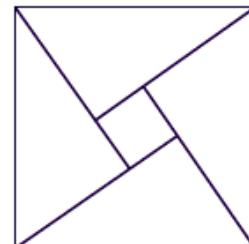
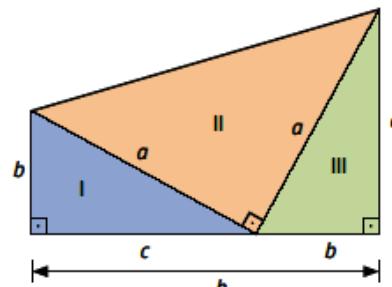
$$\frac{2bc + a^2}{2} = \frac{b^2 + 2bc + c^2}{2} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

- Uma demonstração bastante curiosa do teorema de Pitágoras foi apresentada pelo matemático hindu Bháskara (1114-1185), que elaborou esta figura e escreveu embaixo "Aqui está". Um verdadeiro enigma que a Álgebra nos ajuda a solucionar.

Traçamos 4 triângulos retângulos com hipotenusa de medida de comprimento a e catetos de medidas de comprimento b e c . A medida de área da região quadrada maior (a^2) é igual à soma das medidas de área das 4 regiões triangulares ($4 \cdot \frac{bc}{2}$) e da medida de área da região quadrada menor ($(b - c)^2$).

Assim:

$$a^2 = 4 \cdot \frac{bc}{2} + (b - c)^2 \Rightarrow a^2 = 2bc + b^2 - 2bc + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$



Ilustrações: Banco de Imagens/Arquivo da autora

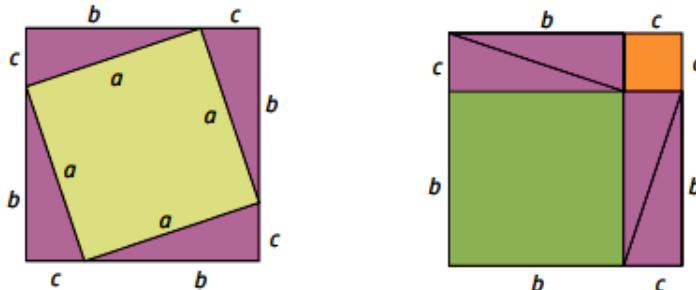
Fonte: Dante, 9º ano, 2018, p.191

³ (EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal (BNCC, 2018).

Figura 17: Demonstração do Teorema de Pitágoras (continuação)

- Uma terceira demonstração é obtida comparando medidas de área (de acordo com historiadores, a demonstração de Pitágoras deve ter sido uma demonstração geométrica semelhante à que segue). As 2 regiões quadradas têm lados de medida de comprimento $b + c$. Logo, elas têm a mesma medida de área. Retirando das 2 regiões quadradas 4 regiões triangulares congruentes, o que sobra na primeira (a^2) é igual ao que sobra na segunda ($b^2 + c^2$). Então:

$$a^2 = b^2 + c^2$$



Ilustrações: Banco de Imagens/Arquivo da editora

Fonte: Dante, 9º ano, 2018, p. 191

A inserção apresenta três diferentes demonstrações geométricas para o Teorema de Pitágoras, descrevendo, ao mesmo tempo, algebricamente as etapas da demonstração. Tal inserção confere ao estudante outras perspectivas de demonstração do referido teorema.

Destaca-se agora os resultados referentes às categorias *HdM e elucidação dos porquês* e *HdM e elucidação do para quê*. As inserções classificadas como *HdM elucidação dos porquês* obtiveram cerca de 26,5% do total de inserções. Tais inserções propiciam ao estudante observar como se originou determinados conteúdos matemáticos, ou seja, como surgiram, em que circunstâncias e por que surgiram” (PEREIRA, 2016, p. 49). Tais abordagens históricas são importantes no ensino de matemática, pois permitem ao estudante se inserir no contexto da criação, entender o pensamento matemático que permeia tal momento e as circunstâncias que conduziram o desenvolvimento de um determinado conceito matemático. Além de auxiliar o estudante a entender que a matemática é uma ciência que continua se desenvolvendo.

A categoria e *HdM e elucidação do para quê* (54) com cerca de 24,7% das inserções tem a função de mostrar ao estudante a “utilidade da matemática ao longo do tempo, e suas aplicações na própria matemática e em outras áreas do conhecimento” (PEREIRA, 2016, p. 75). Um exemplo de inserções classificadas nessas categorias são as obras de arte que foram consideradas inserções, pois elas

mostram aplicações da matemática na arte ao longo do tempo. Outro exemplo são as inserções relacionadas a história da ciência que utiliza a matemática para modelar fenômenos (Figura 2). Inserções classificadas nessa categoria propiciam o entendimento do estudante de que não existe apenas uma matemática, de como esse conjunto de práticas que chamamos de matemática relaciona-se com as artes e outras áreas do conhecimento e de como demandas advindas de outras áreas podem impulsionar o desenvolvimento da matemática.

Evidencia-se que por vezes houve dificuldades em classificar em “*porquê*” ou “*para quê*”, embora a diferença pareça clara na descrição das duas categorias, mas nas inserções a diferença é sutil. Em seu artigo intitulado “As Funções Didáticas Desempenhadas pela História da Matemática nos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio”, Carlini e Cavalari (2017) apresentaram uma análise em que essas categorias foram juntadas. Vale ressaltar, que algumas inserções desempenham as duas funções didáticas. As figuras 18 e 19 são exemplos de inserções classificadas em tais categorias.

A inserção classificada como *HdM e elucidação dos porquês* (Figura 18) inicia a seção que aborda os números naturais e os sistemas de numeração, apresenta ao estudante como, quando e qual a necessidade que levou os seres humanos a contar. Destaca os objetos utilizados por diferentes povos para contar e as circunstâncias que levou os seres humanos a desenvolver símbolos para representar quantidades ao longo dos séculos até o desenvolvimento dos diferentes sistemas de numeração.

A inserção classificada como *HdM e elucidação do para quê* (Figura 19), mostra a aplicação da estatística ao longo dos anos, destacando as primeiras evidências do uso de estatísticas e a sua importância atualmente. Um destaque especial é dado aos *quipos*, que segundo as narrativas da inserção, era uma forma de armazenar dados quantitativos utilizado pelo povo inca.

Figura 18: Inserção classificada como HdM e elucidação dos porquês

1 Números naturais: um pouco de História

Como vimos, vivemos atualmente no "mundo dos números". Mas foram necessários séculos e séculos de descobertas e aperfeiçoamentos para chegarmos à forma atual de escrita dos números.

Examine ao lado os registros e os símbolos que alguns povos utilizavam antigamente e imagine a história dos números, como era cada uma das épocas e como os povos viviam, o que faziam, quais eram as necessidades deles e por que precisaram registrar as quantidades com símbolos.

Povos primitivos

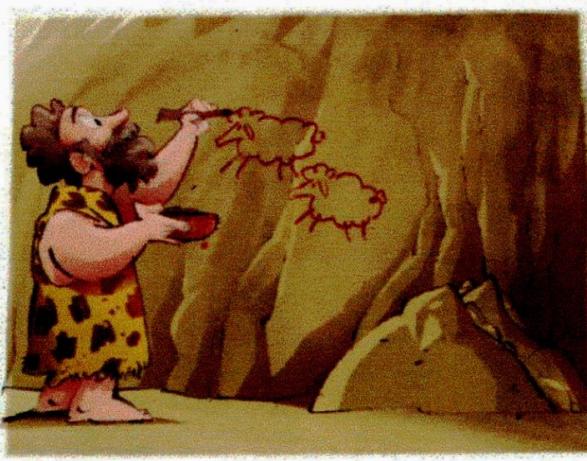
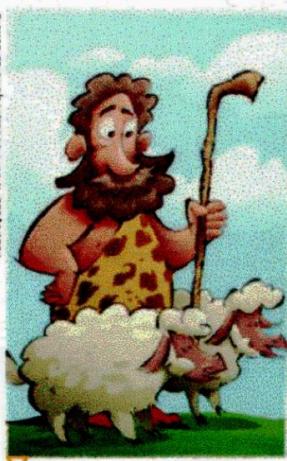
Quando e como o ser humano começou a contar?

