



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física

Entropia Estatística e o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica

Marcos Moura

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, na Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ensino e História da Matemática e da Física.

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Rio de Janeiro
Maio de 2023

Entropia Estatística e o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica

Marcos Moura

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, na Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ensino e História da Matemática e da Física.

Aprovada por:

Prof. Carlos Eduardo Aguiar (Presidente)

Prof. Diney Soares Ether Junior

Prof. Fernando Lang da Silveira

Prof. Jorge Simões de Sá Martins

Prof. Reinaldo Faria de Melo e Souza

Prof. Victor Augusto Giraldo

Rio de Janeiro
Maio de 2023

FICHA CATALOGRÁFICA

M929e Moura, Marcos

Entropia Estatística e o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica / Marcos Moura. – Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2023.

212 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar.

Tese (doutorado) – UFRJ / Instituto de Matemática / Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2023.

Referências Bibliográficas: f. 190-195.

1. Ensino de Física. 2. Entropia. 3. Termodinâmica. I. Aguiar, Carlos Eduardo. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. III. Entropia Estatística e o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica.

Dedico este trabalho a todos os alunos que encontraram dificuldades na aprendizagem da segunda lei da termodinâmica e pretendem superá-las, aos estudantes que desejam aprofundar seus estudos sobre termodinâmica e aos professores que buscam novos caminhos para o ensino.

Agradecimentos

Ao Carlos Eduardo Aguiar, muito mais do que orientador.

Aos membros da banca: Diney Soares Ether Junior, Fernando Lang da Silveira, Jorge Simões de Sá Martins, Reinaldo Faria de Melo e Souza, Victor Augusto Giraldo

À professora e aos professores que contribuíram para essa tese de diversas maneiras: Marta Feijó Barroso, Vitorvani Soares, Andre Penna-Firme, Daniel Soares Velasco, Fernando Nicacio (Boiúna), José Helder Lopes, Rodrigo Rodrigues Machado.

RESUMO

Entropia Estatística e o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica

Marcos Moura

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Resumo da Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, na Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ensino e História da Matemática e da Física.

Neste trabalho nós avaliamos uma proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica, baseada no conceito estatístico de entropia e adequada a diferentes níveis de ensino. A proposta foi aplicada em turmas do ensino médio, cursos básicos da licenciatura em física e em química, turmas avançadas da licenciatura em física e na pós-graduação em ensino de física. Para nossa análise, comparamos turmas que seguiram a abordagem estatística com turmas que tiveram a apresentação convencional (macroscópica) da segunda lei da termodinâmica. A comparação foi feita a partir da aplicação de um teste de compreensão conceitual sobre termodinâmica elaborado com base na pesquisa em ensino de física. Os resultados mostraram que a abordagem estatística levou a uma melhora significativa na compreensão da segunda lei pelos alunos dos cursos básicos e do ensino médio, com reflexos inclusive na aprendizagem de outros tópicos da termodinâmica. Para os cursos mais avançados, não encontramos evidências estatisticamente mensuráveis desses efeitos, possivelmente pelo pequeno tamanho dos grupos estudados.

Palavras chave: Ensino de Física, Entropia, Termodinâmica.

Rio de Janeiro
Maio de 2023

ABSTRACT

Statistical Entropy and the Teaching of the Second Law of Thermodynamics

Marcos Moura

Supervisor: Carlos Eduardo Aguiar

Abstract of thesis submitted to Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, at Universidade Federal do Rio de Janeiro, in partial fulfillment of the requirements for the Doctoral degree in Ensino e História da Matemática e da Física.

In this work we evaluate a proposal for teaching the second law of thermodynamics, based on the statistical concept of entropy and suitable for different levels of teaching. The teaching proposal was applied in high-school classes, basic courses for future physics and chemistry teachers, advanced classes for future physics teachers, and a graduate (master's) course in physics education. For our analysis, we compared classes that followed the statistical approach with classes that had the conventional (macroscopic) presentation of the second law of thermodynamics. The comparison was carried out by the application of a research based conceptual test on thermodynamics. The results showed that the statistical approach led to a significant improvement in the understanding of the second law by students of basic and high-school courses, with repercussions even on other topics of thermodynamics. For more advanced courses, we did not find statistically measurable evidence of these effects, possibly due to the small size of the studied groups.

Keywords: Physics education, Entropy, Thermodynamics.

Rio de Janeiro
Maio de 2023

Sumário

1	Introdução	1
2	Ensino e Aprendizagem da Segunda Lei da Termodinâmica	6
2.1	Pesquisas Sobre o Ensino da Segunda Lei	6
2.2	Principais Dificuldades na Aprendizagem da Segunda Lei . . .	10
2.3	A Segunda Lei nos Livros Didáticos	11
2.3.1	Ensino Superior	12
2.3.2	Ensino Médio	13
3	Proposta para o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica	15
3.1	A Sequência Didática	17
3.1.1	Da Seta do Tempo à Entropia Estatística	17
3.1.2	A Definição Termodinâmica de Temperatura	25
3.1.3	As Formulações de Clausius e Kelvin para a Segunda Lei	28
3.1.4	Os Teoremas de Carnot e Clausius	34
4	Testes de Compreensão Conceitual	37
4.1	Os Testes Conceituais no Ensino de Física	37
4.2	Testes Conceituais sobre Termodinâmica	40
4.3	O Teste SPTFaSL	40
4.3.1	Os Temas Presentes nas Questões do SPTFaSL	41
4.4	Validação Estatística do SPTFaSL	45
4.4.1	Aplicação do Teste: Turmas e Níveis de Ensino	45
4.4.2	Índices Estatísticos	47
5	Cursos Introdutórios: Graduação	54
5.1	Os Grupos Experimental e de Controle	54
5.2	Resultados e Análise	59
6	Cursos Introdutórios: Ensino Médio	73

7	Cursos Avançados: Graduação e Pós-Graduação	79
7.1	Turmas Avançadas da Graduação	79
7.2	Turmas da Pós-graduação	86
7.3	Comparação com Dados da Universidade de Pittsburgh	89
8	Análise Fatorial do STPFaSL	92
8.1	A Análise de Componentes Principais	93
8.2	Componentes Principais do Teste STPFaSL	97
8.3	PCA: Anos Iniciais da Graduação	103
8.4	PCA: Ensino Médio	106
8.5	PCA: Anos Finais da Graduação e Pós-graduação	108
8.5.1	Anos Finais da Graduação	108
8.5.2	Pós-graduação	110
8.5.3	Comparação com Dados de Pittsburgh	112
9	A Disciplina Física 2	114
9.1	MS&FT e Física 2	114
9.2	Análise em Subgrupos de Notas	116
10	Considerações Finais	121
A	Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica	127
B	Exercícios sobre Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica	175
C	Questionário STPFaSL	181
	Referências bibliográficas	190

Lista de Tabelas

4.1	Questões relacionadas a cada tema no STPFaSL segundo classificação do autor do teste [53]. Os destaques referem-se aos temas entropia e segunda lei.	42
4.2	As questões segundo os rótulos L1 e L2 . O rótulo L1 refere-se à primeira lei, energia, trabalho, calor e processos. Já L2 diz respeito à segunda lei e entropia. A n-ésima questão é identificada como “qn” ou “Qn”.	43
4.3	Questões nos conjuntos <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> . O conjunto <i>Lei 1</i> abrange questões que <i>não</i> abordam a segunda lei nem a entropia. <i>Lei 2</i> é composto por todas as questões que envolvem a segunda lei e/ou entropia. As questões de <i>Lei 1</i> são identificadas pelo “q” e as de <i>Lei 2</i> pelo “Q”.	44
4.4	Número de testes respondidos por estudantes de diferentes cursos e níveis de ensino. Nas turmas de Introdução à Termodinâmica e de Termodinâmica, o número inclui pré e pós-teste.	47
4.5	Índices de validação de diferentes testes aplicados a grupos distintos de estudantes. Valores extraídos de [53, 58, 59]. Os resultados da Universidade de Pittsburgh referem-se a um curso introdutório baseado em cálculo.	52
5.1	Nota média no STPFaSL de cada turma do grupo experimental de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	56
5.2	Nota média no STPFaSL de cada turma do grupo de controle de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	58
5.3	Notas médias no STPaSL dos grupos experimental e de controle de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	59