Há milhares de anos, o ser humano já contava pequenas quantidades: os animais que caçava, os objetos que fazia, as mudanças das fases da Lua que observava para medir a passagem do tempo, as ovelhas que criava, entre outros.

O que ele utilizava para contar se ainda não existiam os símbolos?

Usava os dedos da mão, pedrinhas, entre outras coisas.

As primeiras marcações das quantidades foram feitas com desenhos nas paredes das cavernas, nós em cordas, pedrinhas, talhos em ossos e outros tipos de registro.



Representação artística de como se supõe que os seres humanos faziam registros de quantidades.

Com o passar do tempo, surgiu a necessidade de usar símbolos para registrar quantidades. E, conforme o ser humano precisou registrar quantidades cada vez maiores devido ao pastoreio e, depois, com o início do comércio, foi necessário aperfeiçoar a maneira de contá-las e representá-las.

Ao longo dos séculos, diferentes povos empregaram e aperfeiçoaram diversos sistemas de numeração. Vamos conhecer o modo como algumas civilizações registravam os números.



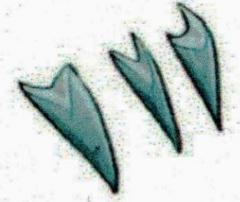
Marcas em osso.



Nós em corda.



Marcas em madeira.



Lascas de pedra.



Pedrinhas.



Gravetos.

As imagens desta página não estão representadas em proporção.

Você sabia?

Ainda hoje algumas tribos aborígenes contam apenas um, dois e muitos.

Figura 19: Inserção classificada com HdM e elucidação do para quê

1 Origem da Estatística

A **Estatística** é o ramo da Matemática que possibilita coletar, descrever, organizar, analisar e comunicar dados a respeito de uma população ou de um fenômeno.

Os primeiros "dados estatísticos" apareceram há muito tempo, ao mesmo tempo em que ocorria o desenvolvimento da escrita. Registros históricos (informações que encontramos em vestígios de civilizações anteriores à nossa) de mais de 2.000 anos antes de Cristo apontam o uso de processos que hoje chamaríamos de estatísticos.

Grandes impérios da Antiguidade (como o sumério, o egípcio e o chinês) e da América pré-colombiana (maia, asteca e inca) fizeram uso do levantamento e do registro de dados quantitativos para obter informações sobre sua população e suas riquezas, especialmente para fins administrativos, tributários (relativo ao pagamento de impostos) e militares.

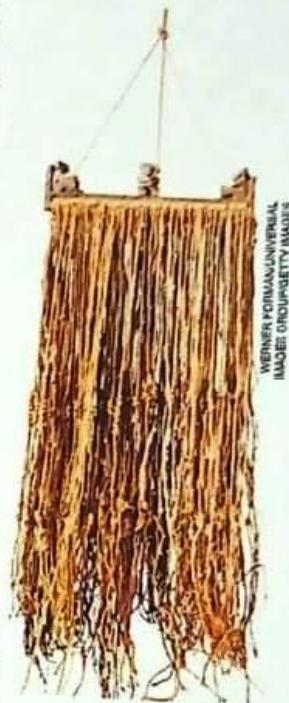
Talvez em virtude dessa aplicação o termo **estatística** derive da palavra latina *status*, que significa "condição, situação" ou, em sentido mais amplo, "Estado".

O uso do termo para denominar esse campo de estudo é atribuído a Gottfried Achenwall (1719-1772), professor na Universidade de Göttingen, na Alemanha.

Na atualidade, a Estatística é essencial para o desenvolvimento de todas as ciências e está presente no cotidiano por meio de índices, tabelas e gráficos.

Neste capítulo, estudaremos alguns conceitos que esclarecem as mais diversas informações estatísticas, como: população e amostra, formas de obtenção e organização de dados em tabelas e gráficos e medidas de tendência central.

O povo inca, que dominou a cordilheira dos Andes entre o século XII e meados do XVI, não conhecia a escrita, mas armazenava informações estatísticas em sofisticados artefatos de cordas chamados **quipos**. Neles, a uma corda principal eram amarradas várias cordas enfileiradas, cujos nós representavam quantidades relativas a bens materiais e humanos.



Fonte: Matemática Bianchini, 2018, 8º ano, p. 63

Por fim, destaca-se a categoria de análise: *HdM e formação cultural geral*. Com cerca de 25,1% das inserções classificadas, essa categoria oferece aos estudantes informações de caráter mais geral como biografia de matemáticos, meramente a menção a um elemento histórico, anedotas e curiosidades. Na interpretação desta autora, inserções classificadas nesta categoria têm um papel apenas motivacional, já que não propiciam o desenvolvimento de um raciocínio matemático (HdM e estratégia didática), em geral não apresentam aplicações da matemática em outras áreas ao longo do tempo (HdM e elucidação do para quê) e também não abordam o desenvolvimento de um conceito (HdM e elucidação dos porquês). Como exemplo temos a Figura 13 e a Figura 20.

Figura 21: Inserção classificada como HdM e formação cultural geral

2. Heródoto, historiador grego, considerado o pai da História, nasceu no ano 484 antes de Cristo. Usando números inteiros (positivos ou negativos), indique o ano em que ele nasceu.



Busto de Heródoto.

Fonte: Giovanni Jr. e Castrucci, 2018, 7º ano, p. 35

A inserção foi classificada como HdM e formação cultural geral porque embora na narrativa seja apresentada uma nota biográfica de Heródoto, a HdM é utilizada apenas como ilustração. Tal inserção é um exemplo de exercício onde a HdM não é utilizada como estratégia didática.

5.8.1 Que história e quais funções didáticas: resumo de ideias

A categoria da *Narrativa histórica* mais frequente nos livros avaliados são as que focam apenas um episódio/evento. Geralmente se inserem em tal categoria as narrativas que contém *meramente informações biográficas de um ou mais personagens* e as narrativas que contém *meramente a menção de algum elemento histórico*, que são narrativas mais relacionadas a *HdM e formação cultural geral*. Contudo, tal categoria não se restringe apenas a informações de cunho mais geral, há por exemplo inserções que abordam problemas históricos pontuais que desempenham a função de *HdM e estratégia didática*. Já a *narrativa composta de uma sequência de episódios/eventos de locais e/ou tempos distintos* é bastante utilizada em inserções que abordam parte história do desenvolvimento de um conteúdo. Geralmente, são exibidas contribuições de diversos povos ou matemáticos envolvidos na descoberta ou desenvolvimento e são relacionadas às funções de *HdM e elucidação dos porquês* e *HdM elucidação e do para quê*. Porém, as inserções com este tipo de narrativa geralmente apresentam uma abordagem linear e progressiva,

justapondo episódios de diferentes épocas e em ordem cronológica, até chegar à matemática atual, destacando apenas o que deu certo e a história de vencedores.

Quanto às funções didáticas desempenhadas pelas inserções, a mais importante do ponto de vista do ensino de matemática é *HdM e estratégia didática*. O número de inserções classificadas nessa categoria foi motivo de surpresa, elas representam cerca de 34,2% das inserções registradas. Apesar das diferenças de metodologias, que não serão ressaltadas neste trabalho, comparando esse resultado com o que foi encontrado na pesquisa de Pereira (2016), observa-se uma melhora. Das 294 inserções encontradas em seis coleções de livros de matemática do Ensino Médio, aprovados no PNLD 2015, 38 foram classificadas como *HdM e estratégia didática*, o que resulta em 12,9%. Em uma análise de quatro coleções de livros didáticos do Ensino Médio, aprovados no PNLD 2018, Bernardes, Haubrichs e Amadeo (2022) classificaram 51 inserções (de 215) na mesma categoria, o que resulta em 23,7%. Desse modo, os resultados encontrados nesta pesquisa apontam para uma integração da história com o ensino mais produtiva do ponto de vista da aprendizagem dos conceitos nas três coleções analisadas. No entanto, dado que essas inserções podem auxiliar o raciocínio matemático dos estudantes, elas deveriam ser mais valorizadas nos livros didáticos. Já as funções didáticas *HdM e elucidação dos porquês* e *HdM e elucidação do para quê* mostram a razão de ser e a aplicação de conteúdos matemáticos. Tais categorias também são importantes no ensino de matemática, pois conferem respostas a muitas indagações que frequentemente são feitas na sala de aula. As inserções que desempenham a função didática de *HdM e formação cultural geral* tem um valor informativo mais geral, entretanto, na perspectiva do ensino de matemática, essa não é a categoria que deve ser mais utilizada.

REFLEXÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa se propôs a contribuir para o mapeamento e descrição das inserções de HdM em livros didáticos de matemática aprovados pelo PNLD. A partir da análise 12 livros, pertencentes a três coleções aprovadas pelo PNLD 2020 foram identificadas 219 inserções, o que resulta em uma média de aproximadamente 18 inserções por livro. Esse quantitativo é aproximado ao encontrado por Pereira (2016), que contabilizou 294 inserções em 18 livros, resultando em uma média de aproximadamente 16 inserções por livro. Os anos letivos cujos livros didáticos analisados apresentaram o maior quantitativo de inserções são os do 6º e 9º ano.

Em relação à distribuição e apresentação das inserções nos livros, observou-se que os elementos históricos estão, de forma geral, bem destacados, muitos são apresentados em boxes especiais e distribuídos por todo o livro. Há um número considerável de inserções longas com uma página ou mais e iniciando unidades, capítulos e seções, ou seja, sugerindo motivação para a aprendizagem dos conteúdos que serão abordados. Embora essa ação seja favorável, os autores dos livros didáticos devem ficar atentos para que a história da matemática não seja usada apenas como motivação, pois segundo ressalta Fried (2014), a HdM usada como motivação pode propiciar ao estudante o pensamento de que o ensino de matemática dissociado da história é desinteressante e enfadonho.

Quanto aos locais e épocas descritos nas inserções, observou-se que as civilizações mais mencionadas são as que pertenciam ao continente europeu em diferentes épocas, sendo as civilizações da *história antiga* as mais exploradas e, dentre elas, a mais mencionada é a Grécia Antiga. Da mesma forma, os personagens mais citados nas narrativas históricas em sua maioria são homens europeus. Foram baixas as menções a mulheres, a brasileiros e americanos em geral. Nas inserções que abordam episódios relacionados ao Egito, apenas uma destaca que esse país pertence ao continente africano. Questões de exclusão de determinados grupos no ambiente escolar precisam ser consideradas pelos autores dos livros didáticos e a HdM pode auxiliar na representatividade de tais grupos na produção matemática, pois segundo ressalta Miguel e Miorim (2011) a HdM “[...] possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados ou excluídos do contexto escolar.” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 62).

Outro fato evidenciado foi uma baixa menção a obras comparado ao quantitativo de menções a personagens históricos, o que sugere uma abordagem personalista da HdM nos livros avaliados.

Verificou-se que as inserções são bastante ilustradas, contudo, em um universo de pelo menos 462 imagens, apenas 22 correspondem a *livros, manuscritos, papiros ou tabletas*. Tais imagens poderiam ser mais exploradas pelos autores de livros didáticos, pois relaciona-se em sua maioria com fontes originais. E tais fontes permitem que o estudante seja inserido em outros contextos e épocas, onde eram utilizadas diferentes técnicas para armazenar dados, efetuar cálculos, escrever, dentre outros. Um aspecto positivo foi o número de imagens de *Diagramas e gráficos matemáticos* e de *imagens que ilustram Operações matemáticas*, o que é bastante favorável para o ensino de matemática. Outro ponto positivo é a exibição de mapas localizando as civilizações antigas, o que permite a contextualização geográfica dos locais e tempos narrados nas inserções.

Quanto às fontes utilizadas pelos autores para a redação das inserções, as fontes mais consultadas são *sites*, seguidos pelos *livros de HdM e de divulgação*. Foi satisfatório observar que entre os sites listados constam alguns sites acadêmicos (revistas, repositórios etc.). Isso indica a intenção dos autores dos livros em buscar pesquisas acadêmicas e fontes atualizadas. Porém, há um alto quantitativo de sites educacionais, cujo conteúdo histórico não é escrito por especialistas em história da matemática. O quantitativo de sites educacionais maior que o de sites acadêmicos pode ser uma consequência de que temos poucos sites para divulgar conteúdo de HdM. Um resultado que não causou surpresa foram os livros mais referenciados pelos autores, os tradicionais *História da Matemática* de Carl Boyer e *Introdução à História da Matemática* de Howard Eves. Da mesma forma que é pontuado por Roque (2012), ressalta-se que a intenção deste trabalho não é desvalorizar os importantes trabalhos desses autores que ajudaram a consolidar a HdM como área de pesquisa, “a intenção é ressaltar que suas obras continuam a ser citadas sem uma visão crítica, ainda que inúmeros trabalhos tenham desmentido e questionado grande parte das informações nelas reproduzidas.” (ROQUE, 2012, p.478/9)

Quanto às narrativas históricas, foram poucas as narrativas que *meramente a mencionam algum elemento histórico* e as narrativas que *contém meramente informações biográficas de um ou mais personagem*, o que é satisfatório pois tais narrativas geralmente não contribuem para o processo de ensino-aprendizagem de

matemática. Quanto às demais narrativas, a maioria das inserções classificadas são focadas em um episódio/evento (110), sendo que as narrativas compostas de uma sequência de episódios/eventos de locais e/ou tempos distintos possuem quantitativo aproximado (103). Ao observar o quantitativo de inserções que se referem ao tempo atual e que citam vários episódios tem-se uma HdM, como pontuada por Fried (2014), com conteúdo histórico adaptado para o ensino da matemática atual, propiciando ao estudante o pensamento que a matemática contemporânea está “embutida” na matemática do passado. Dessa forma a HdM tende a ser apresentada ao estudante de forma linear, progressivista e anacrônica.

Já a função didática mais desempenhada nas inserções foi *HdM e estratégia didática*, a qual, no ponto de vista desta autora, têm maior potencial para favorecer a aprendizagem do conteúdo e/ou auxiliar o desenvolvimento de um raciocínio matemático no estudante. Pesquisas anteriores, como Vianna (2005), Bianchi (2006), Pereira (2016) e Biffi (2018), destacam que essa foi a função didática menos observada em suas pesquisas. Percebe-se, então, um avanço nesse sentido. Contudo, considera-se que o valor proporcional ainda é baixo (cerca de 34%), dada a importância dessa função didática da HdM para o ensino de matemática. Quanto às funções *HdM e elucidação dos porquês* e *HdM e elucidação do para quê*, as duas categorias juntas representaram cerca de 51% das inserções, o que é visto de forma positiva. A primeira propicia ao estudante conhecer as demandas externas e internas à matemática, que suscitam a necessidade da criação e o desenvolvimento de um determinado conceito, processo ou técnica. Já a segunda propicia o contato com aplicações da matemática em outras áreas do conhecimento ao longo do tempo. Tais funções didáticas da HdM também são relevantes, pois conferem sentido à aprendizagem da matemática. Por último, destacamos a categoria *HdM formação cultural geral*, que apresentou cerca de 25% dos registros, ressalta-se que não são desvalorizadas neste trabalho as contribuições das informações históricas mais gerais, entretanto, essa categoria é a que menos contribui com o processo ensino-aprendizagem de matemática.

Apesar de algumas considerações não favoráveis, é elogável a intenção dos autores dos livros didáticos, percebe-se uma melhora nas inserções que estão, de um modo geral, bastante ilustradas, mais elaboradas, há poucas inserções que se resumem a informações biográficas ou à mera apresentação de elementos históricos

em um pequeno box na margem do livro e ainda houve um crescimento de inserções que utilizando a HdM para auxiliar a aprendizagem dos estudantes.

No início da pesquisa, intencionava-se identificar as inserções em quatro coleções de livros de matemática aprovados pelo PNLD 2020 e realizar a análise dos dados de todos os blocos de questão do instrumento de coleta de dados. Porém, devido ao quantitativo de inserções, ao volume de dados e ao limite de tempo para a conclusão da pesquisa, foi necessário rever a quantidade de coleções e selecionar os blocos de pergunta do questionário que foram utilizados na coleta de dados. Assim, o *corpus* documental da pesquisa limitou-se a três coleções e optou-se por não contemplar os blocos 7 e 8 do questionário devido à complexidade das questões, o registro de tais blocos demandam um tempo considerável.