5.4	Diferença entre as médias ($\langle \text{exp} \rangle - \langle \text{cont} \rangle$), valor- p e d de Cohen na comparação dos resultados no STPaSL dos grupos experimental e de controle de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	63
5.5	Médias dos grupos experimental e controle de MS&FT nas questões de <i>Lei 2</i> do STPFaSL. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	65
5.6	Dados em <i>Lei 2</i> dos grupos experimental e de controle de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	66
5.7	Médias dos grupos experimental e de controle de MS&FT nas questões de <i>Lei 1</i> . Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.	68
5.8	Dados dos grupos experimental e de controle de MS&FT em <i>Lei 1</i> . Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.	68
6.1	Nota média no STPFaSL dos alunos do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	74
6.2	Nota média em <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> dos alunos do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. Na terceira coluna estão as diferenças entre os dois grupos de alunos. Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.	75
6.3	Desempenho dos alunos de MS&FT (grupo de comparação) e do CEFET (ano 2018) em 6 questões selecionadas do STPFaSL.	78
7.1	Nota média no STPFaSL (pré e pós-teste) dos grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica, com as respectivas diferenças pós-pré. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	80
7.2	Comparação dos grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica nas aplicações do STPFaSL. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	81
7.3	Dados dos grupos experimental e de controle de Introdução à Termodinâmica nas questões de <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> (pré e pós-teste). Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.	82
7.4	Média no pré e pós-teste das turmas de Termodinâmica. Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.	86
7.5	Média das turmas de Termodinâmica nas questões de <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> . Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.	87

8.1	Cargas das questões do MIET sobre as duas primeiras componentes da PCA [58]. O conceito mais relevante a cada questão está na última coluna. As cargas mais importantes em cada componente estão marcados com um asterisco.	96
8.2	Questões que contribuem para as componentes 1, 2, ou para nenhuma delas. Compare com a tabela 4.3	99
8.3	Temas mais abordados em cada componente.	101
8.4	Questões que contribuem para as componentes 1, 2, 3, ou para nenhuma delas.	102
8.5	Dados das turmas experimental e de controle de MS&FT obtidos com a PCA. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	103
8.6	Dados das turmas do CEFET (grupo experimental) e de MS&FT-UFRJ com abordagem convencional (grupo de comparação) obtidos com a PCA. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%. Compare com a tabela 6.2.	106
8.7	Dados dos grupos experimental e de controle em Introdução à Termodinâmica nas questões das componentes 1 e 2 da PCA (pré e pós-teste). Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.	108
8.8	Médias nas componentes da PCA das turmas de Termodinâmica (MPEF). O intervalo de confiança é 95%. Compare com a tabela 7.4.	111

Lista de Figuras

3.1	Possíveis resultados de jogo com dois dados. Os pares de dados representam microestados e os números (somas) são os macroestados.	18
3.2	Microestados, macroestados e multiplicidades para um modelo de gás ideal com quatro partículas, identificadas por suas cores.	20
3.3	Triângulo de Pascal.	21
3.4	Gráfico típico da entropia S em função da energia interna U . A temperatura T é dada por $1/T = \Delta S/\Delta U$, para ΔS e ΔU pequenos.	27
3.5	Sistema com dois corpos em contato térmico. A entropia total do sistema aumenta quando o calor passa do corpo quente para o corpo frio.	29
3.6	Sistema com dois corpos em contato térmico. A transferência espontânea de calor do corpo frio para o quente é impossível, pois a entropia total diminuiria.	30
3.7	A máquina térmica “perfeita”. A fonte quente está à temperatura T_{quente} e cede calor a um motor responsável por erguer uma carga, sob ação de gravidade, até uma altura h . Esse motor viola a segunda lei da termodinâmica.	31
3.8	A máquina térmica possível. Parte do calor recebido da fonte quente é rejeitado para o reservatório frio, de tal modo que $\Delta S_{\text{total}} \geq 0$	33
5.1	Nota média no STPFaSL de cada turma do grupo experimental de MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	57
5.2	Nota média no STPFaSL das turmas do grupo de controle de MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	58

5.3	Notas médias no STPaSL dos grupos experimental e de controle de MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	60
5.4	Exemplos de distribuição de dados. Tanto na imagem superior quanto na inferior a diferença entre as médias é a mesma. O desvio padrão na imagem superior é bem menor que o da imagem inferior. Apesar da diferença entre as médias ser a mesma nas duas situações, quando o desvio padrão é pequeno, as populações são mais distinguíveis entre si.	61
5.5	Histograma suavizado da distribuição das notas no STPFaSL dos estudantes dos grupos experimental e controle de MS&FT.	62
5.6	Tamanho do efeito associado à introdução de métodos de aprendizagem ativa em diferentes disciplinas. O efeito é medido pelo g de Hedges, essencialmente o d de Cohen corrigido para pequenas amostras. Os números abaixo dos pontos indicam a quantidade de estudos independentes. As linhas horizontais são intervalos de confiança de 95%. Figura original de [62].	63
5.7	Tamanho do efeito associado à aprendizagem ativa. Os dados (globais) são os mesmos da figura 5.6, agrupados segundo a forma de avaliação: exames regulares e testes conceituais. Os números abaixo dos pontos indicam a quantidade de estudos independentes. As linhas horizontais são intervalos de confiança de 95%. Figura original de [62].	64
5.8	Médias dos grupos experimental e de controle de MS&FT em <i>Lei 2</i> . As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	65
5.9	Distribuição das notas nas questões de <i>Lei 2</i> do STPFaSL dos grupos experimental e de controle de MS&FT.	66
5.10	Médias em <i>Lei 2</i> dos alunos de MS&FT divididos por professor. Os professores A* e B* lecionaram para o grupo experimental e os professores C e D para o grupo de controle. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	67
5.11	Médias dos grupo experimental e de controle de MS&FT em <i>Lei 1</i> . As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	68
5.12	Tamanho do efeito da abordagem estatística nas questões de <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> em MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	69
5.13	Distribuição das notas nas questões de <i>Lei 1</i> do STPFaSL dos estudantes dos grupos experimental e de controle de MS&FT.	69

5.14	Médias em <i>Lei 1</i> dos alunos de MS&FT divididos por professor. A professora B* lecionou para o grupo experimental e os professores C e D para o grupo de controle. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	70
5.15	Correlação entre as notas em <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> dos grupos experimental e controle de MS&FT. As barras correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	72
6.1	Nota média no STPFaSL do grupo de comparação da UFRJ e dos alunos do CEFET. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	74
6.2	Nota média do grupo de comparação da UFRJ e dos alunos do CEFET nas questões de (a) <i>Lei 1</i> e (b) <i>Lei 2</i> do STPFaSL. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	75
6.3	Correlação entre as notas em <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> dos alunos do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	76
7.1	Nota média no STPFaSL (pré e pós-teste) para os grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	80
7.2	Diferença pós-pré para os grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.	81
7.3	Médias nas questões de (a) <i>Lei 1</i> e (b) <i>Lei 2</i> para os grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica (pré e pós-teste). As barras de erro representam um intervalo de confiança de 95%.	82
7.4	Diferença pós-pré nas questões de <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> para os grupos experimental e de controle de Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	83
7.5	Tamanho do efeito em <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> da abordagem estatística em Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%	83
7.6	Correlação entre as diferenças pós-pré em <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> do grupo experimental e de controle de Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%	84

7.7	Diferença pós-pré nas questões de (a) <i>Lei 1</i> e (b) <i>Lei 2</i> para as turmas de cada professor de Introdução a Termodinâmica. O asterisco indica os professores que lecionaram para o grupo experimental. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	85
7.8	Média no pós e pré-teste das turmas de Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança 95%. . .	87
7.9	Média das turmas de Termodinâmica em (a) <i>Lei 1</i> e (b) <i>Lei 2</i> . As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	88
7.10	Diferença pós-pré em <i>Lei 1</i> e <i>Lei 2</i> para os alunos de Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	88
7.11	Médias em (a) <i>Lei 1</i> e (b) <i>Lei 2</i> dos alunos do grupo de nível superior (<i>upper level</i>) da Universidade de Pittsburgh, do pós-teste dos grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica, e do pré-teste dos estudantes da pós-graduação da UFRJ. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	90
8.1	Ilustração da PCA em um teste de duas questões. Em (a) temos a distribuição original de dados e em (b) s eixos correspondentes às componentes principais também são mostradas. .	95
8.2	O <i>scree plot</i> para a PCA de 8 itens do MIET [58].	95
8.3	<i>Scree plot</i> com os autovalores das componentes principais do STPFaSL. A linha tracejada representa o resultado de PCAs ‘paralelas’ realizadas em um <i>ensemble</i> de matrizes aleatórias. .	98
8.4	Coefficiente de carga de cada questão nas componentes principais (PC1 e PC2).	98
8.5	Questões que contribuem à primeira e segunda componentes principais, ordenadas em ordem decrescente segundo o coeficiente de carga (de cima para baixo). As questões com carga inferior a 0,3 foram removidas das componentes. As questões destacadas em amarelo são aquelas que originalmente haviam sido classificadas como <i>Lei 2</i>	100
8.6	Nota média nas componentes 1 e 2 dos grupos experimental e de controle de MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com as figuras 5.11 e 5.8.	104

8.7	Tamanho de efeito nas questões das componentes 1 e 2, medido pelo d de Cohen para a diferença entre as notas dos grupos experimental e de controle de MS&FT. As barras correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com figura 5.12.	104
8.8	Correlação entre as notas nas componentes 1 e 2 dos grupos experimental e de controle de MS&FT. As barras correspondem a um intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 5.15.	105
8.9	Nota média nas componentes 1 e 2 dos alunos do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 6.2.	107
8.10	Correlação entre as notas nas componentes 1 e 2 do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. As barras correspondem a um intervalo de confiança de 95%. Compare com figura 6.3.	107
8.11	Notas dos grupos experimental e de controle em Introdução à Termodinâmica, nas componentes 1 e 2 da PCA (pré e pós-teste). As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com figura 7.3.	109
8.12	Diferença pós-pré nos grupos experimental e de controle em Introdução à Termodinâmica, nas componentes 1 e 2 da PCA. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 7.4.	109
8.13	Tamanho de efeito medido pelo d de Cohen nas componentes 1 e 2 da PCA em Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem a um nível de confiança de 95%. Compare com a figura 7.5.	110
8.14	Notas médias nas componentes 1 e 2 (pré e pós-teste) dos alunos de Termodinâmica (MPEF). As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 7.9.	111
8.15	Diferença pós-pré nas componentes 1 e 2, para os alunos de Termodinâmica (MPEF). As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 7.10.	112
8.16	Médias nas componentes 1 (a) e 2 (b) dos alunos do grupo de nível superior (<i>upper level</i>) da Universidade de Pittsburgh, pós-teste do grupo de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica e pré-teste dos estudantes da pós-graduação da UFRJ. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 7.11.	113

9.1	Nota médias dos alunos de Física 2 e do grupo de controle de MS&FT nas questões de (a) <i>Lei 1</i> e (b) <i>Lei 2</i> . As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	115
9.2	Nota média dos alunos de Física 2 e do grupo de controle de MS&FT nas componentes 1 e 2 da PCA. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.	115
9.3	Resultados em <i>Lei 2</i> na Física 2 e no grupo de controle de MS&FT, por subgrupo de notas em <i>Lei 1</i> . As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.	116
9.4	Resultados em <i>Lei 2</i> na Física 2 e no grupo experimental de MS&FT, por subgrupo de notas em <i>Lei 1</i> . As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.	117
9.5	Resultados na componente 2 em Física 2 e no grupo de controle de MS&FT, por subgrupo de notas na componente 1. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.	118
9.6	Resultados na componente 2 em Física 2 e no grupo de experimental de MS&FT, por subgrupo de notas na componente 1. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.	119

Capítulo 1

Introdução

A segunda lei da termodinâmica e o conceito de entropia são temas importantes na física e em muitas outras ciências¹. Por outro lado, a aprendizagem desses tópicos apresenta dificuldades reconhecidamente grandes, bem documentadas na literatura em ensino de física.

Usualmente, a abordagem da segunda lei da termodinâmica em cursos introdutórios é feita em bases macroscópicas, a partir do estudo de máquinas térmicas. Apesar dessa abordagem ainda ser amplamente utilizada, ao longo do tempo surgiram enfoques alternativos, sobretudo para o ensino superior, que enfatizam um ponto de vista microscópico e estatístico. Essa perspectiva, que não se restringe à segunda lei da termodinâmica, provavelmente foi adotada não apenas para introduzir conceitos de física estatística, mas principalmente para tentar superar as dificuldades de aprendizagem associadas ao enfoque macroscópico convencional.

Neste trabalho, nos limitamos à segunda lei da termodinâmica, onde acreditamos que os desafios à aprendizagem são maiores. Assim, elaboramos uma proposta de ensino desse tema e escrevemos um texto didático que foi publicado na dissertação de mestrado *Entropia Estatística e o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica* [1]. Inicialmente, esse material era específico para alunos do ensino médio. Posteriormente, ele foi adaptado e ampliado, ganhando

¹Os leitores que não estiverem familiarizados com a segunda lei da termodinâmica e o conceito de entropia podem, a seu critério, consultar o apêndice A desta tese, onde encontrarão uma introdução a esses assuntos.

uma versão adequada para alunos desde os anos iniciais do ensino superior até a pós-graduação. Essa versão mais atual está no apêndice A e também pode ser acessada em <https://www.if.ufrj.br/~carlos/fisterm/livro-2a-lei.pdf>. Nosso objetivo ao elaborar esse material foi, além de diminuir as dificuldades na aprendizagem da segunda lei, apresentá-la de uma forma mais atraente aos estudantes, iniciando a discussão pela “seta do tempo”, tema possivelmente mais interessante a um jovem do que a eficiência de máquinas térmicas.

Para averiguar se a nossa proposta de ensino realmente traz benefícios aos estudantes, é necessário dispor de um instrumento capaz de avaliar a compreensão desses alunos sobre termodinâmica, em especial nos aspectos referentes à segunda lei e ao conceito de entropia. Para isso, utilizamos um teste conceitual de termodinâmica, elaborado com base nas dificuldades de aprendizagem relacionadas ao tema identificadas pela pesquisa em ensino.

O simples resultado dos alunos nesse teste não é suficiente para determinar se a nossa proposta foi ou não bem-sucedida. É preciso ter parâmetros de comparação. Em nossa análise confrontamos, quando possível, os resultados de alunos de um grupo no qual nossa abordagem foi utilizada (grupo “experimental”) com os de um grupo que seguiu a apresentação convencional da segunda lei da termodinâmica (grupo “de controle”). Contando com a colaboração de alguns professores, nossa proposta de ensino e o teste conceitual foram aplicados a diversas turmas em diferentes níveis de ensino (médio, universitário e de pós-graduação). Paralelamente tivemos a contribuição de outros professores, que utilizaram a abordagem convencional em suas turmas e permitiram que o teste fosse aplicado aos alunos, de modo a produzir os dados de controle. Com isso, em muitos casos foi possível atingir um dos objetivos deste trabalho: comparar os resultados de grupos de alunos semelhantes (de uma mesma disciplina num curso), mas que tiveram abordagens diferentes da segunda lei da termodinâmica (a estatística e a macroscópica).

Mais exatamente, com essas comparações queremos responder a três perguntas:

1. A abordagem estatística facilita a compreensão da segunda lei da termodinâmica?

2. Com a abordagem estatística da segunda lei, os alunos compreendem melhor outros tópicos de termodinâmica?
3. Caso exista, o efeito da abordagem estatística depende do nível de ensino?

Em particular, com relação à terceira questão, queremos saber se no ensino médio — onde muitas vezes a segunda lei sequer é ensinada — nossa sequência didática abre caminho para se explorar o tema. Ou seja, essa proposta permite abordar a segunda lei onde ela não é ensinada por ser considerada muito difícil? E mesmo onde é ensinada, ela representa um enfoque mais acessível aos alunos?

Nos capítulos a seguir, vamos discutir todas essas questões e os diferentes aspectos associados a elas. Começaremos no capítulo 2 apresentando uma revisão da literatura sobre o ensino da segunda lei da termodinâmica, destacando os resultados relativos às dificuldades na aprendizagem. Em seguida, analisamos as diferentes abordagens da segunda lei presentes em livros-texto destinados a cursos de termodinâmica no ensino superior e médio.