Durante a coleta de dados algumas questões se mostraram mais complexas, como distinguir algumas imagens que representam diagramas matemáticos e operações matemáticas. A classificação das narrativas históricas e as funções didáticas também demandaram muita atenção na interpretação antes dos registros. Algumas vezes foi preciso recorrer ao grupo CHEMat para debater sobre algumas inserções cujas funções não eram muito evidentes. Encontrou-se algumas questões que precisam ser revistas no formulário, como a Roma antiga que mencionada 17 vezes e não consta entre as civilizações antigas e muitos tipos imagens de inserções que não são contempladas nas questões objetivas. O questionário, implementado em um formulário do Google Forms, otimizou o tempo na coleta de dados. Outra vantagem é que o Google Forms apresenta os dados de diferentes maneiras. Uma delas é por meio de uma tabela, o que facilitou a sistematização dos dados na etapa da análise.

Espera-se que os resultados desta pesquisa contribuam com novas investigações, com questões que emergiram no decorrer das investigações, como a baixa representatividade feminina nas inserções analisadas. Espera-se também que auxilie os autores de livros didáticos na reflexão quanto ao objetivos didáticos/pedagógicos que se deseja alcançar ao articular a HdM e ensino de matemática nos livros de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, bem como auxilie os professores da educação básica a ter uma visão mais crítica quanto ao uso da HdM em sala de aula.

Ressalta-se que esta pesquisa não se propôs a fazer uma leitura crítica das

inserções, do ponto de vista historiográfico. Esta seria uma etapa posterior, uma proposta de continuação da pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ABREU, Livia; ALMEIDA, Ana Mary de; FERREIRA, Magno Luiz; OLIVEIRA, Carlos Antonio de; SCHUBRING, Gert. A história da matemática nos livros-texto de Cajori, Eves, Boyer e Struik: um ensaio de revisão. **Revista Brasileira de História da Ciência**, n. 1, 2021.
- BARRETO, Beatriz de Castro; MONTEIRO, Maria Cristina Guimarães de Goes. Professor, livro didático e contemporaneidade. **Revista Pesquisas em Discurso Pedagógico**, Rio de Janeiro, n. 1, p. 01-06, 2008. Disponível em: <<https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/11983/11983.PDF>> acesso em 17/07/2020.
- BARROW-GREEN, June. **The Historical Context of the Gender Gap in Mathematics**. In: ARAUJO, Carolina. et al. (ed.) World Women in Mathematics 2018. Association for Women in Mathematics Series. Redmond, EUA: Springer, 2019, pp. 129-145.
- BERNARDES, Aline. Uma Proposta para Integrar a História da Matemática ao Ensino de Matemática: história das matrizes e as regras do discurso matemático. **HIPÁTIA, Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, V. 4, n. 1, p. 84-101, 2019.
- BIANCHI, Maria Isabel Zanutto. **Uma reflexão sobre a presença da História da Matemática nos livros didáticos**. 2006, 103p. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-graduação em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**, 6º ano, 9. ed. São Paulo: Moderna Editora, 2018.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**, 7º ano, 9. ed. São Paulo: Moderna Editora, 2018.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**, 8º ano, 9. ed. São Paulo: Moderna Editora, 2018.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**, 9º ano, 9. ed. São Paulo: Moderna Editora, 2018.
- BIFFI, Lorena Carolina Rosa. **História da Matemática em livros didáticos do Ensino Médio: Um olhar a partir do Manual do Professor**. 2018. 121p. Dissertação de mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática), Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018 a.

BRASIL. Ministério da Educação. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Edital de Convocação 01/2018 – CGPLI:** Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e Avaliação de Obras Didáticas e Literárias para o Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático PNLD 2020. Brasília, 2018b. 80 p.

BRASIL. Ministério da Educação. PNLD 2011: Matemática – **Guia de livros didáticos** – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica 2010. 96 p.

BRASIL. Ministério da Educação. PNLD 2014: matemática – **Guia de livros didáticos** – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica 2013. 104 p.

BRASIL. Ministério da Educação. PNLD 2017: matemática – **Guia de livros didáticos** – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica 2016. 155 p

BRASIL. Ministério da Educação. PNLD 2020: matemática – **Guia de livros didáticos** – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica 2019. 158 p.

BRASIL. Ministério da Educação. (2020). Programas do Livro – **Dados Estatísticos**/Ministério da Educação - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, Brasília, DF: Ministério da Educação e Cultura. Disponível em: <<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>> acesso em 23/07/2020.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF - Terceiro e quarto ciclos, 1998. 148 p.

CARLINI, Elisângela Miranda Pereira; CAVALARI, Mariana Feiteiro. As funções didáticas da história da matemática nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio. **Hipátia – Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 2, n. 2, p. 73-88, dez. 2017a.

CARLINI, Elisângela Miranda Pereira; CAVALARI, Mariana Feiteiro. **A história da matemática em livros didáticos de matemática do Ensino Médio**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017b.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. Políticas Públicas e o Livro Didático de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 21, n. 29, p.1-11, fev. 2008. Quadrimestral.

- DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática**, 6º ano. 3ª edição São Paulo: 2018, Ática.
- DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática**, 7º ano. 3ª edição São Paulo: 2018, Ática
- DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática**, 8º ano. 3ª edição São Paulo: 2018, Ática
- DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática**, 9º ano. 3ª edição São Paulo: 2018, Ática
- FRIED, Michael N. History of mathematics in mathematics education. In: MATTHEWS, M. R. (Ed.). **International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching**. Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer, 2014. Cap. 21, pp. 669-703.
- FURINGHETTI, Fulvia; RADFORD, Luis. (2002). Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from phylogenesis and ontogenesis theory to classroom practice. In L. English (Ed.), **Handbook of International Research in Mathematics Education** (631- 654). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**, 6º ano, 4º edição, São Paulo: 2018, FTD.
- GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**, 7º ano, 4º edição, São Paulo: 2018, FTD.
- GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**, 8º ano, 4º edição, São Paulo: 2018, FTD
- GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**, 9º ano, 4º edição, São Paulo: 2018, FTD
- GOMES, Marcos Luis. **As práticas culturais de mobilização de histórias da matemática em livros didáticos destinados ao Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas: SP. 2008.
- GRABINER, Judith. **The Mathematician, the Historian, and the History of Mathematics. Historia Mathematica**. vol 2, 4ª ed. 1975. p. 439-447. Disponível :<<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0315086075901019>> acesso em: 02/04/2021.
- HAUBRICHES, Cleber.; AMADEO, Marcello. História da Matemática nas Coleções do PNLD 2018: um estudo preliminar. In **Anais Eletrônicos do XIV SNHM** (Seminário Nacional de História da Matemática), 28 a 31 de março de 2021, Minas Gerais. 2021.
- HAUBRICHES, Cleber; AMADEO, Marcello. História da Matemática nas Coleções do PNLD 2018: Um estudo preliminar. **Hipátia - Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**. v. 6, n. 2, p. 199-214, dez. 2021.

HABRICHES, Cleber; BERNARDES, Aline. Inserções de história em livros didáticos de matemática: elaborando um instrumento de coleta de dados. In **Anais Eletrônicos do 17º SNHCT** (Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia), 23 a 27 de novembro de 2020, Rio de Janeiro. Organizado por Gisele Sanglard et al. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de História das Ciências, 2020.

JANKVIST, Uffe Thomas. A Categorization of the ‘Whys’ and ‘Hows’ of Using History in Mathematics Education. In **Educational Studies in Mathematics**, v. 71, n. 3. p. 235–261, 2009.

LÜDKE, Menga. ANDRÉ, Marli E.D.A. **A Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2 ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas Editora, 2020.

MARTINES. Mônica de Cássia Siqueira; et al. As mulheres na matemática e seus trabalhos ao longo dos séculos. In **Anais Eletrônicos do 17º SNHCT** (Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia), 23 a 27 de novembro de 2020, Rio de Janeiro. Organizado por Gisele Sanglard et al. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de História das Ciências, 2020.

MIGUEL, Antonio.; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. 2 a ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PEREIRA, Elisângela Miranda. **A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio: conteúdos e abordagens**. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Mestrado Profissional, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2016.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2012.

ROQUE, Tatiana. **Desmascarando a equação. A história no ensino de matemática?** Revista Brasileira de História da Ciência, Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, dez 2014, p.167-185

SAITO, Fumikazu. A Pesquisa Histórica e Filosófica na Educação Matemática. **Revista Eventos Pedagógicos**, v. 9, n. 2, pp. 604-618, 2018.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física/SBHM, 2015.

SALVIANO, Carolina. **Vozes das mulheres na academia: desmantelando armadilha para nos invisibilizar.** 2020. 141 f. Dissertação de mestrado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática), Universidade Federal do Rio de Janeiro -Rio de Janeiro, RJ

TEIXEIRA, Wilza Maria Adão Lopes BERNARDES, Aline. Inserções de História da Matemática em Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. In **Anais Eletrônicos do XIV SNHM** (Seminário Nacional de História da Matemática), 28 a 31 de março de 2021, Minas Gerais. 2021.

TEIXEIRA, Wilza Maria Adão Lopes; BERNARDES, Aline Caetano da Silva. História da Matemática em Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. **Hipátia - Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**. v. 6, n. 2, p. 259-271, dez. 2021.

TZANAKIS, Constantinos.; ARCAVI, Abraham. Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In: J. Fauvel and J. van Maanen (Eds.). **History in Mathematics Education**. The ICMI Study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000, Chapter 7, pp. 201–240.

VIANNA, Carlos Roberto. **Matemática e História: Algumas relações e implicações pedagógicas**. 1995. 228p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

APÊNDICE

APÊNDICE A – seção 1 do questionário

1.1) Escreva o código da coleção:

Esse código é composto de 10 caracteres alfanuméricos.

Sua resposta

1.2) Qual é o volume (ano letivo).

Sim

6o ano.

7o ano.

8o ano.

9o ano.

1.3) Qual é a página da inserção:

Responda com três dígitos, mesmo se a página for anterior à 100. Caso a inserção avance por mais de uma página, informe apenas a primeira delas.

Sua resposta

APÊNDICE B - questão 2.1 do questionário

2.1) A inserção aparece em que POSIÇÃO DENTRO DA ORGANIZAÇÃO do livro?

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter uma ou mais respostas "sim".

Sim

a) No início de uma unidade.

b) No início de um capítulo.

c) No início de uma seção.

d) No meio de uma seção, entre o texto expositivo.

e) No meio de uma seção, junto à lista de exercícios.

f) No fim da seção.

g) No fim do capítulo.

h) No fim da unidade.

APÊNDICE C – questão 2.2 do questionário

2.2) Qual é a posição ou DIAGRAMAÇÃO DA INSERÇÃO NA PÁGINA em que ela aparece?

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter uma ou mais respostas "sim".

Sim

- a) Em box separado/específico para conteúdos de história da matemática.
- b) Em box separado/específico para conteúdos gerais de apoio ao texto principal.
- c) "Misturada" com outros conteúdos do livro didático.
- d) Ocupando uma (ou mais) página(s) inteira(s).

2.3) Observações sobre a posição e ou a diagramação da inserção no livro.

Sua resposta

APÊNDICE D - questão 3.1 do questionário

3.1) Segue abaixo alguns períodos ou civilizações da HISTÓRIA ANTIGA (da pré-história, passando pelos séculos a.E.C. até chegar ao século IV da nossa Era). Assinale quais deles são tratados na inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

Sim

- a) Registros pré-históricos.
- b) Mesopotâmia Antiga, Babilônia e outras civilizações do Oriente Médio nos séculos a.E.C..
- c) Egito Antigo e outras civilizações africanas nos séculos a.E.C..
- d) Grécia Antiga, século VI a.E.C. ao século IV da nossa Era.
- e) Civilizações do Extremo Oriente na Antiguidade (Índia, China, Japão, etc) nos séculos a.E.C..

APÊNDICE E - questão 3.2 do questionário

3.2) Segue abaixo alguns períodos ou civilizações da HISTÓRIA DE POVOS NÃO OCIDENTAIS NOS SÉCULOS DA NOSSA ERA. Assinale quais deles são tratados na inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

Sim

- a) Civilizações africanas (nos séculos da nossa Era até o século XIX)
- b) Civilizações do Oriente Médio e Povos de Cultura Árabe (nos séculos da nossa Era até o século XIX)
- c) China, Japão e outras civilizações do Extremo Oriente (nos séculos da nossa Era até o século XIX)
- d) Índia e outras civilizações de Cultura Hindu (nos séculos da nossa Era até o século XIX)
- e) Civilizações da América Pré Colombiana (isto é, até o século XV)

APÊNDICE F - questão 3.3 e 3.4 do questionário

3.3) Segue abaixo alguns períodos ou civilizações da HISTÓRIA OCIDENTAL MEDIEVAL OU MODERNA (dos séculos IV ao XIX). Assinale quais deles são tratados na inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

Sim

- a) Povos europeus na baixa Idade Média
(do século IV ao XI)
- b) Povos europeus na alta Idade Média (do século XI ao XV)
- c) América Colonial (do século XV ao XVIII)
- d) Alemanha, França, Grã Bretanha, Inglaterra, Itália e Suíça e outros países da Europa Central e Nôrdica (do século XVI ao XIX)
- e) Espanha, Portugal e outros países da Europa Ibérica (do século XVI ao XIX)
- f) Rússia e demais países do Leste Europeu (do século XVI ao XIX)
- g) Brasil, Estados Unidos e outros países americanos da era moderna (século XIX)

3.4) O período geral TEMPO ATUAL / MUNDO GLOBALIZADO aborda episódios do século XX aos dias atuais. Esse período é tratado na inserção?

Responda SIM apenas se for o caso ou deixe a resposta EM BRANCO.

- Sim

APÊNDICE G - questão 4.1 do questionário

4.1) Quais dos personagens abaixo são mencionados na inserção?

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

	Sim
Achenwall, Gottfried	<input type="checkbox"/>
Ahmes	<input type="checkbox"/>
Al-Khwarizmi	<input type="checkbox"/>
Apolônio	<input type="checkbox"/>
Arquimedes	<input type="checkbox"/>
Bayes, Thomas	<input type="checkbox"/>
Brahmagupta	<input type="checkbox"/>
Cardano, Girolamo	<input type="checkbox"/>
Charles, Jacques	<input type="checkbox"/>
Chongzhi, Zu	<input type="checkbox"/>
Da Vinci, Leonardo	<input type="checkbox"/>
Descartes, René	<input type="checkbox"/>
Diofanto	<input type="checkbox"/>
Eratosthenes	<input type="checkbox"/>
Eudoxo de Cnido	<input type="checkbox"/>
Euclides	<input type="checkbox"/>

Euler, Leonhard	<input type="checkbox"/>
Fermat, Pierre de	<input type="checkbox"/>
Fibonacci (ou Leonardo de Pisa)	<input type="checkbox"/>
Girard, Albert	<input type="checkbox"/>
Harriot, Thomas	<input type="checkbox"/>
Hérigone, Pierre	<input type="checkbox"/>
Hume, James	<input type="checkbox"/>
Hilbert, David	<input type="checkbox"/>
Hiparco de Nicéia	<input type="checkbox"/>
Koch, Helge von	<input type="checkbox"/>
Laplace, Pierre	<input type="checkbox"/>
Leibniz, Gottfried Wilhelm	<input type="checkbox"/>
Mancini, Alexandre	<input type="checkbox"/>
Menger, Karl	<input type="checkbox"/>
Mondrian, Piet	<input type="checkbox"/>
Pascal, Blaise	<input type="checkbox"/>
Pitágoras	<input type="checkbox"/>
Rhind, Alexander	<input type="checkbox"/>
Rudolff, Christoff	<input type="checkbox"/>
Tales de Mileto	<input type="checkbox"/>
Turing, Alan	<input type="checkbox"/>
Viète, François	<input type="checkbox"/>
Outros	<input type="checkbox"/>

APÊNDICE H - questões 4.1.1, 4.2, 4.3 e 4.4 do questionário

4.1.1) Caso você tenha assinalado “OUTROS” na pergunta acima, informe quem são os personagens mencionados?