No capítulo 3, apresentamos a justificativa e principais aspectos de nossa proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica. A abordagem é essencialmente estatística, partindo da discussão sobre a seta do tempo e definindo entropia a partir de um princípio de contagem. Veremos em seguida que, ao relacionar entropia, energia e temperatura, conseguimos demonstrar os enunciados de Clausius e Kelvin de maneira particularmente simples, praticamente em palavras. Com igual facilidade os teoremas de Carnot e Clausius são obtidos. É importante ressaltar que em nossa proposta todos os resultados de um curso convencional de termodinâmica são discutidos — o que muda é a facilidade com que esse resultados surgem.

Além da simplicidade, acreditamos que essa é uma abordagem que cativa mais os estudantes, por se iniciar com uma discussão que costuma interessá-los: por que o tempo passa do presente para o futuro e não do presente para o passado? Na abordagem convencional, essa irreversibilidade é geralmente tratada de uma forma que parece restrita à primeira vista, ligada a máquinas térmicas e trocas de calor. Nesse contexto, a entropia, o conceito central para

a compreensão da seta do tempo, só aparece ao final da discussão, após um longo e tortuoso percurso.

No capítulo 4, descrevemos o teste conceitual que utilizamos como instrumento para avaliar a compreensão dos estudantes sobre termodinâmica. Discutimos o que é um teste conceitual baseado em pesquisa, como são elaborados e como são validados. Citamos referências de alguns testes sobre diferentes temas, onde podemos encontrá-los e como e porque são utilizados. Apresentamos as características do teste que utilizamos em nosso trabalho e explicamos porque o escolhemos. Para facilitar a análise da aprendizagem da segunda lei da termodinâmica, propomos a divisão do teste em dois grupos de questões: um composto apenas pelas questões que envolvem a segunda lei e/ou o conceito de entropia, e outro por questões nas quais esses temas não são tratados. Por fim, discutimos a validade estatística do teste nas aplicações que realizamos.

Nossos principais resultados estão no capítulo 5. Nele, apresentamos as turmas de cursos introdutórios do ensino superior às quais aplicamos nossa proposta (o grupo experimental) e aquelas que foram utilizadas como grupo de controle. Em seguida, fazemos uma análise estatística comparando o desempenho dos estudantes dos grupos experimental e de controle no teste conceitual. Os resultados mostram que o grupo experimental obteve um resultado superior ao do grupo de controle, com diferença estatisticamente significativa e um tamanho de efeito expressivo.

No capítulo 6, relatamos a experiência de aplicação de nossa proposta em turmas do ensino médio. Nesse caso não contamos com um grupo para usar como controle. Entretanto, comparando o rendimento no teste conceitual dos alunos do ensino médio com o dos alunos dos anos iniciais do ensino superior (o grupo controle do capítulo 5) encontramos resultados extremamente animadores.

O capítulo 7 é destinado à experiência de aplicação da proposta em turmas dos anos finais da graduação e em turmas de pós-graduação. Como as turmas dos anos finais da graduação possuem poucos alunos, os resultados obtidos têm limitações estatísticas (as barras de erro são grandes), o que restringe as conclusões que podemos tirar deles. De qualquer forma, e possi-

velmente pela grande incerteza, os resultados não indicam que nossa proposta de ensino produziu um efeito estatisticamente significativo entre os alunos de graduação em disciplinas avançadas. Sobre os alunos da pós-graduação, não tivemos grupo de controle. Nesse caso fazemos apenas uma apresentação dos resultados dos testes realizados antes de depois da instrução, sem ter como compará-los aos de uma abordagem convencional.

No capítulo 8, submetemos as respostas ao teste a uma análise de componentes principais (conhecida pela sigla em inglês PCA). Com essa técnica estatística é possível verificar se a nossa divisão do teste em dois grupos de questões, um referente à segunda lei e entropia e o outro não envolvendo esses temas, foi realizado sem ambiguidade ou viés que comprometesse os resultados obtidos. A PCA mostrou que quase todas as questões do teste podem ser agrupadas em dois grupos (as “componentes principais”). A primeira componente principal encontrada pela análise é formada por questões que, predominantemente, não tratam de segunda lei ou entropia; já a segunda componente possui apenas questões nas quais esses temas são abordados. Embora as questões em cada componente não sejam exatamente as mesmas que estavam em nossos grupos originais, as conclusões obtidas com os dois métodos de partição não apresentaram diferenças qualitativas entre si.

No capítulo 9 apresentamos os resultados do teste conceitual em uma disciplina introdutória na qual todas as turmas seguiram a abordagem convencional. Devido a diferenças entre essas turmas e as consideradas no capítulo 5, a análise conjunta dos resultados não é tarefa simples. Nós propomos uma forma de examinar os dados agregados, que permite fazer comparações mais significativas e indicam resultados positivos associados à abordagem estatística da segunda lei.

Por fim, apresentamos nossas conclusões e considerações finais no capítulo 10. Também discutimos projetos futuros relacionados a este trabalho.

No apêndice A encontra-se o material didático que escrevemos baseado em nossa proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica. Na sequência, no apêndice B, há uma proposta lista de exercícios sobre o tema. No apêndice C está a versão em português do teste conceitual que utilizamos para avaliar o efeito dessa proposta.

Capítulo 2

Ensino e Aprendizagem da Segunda Lei da Termodinâmica

As dificuldades sentidas por alunos e professores no processo de ensino-aprendizagem da segunda lei da termodinâmica têm sido objeto frequente da pesquisa em ensino de física. Ao propor uma alternativa à abordagem usual dessa lei, é importante que os resultados dessas pesquisas sejam considerados. Também é relevante conhecer os materiais didáticos utilizados nos diferentes níveis de ensino, para analisar as formas como a segunda lei é exposta. Assim, apresentamos neste capítulo um conjunto de artigos que, a nosso ver, representam uma amostra significativa da pesquisa sobre o ensino da segunda lei e sistematizamos seus principais resultados. Em seguida, descrevemos livros-texto e enfoques utilizados em cursos que abordam esse tema.

2.1 Pesquisas Sobre o Ensino da Segunda Lei

A pesquisa em ensino de física produziu uma quantidade apreciável de trabalhos relacionados à segunda lei da termodinâmica, o que torna necessário restringir o número daqueles que serão discutidos aqui. Nossa seleção foi baseada em referências muito citadas na área e na consulta a artigos de revisão, como a *Resource Letter* de Dreyfus *et al.* [2], onde buscamos trabalhos

que dialogassem com a nossa perspectiva. Os resultados dessa escolha serão apresentados e discutidos a seguir.

Smith *et al.* [3] examinaram ideias de estudantes sobre entropia, máquinas térmicas e segunda lei da termodinâmica, concentrando suas pesquisas nas conexões que esses estudantes faziam (ou deixavam de fazer) entre o ciclo de Carnot, processos reversíveis e variação de entropia. Os autores realizaram seus estudos em turmas avançadas de graduação, em disciplinas de física térmica.

Segundo Smith *et al.*, muitos estudantes não adquirem uma compreensão robusta do significado físico do ciclo de Carnot e sua relação com a segunda lei após a instrução padrão. Os estudantes não demonstram entender as implicações da reversibilidade deste ciclo e sua relação com a variação de entropia. Menos de 30% dos alunos que participaram da pesquisa reconheciam que a variação de entropia do universo é nula após um ciclo de Carnot completo. Eles também apresentaram dificuldades em reconhecer a relação entre o limite de Carnot para a eficiência das máquinas térmicas e a segunda lei da termodinâmica. Nesse caso, menos de 20% dos alunos reconheceram que um motor mais eficiente do que a máquina de Carnot violaria a segunda lei da termodinâmica.

Outro destaque feito por Smith *et al.* é que os estudantes não usam corretamente o fato de a entropia ser uma função de estado, preferindo relacioná-la a grandezas mais familiares (calor e temperatura, por exemplo), confiando em expressões matemáticas como $\Delta S = Q/T$.

Bucy *et al.* [4] estudaram a compreensão de alunos avançados de graduação sobre entropia e segunda lei em um problema que compara expansão isotérmica e expansão livre de um gás ideal. Eles destacam características dos pensamentos dos alunos antes da instrução, dificuldades específicas e ideias que persistem após a instrução.