Se você não assinalou OUTROS na pergunta acima, deixe essa pergunta EM BRANCO. Se houver mais de um personagem não previsto na lista acima, escreva cada nome do modo como está registrado na inserção, separando-os pela tecla [enter].

Sua resposta

4.2) Escreva os títulos dos livros, documentos históricos, tratados, periódicos ou publicações mencionadas.

Caso não tenha, deixe essa pergunta EM BRANCO. Caso tenha mais de um, escreva cada nome do modo como está registrado na inserção, separando-os pela tecla [enter].

Sua resposta

4.3) Escreva os nomes das instituições de ensino ou pesquisa mencionadas.

Caso não tenha, deixe essa pergunta EM BRANCO. Caso tenha mais de um, escreva cada nome do modo como está registrado na inserção, separando-os pela tecla [enter].

Sua resposta

APÊNDICE I - questões 5.1 e 5.1.1 do questionário

5.1) Segue abaixo alguns TIPOS GRÁFICOS de figuras. Assinale quantas de cada tipo aparecem na inserção.

Assinale a quantidade indicada apenas quando existir o referido tipo gráfico. Caso não tenha, simplesmente deixe em branco.

	1	2	3	mais
a) Gravura (desenho, ilustração, pintura)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) Fotografia	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) Fac-símile	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) Outros tipos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

5.1.1) Caso você tenha assinalado "outros tipos" na pergunta acima, informe quais são?

Sua resposta

APÊNDICE J - questões 5.2 e 5.2.1 do questionário

5.2) Segue abaixo alguns CONTEÚDOS de figuras. Assinale quais deles aparecem na inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter uma ou mais de uma resposta "sim". Adiantamos que nas perguntas seguintes pediremos os detalhamentos desses conteúdos.

Sim

- a) Desenho ou pintura de pessoas
- b) Estátua de pessoas
- c) Construções, ruínas ou túmulos
- d) Mapas de territórios
- e) Livros, manuscritos, papiros ou tabletas
- f) Diagramas ou gráficos matemáticos
- g) Imagens que ilustram operações matemáticas
- h) Instrumentos de medida, de desenho ou de cálculo.
- i) Outros conteúdos

5.2.1) Caso você tenha marcado "sim" em DESENHO OU PINTURA DE PESSOA na pergunta sobre os conteúdos das figuras, informe de quem se trata.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

APÊNDICE K - questão 5.22, 5.2.3, 5.2.4 e 5.2.5 do questionário

5.2.2) Caso você tenha marcado "sim" em ESTÁTUA DE PESSOAS na pergunta sobre os conteúdos das figuras, informe do que se trata.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

5.2.3) Caso você tenha marcado "sim" em CONSTRUÇÕES, RUÍNAS OU TÚMULOS na pergunta sobre os conteúdos das figuras, informe que lugares aparecem.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

5.2.4) Caso você tenha marcado "sim" em MAPAS DE TERRITÓRIOS na pergunta sobre os conteúdos das figuras, informe do que se trata.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

5.2.5) Caso você tenha marcado "sim" em LIVROS, MANUSCRITOS, PAPIROS OU TABLETES na pergunta sobre os conteúdos das figuras, informe do que se trata.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

APÊNDICE L - questões 5.2.6, 5.2.7, 5.2.8, 5.29 e 5.3 do questionário

5.2.6) Caso você tenha marcado "sim" em DIAGRAMAS OU GRÁFICOS MATEMÁTICOS na pergunta sobre os conteúdos das figuras, informe o que aparece.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

5.2.7) Caso você tenha marcado "sim" em IMAGENS QUE ILUSTRAM OPERAÇÕES MATEMÁTICAS na pergunta sobre os conteúdos das figuras, informe do que se trata.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

5.2.8) Caso você tenha marcado "sim" em INSTRUMENTOS DE MEDIDA, DE DESENHO OU DE CÁLCULO na pergunta sobre os conteúdos das figuras, informe que instrumentos aparecem.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

5.2.9) Caso você tenha marcado "sim" em OUTROS CONTEÚDOS na pergunta sobre os conteúdos das figuras, informe do que se trata.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

5.3) Outras observações sobre a iconografia da inserção.

Sua resposta

APÊNDICE M - questão 6.1 do questionário

6.1) Estes são alguns dos conteúdos de NÚMEROS E OPERAÇÕES, dos anos finais do Ensino Fundamental, contidos na BNCC. Assinale em quais deles aparece a referida inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

Sim

- a) Sistemas de numeração
- b) Números naturais
- c) Divisibilidade
- d) Números inteiros
- e) Números racionais
- f) Números reais
- g) Contagem
- h) Outros

APÊNDICE N - questão 6.2 do questionário

6.2) Estes são alguns dos conteúdos de ÁLGEBRA, dos anos finais do Ensino Fundamental, contidos na BNCC. Assinale em quais deles aparece a referida inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

Sim

- a) Propriedades da igualdade
- b) Partição
- c) Linguagem algébrica: variável e incógnita
- d) Expressões algébricas
- e) Sequências
- f) Proporcionalidade
- g) Equações polinomiais do 1º e do 2º grau
- h) Sistema de equações polinomiais de 1º grau
- i) Funções
- j) Razão entre grandezas
- k) Outros

APÊNDICE O - questão 6.3 do questionário

6.3) Estes são alguns dos conteúdos de GEOMETRIA, dos anos finais do Ensino Fundamental, contidos na BNCC. Assinale em quais deles aparece a referida inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

- | | Sim |
|---|--------------------------|
| a) Geometria plana: área de figuras planas, perímetro. | <input type="checkbox"/> |
| b) Ângulos e retas, Teorema de Tales. | <input type="checkbox"/> |
| c) Triângulos: ângulos, congruência, semelhança. | <input type="checkbox"/> |
| d) Relações métricas no triângulo retângulo, teorema de Pitágoras. | <input type="checkbox"/> |
| e) Trigonometria no triângulo retângulo. | <input type="checkbox"/> |
| f) Transformações geométricas: homotetia, translação, reflexão e rotação. | <input type="checkbox"/> |
| g) Geometria espacial: poliedros, planificações e vistas ortogonais. | <input type="checkbox"/> |
| h) Plano cartesiano: pontos, distância entre pontos, retas. | <input type="checkbox"/> |
| i) Construções geométricas. | <input type="checkbox"/> |
| j) Circunferência: arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos. | <input type="checkbox"/> |
| k) Outros | <input type="checkbox"/> |

APÊNDICE P - questões 6.4 e 6.5 do questionário

6.4) Estes são alguns dos conteúdos de GRANDEZAS E MEDIDAS, dos anos finais do Ensino Fundamental, contidos na BNCC. Assinale em quais deles aparece a referida inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

Sim

- a) Geometria espacial métrica.
- b) Grandezas e suas medidas.
- c) Figuras planas: perímetros, áreas, plantas baixas, vistas aéreas.
- d) Medida do comprimento da circunferência, área do círculo.
- e) Ângulos: medidas e usos.
- f) Outros

6.5) Estes são alguns dos conteúdos de ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE, dos anos finais do Ensino Fundamental, contidos na BNCC. Assinale em quais deles aparece a referida inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

Sim

- a) Estatística
- b) Probabilidade
- c) Outros

APÊNDICE Q - questões 6.6 e 6.7 do questionário

6.6) Caso você tenha marcado "sim" em OUTROS em alguma das cinco perguntas acima, informe do que se trata.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

6.7) Outras observações sobre os conteúdos gerais e específicos em que a inserção aparece.