Os autores relatam dificuldades com funções de estado, afirmando que, mesmo após instrução, os alunos não aplicam adequadamente a propriedade da independência do caminho da entropia. Também destacam que, embora num curso predominantemente focado na definição termodinâmica de entropia, os alunos demonstraram certa afinidade pela definição estatística.

Meltzer [5] discute experiências de aprendizagem ativa com alunos de cursos introdutórios e avançados de física térmica. Em sua análise, Meltzer encontrou que os estudantes mais avançados tinham mais desenvoltura na aplicação de conceitos fundamentais, mas, mesmo assim, até os mais capazes entre eles apresentavam dificuldades que eram comuns entre os alunos dos cursos introdutórios. Ele cita, como exemplo, que vários estudantes mostram dificuldade em aplicar as propriedades de uma função de estado ao analisar a variação de entropia em dois processos distintos, com mesmos estados inicial e final. Essa dificuldade com a entropia contrasta com a aplicação das mesmas propriedades à energia interna, que parece ser realizada com mais facilidade segundo o autor.

Christensen *et al.* [6] estudaram as ideias sobre entropia de alunos de um curso introdutório de física baseado em cálculo, analisando as respostas deles a um conjunto de perguntas sobre a variação de entropia de um sistema e sua vizinhança em um processo espontâneo. Nessa análise, eles encontraram que cerca de 2/3 dos alunos apresentavam um raciocínio envolvendo conservação da entropia. Esse resultado era praticamente o mesmo tanto antes quanto após a instrução. Por outro lado, muitos alunos afirmavam que a variação de entropia possui um sinal específico, quase sempre $\Delta S > 0$. Segundo os autores:

“Parecia que muitos estudantes estavam tentando conciliar duas ideias populares: a percepção comum de que a ‘entropia sempre aumenta’ e a crença de que a entropia total deve ser conservada”.

Cochran e Heron [7] investigaram a capacidade de alunos de cursos introdutórios de física de nível universitário aplicarem a segunda lei da termodinâmica no contexto de máquinas térmicas e frigoríficas (dispositivos cíclicos). Nessa pesquisa, eles perguntavam aos alunos se alguns processos específicos poderiam acontecer. As respostas dependiam de uma análise quantitativa baseada na segunda lei, de modo que os alunos não pudessem recorrer à experiência cotidiana para fazer previsões. Os resultados revelam que, após a instrução, os alunos possuíam dificuldade em reconhecer a relevância da segunda lei para determinar se certos processos cíclicos poderiam acontecer

— eles usavam apenas a primeira lei da termodinâmica para avaliar essa possibilidade.

Uma observação feita por Cochran e Heron é que os alunos teriam mais sucesso na aplicação da segunda lei caso conseguissem reproduzi-la em palavras. Comparando com a primeira lei, os autores argumentam que os estudantes possuem mais facilidade com este princípio porque conseguem expressá-lo facilmente: “a energia que entra é igual à energia que sai”. Geralmente eles não são capazes de fazer algo semelhante com o conceito de entropia. Nesse caso, Cochran e Heron sugerem que a desigualdade de Clausius poderia fornecer uma formulação verbal acessível.

Shultz e Coddington [8] avaliam a compreensão de crianças de 5 a 15 anos sobre entropia, utilizando experimentos com (a) bolinhas de duas cores em uma caixa dividida em duas metades e (b) água em dois recipientes conectados. Esta pesquisa é importante e animadora por apresentar indícios de que uma concepção básica de entropia começa a se manifestar aos 9 anos e está presente nos estudantes de 15 anos. Além disso, a capacidade das crianças entenderem melhor o experimento com bolinhas que o com água sugere simplicidade na compreensão de aspectos estatísticos relacionado à entropia, embora o desenvolvimento do conceito nesse caso ainda seja muito elementar.

Kesidou e Duit [9] analisam entrevistas com alunos de 15-16 anos sobre irreversibilidade, degradação de energia e desordem no contexto de equilíbrio térmico e na redução de amplitude gradual do movimento de um pêndulo. Eles concluem que os estudantes não conseguiram desenvolver concepções adequadas sobre esses elementos básicos da segunda lei e que isso só poderia ser alcançado com uma mudança profunda na forma de ensinar o tema, que envolvesse também os conceitos de temperatura, calor e energia.

A pesquisa em ensino de química também tem se ocupado da aprendizagem da segunda lei, com resultados semelhantes aos relatados nos estudos em ensino de física [10, 11]. Na próxima seção faremos um resumo das dificuldades de aprendizagem mais relevantes identificadas nos trabalhos apresentados acima.

2.2 Principais Dificuldades na Aprendizagem da Segunda Lei

Entre as dificuldades com a segunda lei da termodinâmica e o conceito de entropia encontradas de forma recorrente em estudantes de vários níveis de ensino podemos destacar:

- Não tratar entropia como uma função de estado [3–5]; por exemplo, tomar $\Delta S \neq 0$ em um ciclo.

Não compreender essa propriedade impede o estudante de utilizar corretamente a entropia para analisar processos termodinâmicos (não apenas ciclos).

- Supor que a entropia de um sistema não-isolado nunca diminui [6, 10, 11].

Há uma infinidade de processos para os quais $\Delta S < 0$ em um subsistema ou sistema não-isolado. Um exemplo comum é quando um corpo cede calor para uma vizinhança mais fria que ele.

- Considerar que a entropia do universo (o sistema e sua vizinhança) é uma grandeza conservada [6].

Ao pensar assim, o aluno demonstra não ter compreendido como a variação da entropia distingue processos reversíveis ($\Delta S = 0$) de irreversíveis ($\Delta S > 0$).

- Não utilizar a segunda lei para determinar se um dado processo pode ocorrer; usar apenas a primeira lei [7].

Além da conservação de energia, a variação de entropia é um aspecto muito importante para determinar se um processo pode ou não ocorrer. Processos em que entropia de um sistema isolado diminui são impossíveis.

- Não reconhecer a conexão entre o limite de Carnot e a segunda lei [3, 7].

Como vemos, algumas das dificuldades são relatadas em mais de um estudo e por diferentes autores. Os mesmos estudos mostram que muitas dessas incompreensões estão presentes em diferentes níveis de ensino. Isso sugere que pelo menos uma parte delas tem origem na forma usual de se ensinar a segunda lei da termodinâmica. Para averiguar melhor essa possibilidade, na próxima seção apresentaremos como livros-texto abordam a segunda lei e a entropia. Essa análise é importante para compreendermos a origem de algumas das dificuldades relatadas e, em função disso, propor enfoques alternativos capazes de superá-las.

2.3 A Segunda Lei nos Livros Didáticos

As abordagens da segunda lei da termodinâmica encontradas nos livros-texto podem ser classificadas em dois grupos: tradicional e estatística. Chamamos de abordagem tradicional (ou convencional) aquela que opta predominantemente pelo ponto de vista macroscópico. Nela, a segunda lei é tratada a partir da discussão de máquinas térmicas, após serem explorados os conceitos de trabalho, energia interna e calor e o primeiro princípio da termodinâmica. Segundo Zemansky e Dittman [12, p. 4], a abordagem macroscópica considera grandezas ou características em escala aproximadamente humana ou maior, sem recorrer a modelos específicos da matéria. Além disso, de maneira geral as grandezas macroscópicas podem ser medidas diretamente.

Já o segundo grupo, identificado pelo que chamamos de abordagem estatística, está relacionado a características e variáveis em escala microscópica, aproximadamente molecular ou menor [12, p. 4]. A descrição microscópica envolve hipóteses sobre estrutura da matéria, campos ou radiações e, além disso, as grandezas específicas, devido à sua pequena escala, não podem ser medidas diretamente.

Os dois pontos de vista devem levar às mesmas conclusões quando aplicados ao mesmo sistema. A conciliação entre ambos se dá porque as medidas macroscópicas que descrevem um sistema são médias estatísticas de características microscópicas, consideradas num dado intervalo de tempo [12, p. 5].

A seguir apresentaremos como livros didáticos destinados a alunos do

ensino superior e do ensino médio abordam a segunda lei da termodinâmica e, em particular, se dão ênfase ao ponto de vista convencional ou estatístico.

2.3.1 Ensino Superior

No ensino superior, a física térmica é apresentada em duas ou três disciplinas ao longo do curso de graduação. Dessa forma, alguns tópicos são abordados mais de uma vez. Muitas instituições seguem uma sequência didática que tem início com a termodinâmica clássica, passa pela teoria cinética dos gases e termina com um curso de física estatística [13].

Um livro amplamente utilizado no ensino superior que é um exemplo da abordagem tradicional da segunda lei é *Heat and Thermodynamics* de Zemansky e Dittman [12]. Nele, as formulações de Clausius e Kelvin para a segunda lei da termodinâmica são apresentadas em um capítulo que analisa o funcionamento de máquinas térmicas. A partir desses enunciados e do estudo do ciclo de Carnot, o conceito de entropia é apresentado.

Grande parte dos textos introdutórios de física básica, que abrangem outros conteúdos além de termodinâmica, apresentam a segunda lei ao longo de linhas similares à de Zemansky e Dittman, embora abreviadas e simplificadas. Dois exemplos são o *Curso de Física Básica* de Nussenzveig [14] e o *Fundamentos de Física* de Halliday, Resnick e Krane [15].

A abordagem estatística da física térmica é encontrada em alguns livros de ensino superior [13] que exploram os mesmos conceitos tratados em um curso tradicional, mas utilizando o fato de que um sistema macroscópico é formado de partículas microscópicas. Dois livros publicados na década de 1960 foram pioneiros nessa abordagem: *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics* de Reif [16] e *Thermal Physics* de Kittel e Kroemer [17].

Reif traz o conceito de entropia no início do seu texto. O livro conta com uma introdução à probabilidade e suas aplicações a alguns sistemas termodinâmicos e, na sequência, conceitos como temperatura e entropia são explorados. Ainda na década de 1960, Reif publicou um segundo livro sobre física térmica baseado na abordagem microscópica, *Statistical Physics* (volume 5 do curso de física de Berkeley) [18], com abordagem similar ao

anterior porém adaptada a um curso introdutório.

Kittel e Kroemer [17] apresentam as leis da termodinâmica após discutir noções de contagem, incluindo a multiplicidade de estados, aplicadas a um sistema termodinâmico chamado “modelo binário”. O modelo binário é usado, mas os argumentos não são específicos a um sistema térmico particular.

Durante muito tempo os textos de Reif e de Kittel e Kroemer foram praticamente os únicos a apresentar a termodinâmica combinando os pontos de vista macroscópico e microscópico [19]. Mais recentemente surgiram outros livros com abordagens semelhantes, entre os quais se destacam *Thermal Physics* de Baierlein [20] e *An Introduction to Thermal Physics* de Schroeder [21], publicados em 1999 e 2000, respectivamente. Segundo Cook [22], Baierlein combina em seu livro os pontos de vista macroscópico e microscópico, fugindo da dicotomia entre a termodinâmica clássica e a mecânica estatística. O texto de Schroeder apresenta em seus primeiros capítulos a primeira e segunda leis da termodinâmica e o conceito de entropia, utilizando argumentos da mecânica estatística, da teoria cinética dos gases e da própria termodinâmica. O autor aborda, em seguida, máquinas térmicas, energia livre e outros tópicos tradicionais. Os modelos de gás ideal monoatômico, paramagnetismo de dois estados e o “sólido de Einstein” são utilizados de forma recorrente para ilustrar conceitos como multiplicidade, entropia e energia livre.

Para Reif [23], ensinar física térmica a partir de uma perspectiva atomística tem diversas vantagens: (i) permite uma abordagem unificada do tema, (ii) o ponto de vista é moderno, (iii) é mais interessante para os alunos e, finalmente, (iv) introduz ideias que são úteis em outras áreas.

Além dos livros-texto mencionados acima, há muitos artigos discutindo o ensino da termodinâmica via argumentos estatísticos. Alguns desses trabalhos estão nas referências [23–28].

2.3.2 Ensino Médio

Os livros didáticos do ensino médio tipicamente priorizam o ponto de vista macroscópico ao apresentar as leis da termodinâmica. Assim, a segunda lei é abordada predominantemente a partir dos enunciados de Clausius e Kelvin,

e as ideias de reversibilidade, irreversibilidade, assim como o conceito de entropia, são tratados de forma abstrata [29].

Alguns livros [30–33], largamente utilizados há anos, ilustram essa forma de ensino da segunda lei nas escolas brasileiras. Por exemplo, o *Tópicos de Física*, de Doca *et al.* [31], discute a segunda lei sem que o conceito de entropia seja sequer mencionado. Já no *Compreendendo Física* de Gaspar [33] há uma exposição mais robusta do tema, chegando inclusive ao conceito estatístico de entropia e à equação $S = k \ln \Omega$. Os outros livros apresentam características intermediárias a esses exemplos. Entretanto, é importante ressaltar que, mesmo quando os livros trazem o ponto de vista microscópico, este não é o ponto de partida para a segunda lei e não há conexões adequadas com os enunciados apresentados anteriormente.

Os livros mais modernos [34–36] também apresentam a segunda lei pela abordagem convencional, sem partir do ponto de vista microscópico.

Embora os livros analisados não privilegiem o ponto de vista microscópico, há publicações que defendem essa abordagem no ensino médio. Por exemplo, na referência [37] os autores propõem “uma abordagem para a segunda lei da termodinâmica que introduz seus aspectos estatísticos e que é acessível ao aluno do ensino médio”.

No próximo capítulo faremos uma avaliação crítica da abordagem tradicional e apresentaremos nossa proposta para o ensino da segunda lei da termodinâmica.

Capítulo 3

Proposta para o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica

No capítulo 2, discutimos as dificuldades de aprendizagem associadas à segunda lei da termodinâmica. A extensão e recorrência dessas dificuldades sugere que, ao menos em parte, elas têm origem na forma usual (macroscópica) como o tema é apresentado em cursos introdutórios. Essa abordagem ao ensino da segunda lei pode ser criticada em vários aspectos:

- O conceito de entropia, um dos mais importantes para a compreensão da segunda lei da termodinâmica, só é apresentado ao final do desenvolvimento do tema.
- É difícil dar um significado intuitivo à definição usual de entropia (a integral de Clausius), numa forma que possa ser diretamente relacionada à origem física da irreversibilidade.
- Também é difícil reconhecer que a entropia é uma função de estado, pois o motivo apresentado para isso geralmente é o teorema de Clausius, nem sempre bem entendido pelos estudantes.
- A equivalência entre as diferentes formulações da segunda lei (Clausius e Kelvin) envolve um tipo de raciocínio pouco familiar aos estudantes, baseado em variadas configurações e encadeamentos de máquinas térmicas. Sem dispor do conceito de entropia, é difícil perceber que

as duas formulações têm um princípio comum. O mesmo parece ser válido para as demonstrações dos teoremas de Carnot e Clausius, e para a definição termodinâmica de temperatura dada por Kelvin.

A esse respeito, Leff [38] emite uma opinião com a qual concordamos:

“É um eufemismo dizer que os estudantes têm dificuldades com a abordagem tradicional [da definição de entropia]. Os argumentos que levam a ela são sutis e sofisticados e o resultado final, $dS = dQ_{\text{rev}}/T$, não tem um significado físico evidente. Mais ainda, como a entropia pode mudar em processos irreversíveis mesmo quando $dQ = 0$, essa definição gera uma confusão considerável.”

Ainda no capítulo 2, vimos que alguns autores — como Reif, Kittel & Kroemer, Baierlein e Schroeder [16, 17, 20, 21] — propuseram abordagens alternativas, com enfoque estatístico, para o ensino de termodinâmica. Essas propostas, entretanto, são destinadas essencialmente a cursos avançados. Além disso, elas pressupõem que todo o curso de física térmica será dado com o enfoque estatístico.

A proposta que apresentamos neste trabalho, por outro lado, se limita à segunda lei, onde se concentram algumas das maiores dificuldades de aprendizagem na termodinâmica. Ela foi concebida de forma a que o tema continuasse a ocupar o lugar de sempre na típica sequência de ensino da física térmica, após o estudo da lei zero da termodinâmica, dos termômetros, do calor, dos gases ideais e da primeira lei da termodinâmica. Esses tópicos podem (ou não) ser ensinados da maneira usual, sem prejuízo à apresentação da segunda lei do ponto de vista estatístico. A proposta também foi planejada para que, com pequenas adaptações, fosse acessível a alunos de diferentes níveis de ensino, do médio ao superior.