Sua resposta

APÊNDICE R- questões 7.1 e 7.1.1 do questionário

7.1) Seguem abaixo alguns elementos matemáticos que tipicamente compõem as redações de textos matemáticos. Assinale quais deles aparecem explicitamente dentro da inserção.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

	Sim
a) Definições enunciadas completas	<input type="checkbox"/>
b) Teoremas enunciados completos	<input type="checkbox"/>
c) Propriedades de objetos matemáticos enunciados completamente	<input type="checkbox"/>
d) Cálculos	<input type="checkbox"/>
e) Demonstrações	<input type="checkbox"/>
f) Exemplos ou exercícios resolvidos	<input type="checkbox"/>
g) Equações ou fórmulas.	<input type="checkbox"/>
h) Outros	<input type="checkbox"/>

7.1.1) Se você assinalou "outros" na questão acima, informe quais são.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

APÊNDICE S - questões 7.2 e 7.3 do questionário

7.2) Caso você tenha marcado "sim" em algum dos itens da questão 7.1), responda: qual é a relação dos elementos matemáticos que aparecem na inserção com o texto da inserção?

Sim

- a) Sendo excluídos os elementos matemáticos, a narrativa histórica ainda faz sentido.
- b) Sendo excluídos os elementos históricos, a redação matemática ainda faz sentido.
- c) Nesta inserção os elementos matemáticos e os elementos históricos são indissociáveis.
-
-

7.3) Outras observações sobre aparição explícita de matemática dentro da inserção.

Sua resposta

APÊNDICE T - questões 8.1 8.1.1, 8.2 e 8.3 do questionário

8.1) Estas são algumas atividades propostas aos estudantes que pode haver dentro da inserção. Assinale quais delas de fato aparecem.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim".

Sim

- a) Exercícios, problemas ou questões de matemáticas
 - b) Perguntas, problemas ou investigações sobre história
 - c) Sugestões de consultas a outras fontes para saber mais
 - d) Sugestões de outras tarefas
-

8.1.1) Se você assinalou "Sugestões de outras tarefas" na questão acima, informe do que se trata.

Sua resposta

8.2) Caso você tenha respondido "sim" para EXERCÍCIOS, PROBLEMAS OU QUESTÕES DE MATEMÁTICAS na pergunta sobre atividades propostas aos estudantes, informe qual é a relação desses exercícios com o texto da inserção?

Sim

- a) Sendo excluídos os elementos históricos, o exercício de matemática proposto ainda faz sentido.
 - b) No exercício proposto, os elementos matemáticos e os elementos históricos são indissociáveis.
-

8.3) Outras observações sobre atividades propostas aos estudantes dentro da inserção.

Sua resposta

APÊNDICE U - questão 9.1 do questionário

9.1) Estes são alguns tipos de fontes que podem ser usados como REFERÊNCIAS na redação da inserção. Assinale tipos de fontes que são mencionados.

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter apenas uma, ou mais de uma, ou até mesmo nenhuma resposta "sim". Adiantamos que nas perguntas seguintes pediremos os detalhamentos dessas referências.

Sim

- a) Historiadores
- b) Livros de história da matemática ou de divulgação
- c) Sites da internet
- d) Filmes ou documentários
- e) Outras fontes

9.2.1) Caso você tenha marcado "sim" em HISTORIADORES na pergunta sobre as referências na inserção, informe quem são as pessoas.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

9.2.2) Caso você tenha marcado "sim" em LIVROS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA OU DE DIVULGAÇÃO na pergunta sobre as referências na inserção, informe quais são os livros.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

APÊNDICE V - questão 9.2.3, 9.2.4, 9.2.5 e 9.3 do questionário

9.2.3) Caso você tenha marcado "sim" em SITES DA INTERNET na pergunta sobre as referências na inserção, informe quais são os sites.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

9.2.4) Caso você tenha marcado "sim" em FILMES OU DOCUMENTÁRIOS na pergunta sobre as referências na inserção, informe quais são os filmes.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

9.2.5) Caso você tenha marcado "sim" em OUTRAS FONTES na pergunta sobre as referências na inserção, informe quais são essas fontes.

Caso tenha mais de um, escreva cada informação do modo como está registrado na inserção, separando-as pela tecla [enter].

Sua resposta

9.3) Outras observações sobre as referências usadas e/ou indicadas pelos autores dos livros didáticos.

Sua resposta

APÊNDICE W - questões 10.1 do questionário

10.1) Quanto ao tipo de NARRATIVA HISTÓRICA, em que categoria a inserção se encaixa?

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter uma ou mais respostas "sim".

Sim

- a) Narrativa composta de uma sequência de episódios/eventos de locais e/ou tempos distintos.
- b) Narrativa focada em apenas um episódio/evento.
- c) Narrativa contendo meramente informações biográficas de um ou mais personagens.
- d) Narrativa contendo meramente a menção de algum elemento histórico (nome próprio, local ou data) ligado a um conceito matemático.

APÊNDICE X - questão 10.2, 10.3 e 11 do questionário

10.2) Quanto à FUNÇÃO PEDAGÓGICA, em que categoria a inserção se encaixa?

Observação: Estas categorias prévias seguem o trabalho de (PEREIRA, 2016).

Responda SIM apenas quando for o caso e deixe as demais respostas EM BRANCO. Esta pergunta pode ter uma ou mais respostas "sim".

Sim

- a) História da Matemática e estratégia didática
 - b) História da Matemática e elucidação dos porquês
 - c) História da Matemática e elucidação dos para quê
 - d) História da Matemática e formação cultural geral
-
-

10.3) Outras observações sobre as categorias de análise da inserção.

Sua resposta

APÊNDICE Z - personagens citados nas inserções

Nome	total	Nome	total	Nome	Tota l
Achenwall, Gottfried	01	Eratosthenes	01	Laplace, Pierre	02
Ahmes	03	Eudoxo de Cnido	03	Leibniz, Gottfried Wilhelm	04
Al-Khwarizmi	12	Euclides	16	Mancini, Alexandre	01
Apolônio	02	Euler, Leonhard	06	Menger, Karl	01
Arquimedes	12	Fermat, Pierre de	02	Mondrian, Piet	02
Bayes, Thomas	01	Fibonacci	07	Pascal, Blaise	03
Brahmagupta	02	Girard, Albert	01	Pitágoras	13
Cardano, Girolamo	04	Harriot, Thomas	01	Rhind, Alexander	03
Charles, Jacques	01	Hérigone, Pierre	01	Rudolff, Christoff	01
Chongzhi, Zu	01	Hume, James	01	Tales de Mileto	10
Da Vinci, Leonardo	03	Hilbert, David	01	Turing, Alan	01
Descartes, René	07	Hiparco de Nicéia	03	Viète, François	05
Diofanto	03	Koch, Helge von	02		
Total	52	Total	45	Total	46

Fonte: Dados coletados na pesquisa

Opção Outros

Akademos ou Hakademos	01	Galilei, Galileu	03	Oresme, Nicole	01
Al-Kaski	01	Garfield, James	01	Pace, Jonathan	01
Almeida, Guilherme	01	Gauguin	01	Parmênides	01
Amaral, Tarsila	03	Gauss, Johann C. Friedrich	01	Platão	01
Aristóteles	05	Goldbach, Christian	02	Plutarco	02
Arndt, Nikolaj	01	Hairer, Martin	01	Poincaré	01
Aryabhata	01	Halley, Edmond	01	Policleto	01
Augusto, Otávio	02	Henshilwood, Christopher	01	Pollio, Marcus Vitruvius	01
Ávila, Artur	01	Heron de Alexandria	02	Polya, George	01
Barros, Geraldo de	01	Heródoto	03	Portinari, Cândido	01
Bernoulli, Jacob	02	Hicrônimos ou Hierônimos	02	Proclus	01
Bernoulli, Johann	01	Hipaso	01	Ptolomeu, Cláudio	03
Bhargava, Manjul	01	Hunt, William Henry	01	Recorde, Robert	01