A abordagem estatística da segunda lei traz, a nosso ver, vantagens significativas. Ela permite dar uma interpretação intuitiva à entropia, que é definida a partir de uma contagem (quantos microestados são consistentes com um macroestado). Essa interpretação é facilmente relacionada à irreversibilidade (macroestados com mais microestados são mais prováveis) e nos

leva diretamente à formulação entrópica da segunda lei. Também é fácil perceber que a entropia é uma função de estado (o macroestado).

Outro aspecto essencial é que, com a abordagem estatística, a entropia pode ser introduzida no início da discussão sobre a segunda lei. Com isso, a definição termodinâmica de temperatura pode ser dada logo a seguir, em termos da razão entre variações de energia e entropia. De posse da formulação entrópica da segunda lei e da definição termodinâmica de temperatura, torna-se simples chegar às formulações de Clausius e Kelvin, demonstrar os teoremas de Carnot e Clausius, e obter todos os resultados de um curso usual de termodinâmica. É importante ressaltar o papel desempenhado nesse processo pela introdução antecipada da temperatura termodinâmica; como veremos, sem ela o percurso pelos diferentes aspectos da segunda lei seria muito mais árduo.

Se compararmos esses aspectos de nossa abordagem estatística com as críticas que fazemos ao tratamento convencional da segunda lei, vemos que ela atenua cada um dos problemas citados no início deste capítulo e representa uma alternativa pedagógica atraente, possivelmente menos propensa a reproduzir as dificuldades de aprendizagem reveladas pela pesquisa em ensino.

Nós preparamos um texto didático baseado nessa proposta, que está no apêndice A e também pode ser encontrado em <https://www.if.ufrj.br/~carlos/fisterm/livro-2a-lei.pdf>. Na próxima seção discutiremos os principais pontos da sequência didática sugerida nesse texto.

3.1 A Sequência Didática

3.1.1 Da Seta do Tempo à Entropia Estatística

Nossa abordagem da segunda lei da termodinâmica tem início com uma discussão sobre a *seta do tempo*, ou seja, sobre o sentido preferencial da passagem do tempo. Instigamos a reflexão sobre o assunto com perguntas como: por que o tempo não volta atrás? Por que ele sempre vai do presente para o futuro e nunca do presente para o passado? A partir de exemplos de fenôme-

nos irreversíveis, como uma xícara que se quebra em pedaços ao cair no chão ou o café quente que esfria sobre a mesa, introduzimos uma questão que vai nos levar a discussões mais profundas: *Por que os fenômenos à nossa volta são irreversíveis, apesar das leis físicas mais fundamentais não diferenciarem passado e futuro?*

Escolhemos a seta do tempo como ponto de partida por dois motivos. O primeiro é entendermos que esse é um assunto interessante para os alunos, provavelmente mais atraente do que máquinas térmicas. O segundo, e mais importante, é que a seta do tempo refere-se ao tema básico da segunda lei: a irreversibilidade.

A explicação da seta do tempo começa pela introdução dos conceitos de microestado, macroestado e multiplicidade. Apresentamos esses conceitos analisando sistemas simples e familiares, como um jogo de dois dados. Ao se lançar esses dados, pode-se obter 11 somas distintas, de 2 até 12. Entretanto, os resultados não são equiprováveis, pois há diferentes maneiras de se obter cada uma dessas somas. Por exemplo, só há uma maneira de se obter a soma 2, mas há seis maneiras de se obter a soma 7. Portanto, é seis vezes mais provável obter 7 do que 2 (se os dados forem honestos). A figura 3.1 ilustra isso.

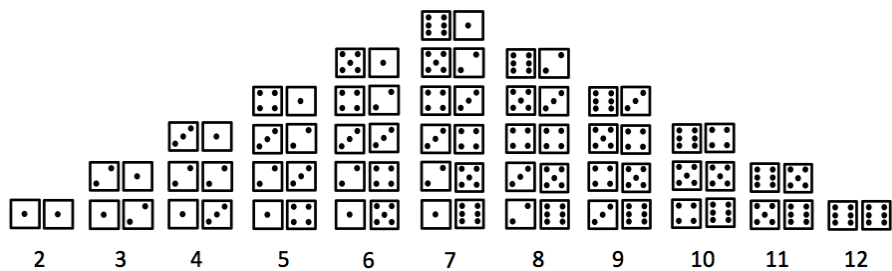


Figura 3.1: Possíveis resultados de jogo com dois dados. Os pares de dados representam microestados e os números (somas) são os macroestados.

Jogando-se dois dados, existem 36 (6×6) maneiras diferentes de eles caírem. Cada uma dessas maneiras corresponde ao que poderíamos chamar de um microestado. Ou seja, o microestado corresponde à descrição mais

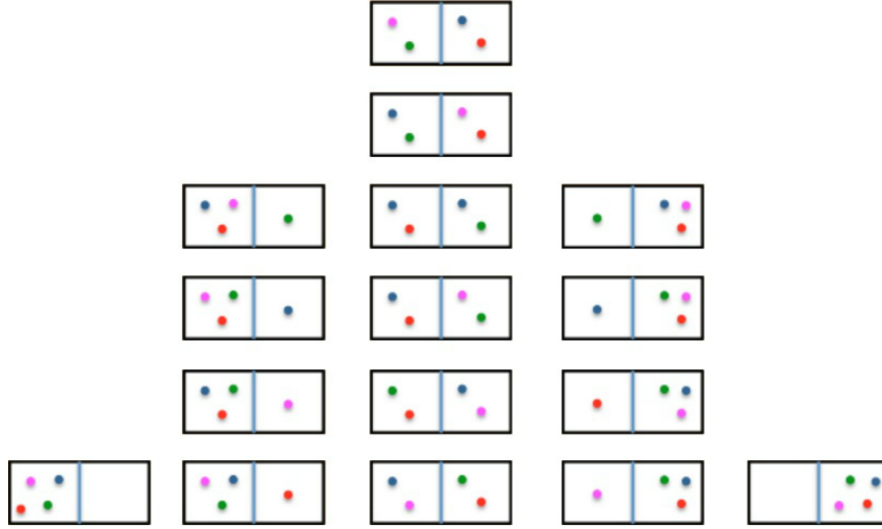
detalhada possível do resultado de um lançamento dos dois dados: qual o resultado do primeiro dado e qual o do segundo dado. Já um macroestado estaria definido pelo resultado da soma dos dados. É fácil ver que um macroestado pode estar associado a muitos microestados diferentes. Por exemplo, o macroestado correspondente à soma 10 pode ser obtido com três microestados diferentes: 6 e 4, 5 e 5, e 4 e 6 (veja a coluna 10 na figura 3.1). É importante perceber que a descrição do microestado envolve a identificação do primeiro e segundo dados: 6 e 4 é um microestado diferente de 4 e 6.

A multiplicidade de um macroestado é dada pelo número de microestados compatíveis com ele. Usando o exemplo dos dados com soma 10, tem-se que sua multiplicidade é 3, pois há três maneiras diferentes de se obter o resultado. Representando a multiplicidade pela letra grega Ω , podemos escrever que $\Omega = 3$ para esse macroestado.

Após definir microestado, macroestado e multiplicidade a partir de um exemplo ligado à experiência dos alunos, nós estendemos a discussão para algo mais próximo da termodinâmica: um modelo simplificado de gás ideal. Consideramos um sistema de partículas no interior de uma caixa que tem dois lados, “esquerdo” e “direito”, de igual volume. A probabilidade de uma das partículas ser encontrada no lado direito é igual à probabilidade de ela ser encontrada no lado esquerdo. Nesse modelo, cada partícula tem apenas duas “posições”: esquerda ou direita. Por simplicidade, ignoramos que as posições variam continuamente e que as partículas têm velocidade, como caberia a uma descrição mais realista de um gás. Cada partícula se comporta como se fosse uma moeda: em vez de cara ou coroa temos esquerda ou direita.

Para ilustrar a discussão, propomos imaginar que a caixa contenha quatro partículas. As diferentes configurações de posição que essas partículas podem formar estão mostradas na figura 3.2. Um macroestado do sistema é definido por quantas partículas estão de cada lado da caixa; os macroestados possíveis estão representados na parte inferior da figura. Por sua vez, um microestado é caracterizado por *quais* partículas estão de cada lado. Na parte superior da figura 3.2 estão os microestados do sistema, alinhados em colunas correspondentes aos macroestados. A multiplicidade Ω de cada macroestado também está indicada.