Bhaskara	09	Huygens, Christiaan	01	Rei Guilherme I..	01
Bombelli, Raffaelle	01	Kandinsky, Wassily	03	Rei Hierão II	01
Borel, Emile	01	Karrels, Ed	01	Renoir	01
Brunelleschi, Fillipo	01	Kasner, Edward	01	Reutersvard, Oscar	01
Buonarotti, Michelangelo	01	Kee, Paul	01	Richter, Charles F.	01
Cantor, Georg	01	Kondo, Shigeru	01	Riemann, George	01
Celsius, Anders	02	Lagrange, Joseph-Louis	01	Sanzio, Rafael	03
Ch'ung-chih, Tsu	02	Lambert, Johann Heinrich	01	Sirotta, Milton	01
Chiarino, Giorgio	01	Lindemann, Ferdinand von	01	Sócrates	01
Colombo, Cristóvão	01	Lobachevsky, Nikolai	01	Souza, Júlio C. de Mello	02
D'Alembert, Jean le Rond	01	Ceulen, Ludolph van	02	Stevin, Simon	01
Direchlet, Lejeune	02	Magini, Giovanni Antonio	01	Stifel, Michael	01
Dürer, Albrecht	01	Maldebroit, Benoit	01	Teodoro de Cirene	01
Einstein, Albert	02	Merisi, Michelângelo	01	Thomson, William	01
Escher, Maurits Cornelis	08	Mirzakhani, Maryam	01	Van Gogh	01
Eudemo de Rhodes	01	Monet	01	Venn, John	01
Fahrenheit, Daniel	01	Napier, John	01	Widmann, Johannes	01
Fídias	02	Nash, John	01	Yee, Alexander	01
Fídias (Pai de Arquimedes)	01	Newmann, John von	02	Zermelo, Ernest	01
Fields, John Charles	01	Newton, Isaac	01		
Fourier, Jean-Baptiste	01	Nobel, Alfred	01		
Total	62	Total	45	Total geral	38

Fonte: Dados coletados na pesquisa

APÊNDICE AA – obras mencionadas nas inserções

1. A arte de resolver problemas, de George Polya [1]
2. A Dízima, de Simon Stevin [1]
3. A medida do círculo, um tratado de Geometria plana de Arquimedes [1]
4. A Métrica, de Heron de Alexandria [2]
5. A vingança do judeu, conto de Julio César de Mello e Souza [1]
6. Almagesto, de Ptolomeu [1]
7. Aritmética, de Diofante. Edição de 1621 [2]
8. Aryabhatiya, de Ariabata [1]
9. Brahmasphutasiddhanta, de Brahmagupta [1]
10. Contos de mil e uma noites, de Júlio César de Mello e Souza [1]
11. Hisab al-jabr al-muqabala ou Hisab al-jabr w'al-mugabalah, de Al-Khwarizmi [5]
12. Invention nouvelle en l'algèbre (Novas invenções em álgebra), de Albert Girard [1]
13. Jornal o imparcial [1]
14. L'Algebra, de Bombelli publicada em 1572 [1]
15. Liber Abaci (livro do ábaco), de Leonardo Fibonacci [2]
16. Lilavati, de Bhaskara [4]
17. Manual Domesday Book [1]
18. Nove capítulos sobre a arte matemática (ou Chui-Chang Suan-Shu), de [3]
19. O Cânone, de Policleto [1]
20. O homem de calculava, de Júlio César de Mello e Souza [2]
21. O livro sobre jogos de azar, de Gerolamo Cardano [1]
22. Os Elementos, de Euclides [8]
23. Papiro de Moscou [1]
24. Papiro de Rhind ou Papiro de Ahmes [9]
25. Papiro egípcio [1]
26. Sintaxe matemática, de Cláudio Ptolomeu [1]
27. Sumário eudemiano, de Proclus [1]
28. Theory of Parlon games, artigo de Von Neumann [1]
29. Tratado De architectura, Marcus Vitruvius Pollio [1]
30. Tratado de Tordesilhas [1]
31. Vijiaganita [1]
32. Zhou bi suan jing ou Chou peisuan ching [1]

APÊNDICE AB - personagens retratados nas inserções

Personagens	
Alan Turing. Foto de 1930	1
al-Khwarizmi - pintura	1
Bhaskara - pintura	1
Arquimedes - Ilustração artística Arquimedes saindo da água, em xilogravura de 1547, de autoria desconhecida Arquimedes. c. 1750. Giuseppe Nogari. Óleo em canvas Arquimedes - Mosaico do século III a.C.	6
Artur Ávila - fotografia	1
Blaise Pascal. c. 1691. François the Younger Quesnel. Óleo sobre tela, 7	1
Claudius Ptolomeu. Gravura	1
Edmond Halley, astrônomo inglês em pintura de cerca de 1720	1
Edward Kasner. Retrato	1
Euclides, c. 1630-1625. Jusepe de Ribera. Óleo sobre tela de	2
François Viète. 1540. Autor desconhecido. Retrato gravado em madeira ilustração	2
Galileu Galilei. Gravura Galileu Galilei. Quadro de 1636. Retrato.	2
Gerolamo Cardano. 1876. Óleo sobre tela - Retrato Gerolamo Cardano. 1876. Ricardo Marti. Litografia	2
Goldbach - ilustração	1
Guilherme de Almeida	1
Heron de Alexandria	1
Indígena Guarani de Aracruz no Espírito Santo, 2014. Fotografia	1
Jacques Bernoulli. Séc. XVIII. Gravura	1
Johann Heinrich Lambert - fotografia	1
Júlio Cesar de Mello e Souza – retrato.	1
Kandinsky - fotografia	1
Leonhard Euler. 1780. Joseph Friedrich August Darbes. Óleo sobre tela Leonhard Euler - ilustração	2
Ludolph van Ceulen - fotografia	1
Maryam Mirzakhani. Foto de 2014	1

Peter Gustav Dirichlet. 1805–1859. Gravura	1
Pierre-Simon Laplace. Data desconhecida. Óleo sobre tela	1
Pitágoras. Gravura	1
Rei Guilherme I. 1829. William Pickering. Gravura	1
René Descartes. Frans Hals em cerca de 1649. Óleo sobre tela	4
Tales de Mileto – ilustração	2
Tarsila do Amaral - fotografia.	1
Tsu Ch'ung-chih	1

APÊNDICE AC - imagens de construções

Catedral de Pisa, Itália.
Centro Cultural Banco do Brasil, em Brasília (Distrito Federal). (Foto de 2016.)
Coliseu de Roma - Vista aérea do Coliseu, em Roma (Itália). A construção dele foi iniciada em 72 d.C. Foto de 2018.
Construção feita em pedra
Construção Grécia Antiga -Representação sem escala e em cores fantasia de uma construção da Grécia Antiga.
Janela da Faculdade Gonville e Caius, na Universidade de Cambridge (EUA). Foto de 2006.
Masp- Museu de Arte de São Paulo (MASP), da arquiteta Lina Bo Bardi, inaugurado em 1968. Foto de 2017."
Palácio de Ashurnazirpal II - Baixo-relevo que decora o salão do trono do palácio em Nimrud, na Mesopotâmia, atualmente território do Iraque.
Panteão de Roma, na Itália, construído por volta de 27 a.C. Foto de 2017
Parthenon-Fachada do Partenon, construído em Atenas no século V a.C.
Parthenon-Fachada do Parthenon, Atenas, Grécia. Foto de 1987.
Pathernon - Vista do Partenon, em Atenas (Grécia). Ele foi erguido no século V a.C., na montanha de Acrópole, que fica localizada no centro de Atenas. Foto de 2018.
Pirâmide Quéops
Pirâmide Quéops - Ilustração
Pirâmide Quéops, (Foto de 2016.)
Pirâmides de Gizé - Vista aérea das pirâmides de Gizé, Cairo (Egito). Foto de 2017.
Pirâmides (ilustração)
Pirâmides de Gizé no Egito. Foto de 2016
Pirâmides de Gizé no Egito. Foto de 2017.
Pirâmides de Gizé, no Egito. Foto de 2018
Pirâmides de Gizé.
Pirâmides do Egito
Salão Sistino da Biblioteca Apostólica Vaticana, no Vaticano. (Foto de 2016.)
Templo de Karnak. Egito, 2011
Templo de Kom Ombo (calendário no templo) Foto de 2013
Torre de Pisa, Toscana, Itália
Torre Mosfilm, na Rússia, construída em 2011. Foto de 2017
Túmulo de Diofanto - ilustração
Túmulo Ludolph van Ceulen