Microestados:



Macroestados:

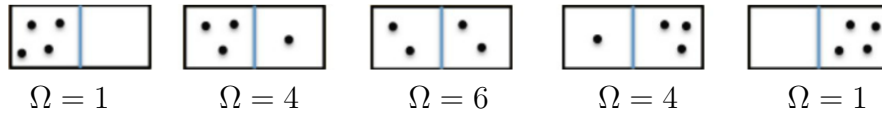


Figura 3.2: Microestados, macroestados e multiplicidades para um modelo de gás ideal com quatro partículas, identificadas por suas cores.

A figura 3.2 mostra que as multiplicidades dos cinco macroestados não são iguais. Por exemplo, a multiplicidade do macroestado em que as partículas estão uniformemente distribuídas é seis vezes maior do que a multiplicidade do macroestado com todas as partículas do lado esquerdo. No caso geral de N partículas, com n do lado esquerdo, um pouco de análise combinatória revela que a multiplicidade é dada por

$$\Omega(N, n) = \frac{N!}{n!(N - n)!}. \quad (3.1)$$

As multiplicidades dadas pela equação (3.1) podem ser calculadas de maneira simples através do triângulo de Pascal. O triângulo com N variando de 1 a 18 está mostrado na figura 3.3 (o número n muda ao longo de uma linha e

N aumenta do topo para a base do triângulo).

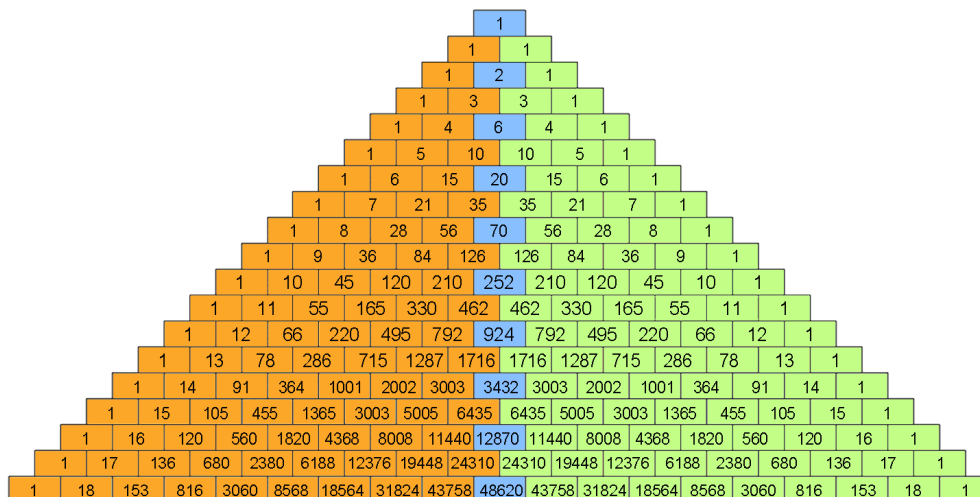


Figura 3.3: Triângulo de Pascal.

Analisando o triângulo linha a linha vê-se que, à medida que N aumenta, a multiplicidade dos macroestados em que as partículas estão uniformemente distribuídas na caixa ($n \approx N/2$) torna-se muitíssimo maior que a multiplicidade dos macroestados em que as partículas concentram-se em um dos lados ($n \approx 0$ ou $n \approx N$). Por exemplo, na última linha na figura 3.3, correspondente a $N = 18$, a multiplicidade do macroestado com $n = N/2 = 9$ é $\Omega = 48.620$, quase 50 mil vezes maior que a multiplicidade $\Omega = 1$ do macroestado com $n = 0$. Se somarmos ao número central a multiplicidade dos estados vizinhos, $n = 9 \pm 1$ e $n = 9 \pm 2$, encontraremos cerca de 200 mil microestados. O número total de microestados de um sistema de N partículas é 2^N , o que dá cerca de 260 mil para $N = 18$. Portanto, os macroestados próximos à distribuição uniforme correspondem à grande maioria dos microestados acessíveis ao sistema.

Nesse ponto é importante notar que $N = 18$ não é um número grande, pelo menos se comparado, por exemplo, ao número de moléculas em um litro de gás, que é da ordem de 10^{22} . O triângulo de Pascal não é de muita ajuda em casos dessa magnitude, mas é possível mostrar a partir da equação (3.1) que, para esses números enormes, a quase totalidade dos microestados acessíveis

corresponde a uma distribuição praticamente homogênea de partículas pelo recipiente. Não é necessário fazer esse cálculo, principalmente no ensino médio (pois ele envolve a aproximação de Stirling) — o importante é passar a ideia que o macroestado associado a partículas uniformemente distribuídas tem multiplicidade muitíssimo maior que a dos macroestados nos quais há um desequilíbrio sensível entre as partículas dos dois lados.

Em seguida discutimos que aquilo que aprendemos com o modelo das partículas na caixa pode ser generalizado, argumentando que as principais características desse sistema são encontradas em qualquer objeto macroscópico. Essa generalização é desenvolvida da seguinte maneira:

- a) Em nossa experiência cotidiana, ao observarmos um objeto percebemos apenas seu macroestado. Os microestados não são diretamente observáveis, pois correspondem aos diferentes arranjos das moléculas que compõe o objeto.
- b) Há muitos arranjos diferentes de moléculas (microestados) que são compatíveis com um mesmo macroestado. O número desses arranjos é a multiplicidade do macroestado.
- c) Macroestados diferentes têm multiplicidades diferentes. Em objetos macroscópicos (com muitas moléculas) essas diferenças são enormes.

Para compreender como a seta do tempo (a irreversibilidade) surge em um sistema macroscópico, consideramos um gás em que todas as moléculas estão mantidas, por meio de uma parede, em uma das metades de um recipiente, enquanto a outra metade está vazia. Se removermos a parede, nosso senso comum diz que o sistema evoluirá para uma distribuição uniforme das moléculas entre as duas metades, e daí não se afastará mais. A distribuição homogênea é o “estado de equilíbrio” do gás.

Essa tendência ao equilíbrio é uma manifestação da seta do tempo. Se filmarmos todo o processo de expansão do gás e passarmos o filme de trás para frente, veremos algo que jamais encontraremos no nosso dia-a-dia: o gás concentrar-se espontaneamente em um dos lados do recipiente. Entretanto, se fosse possível filmar o movimento microscópico de uma das moléculas do gás,

acompanhando sua colisão com outra molécula ou com uma parede, não seria possível descobrir se o filme está ou não sendo mostrado de trás para frente — as duas possibilidades pareceriam plausíveis. Não há irreversibilidade no nível microscópico, o que é uma consequência das leis físicas mais fundamentais não determinarem um sentido para a passagem do tempo.

Esse aparente conflito entre a reversibilidade das leis físicas e a irreversibilidade dos fenômenos cotidianos foi resolvido por Ludwig Boltzmann no século XIX. A explicação de Boltzmann foi baseada na ideia de que um sistema físico não tem preferência pelos microestados que lhe são acessíveis — ele visita todos os microestados com igual frequência. Como resultado disso, a probabilidade do sistema ser encontrado num dado macroestado deve ser proporcional à sua multiplicidade.

Aplicando essa ideia à expansão do gás pelo recipiente, já vimos que a multiplicidade do sistema no instante inicial, com todas as partículas em um dos lados, é muitíssimo menor que a multiplicidade do estado de equilíbrio, quando as partículas estão distribuídas de forma homogênea. A passagem para o equilíbrio ocorre espontaneamente porque corresponde à transição de um macroestado de probabilidade relativamente baixa para um de probabilidade muitíssimo maior. A irreversibilidade da expansão decorre da baixíssima probabilidade (se o sistema tem muitas moléculas) da transição inversa acontecer. Nas palavras de Boltzmann:

“Na maioria dos casos o estado inicial será muito improvável. A partir dele o sistema irá evoluir rapidamente para estados de probabilidade cada vez maior até finalmente atingir o estado mais provável de todos, isto é, aquele de equilíbrio térmico. [...] O sistema de partículas sempre evolui de um estado improvável para um estado provável.” [39, p. 1975]

Essa explicação estatística da irreversibilidade nos leva a uma primeira formulação da segunda lei da termodinâmica: *a multiplicidade de um sistema isolado nunca diminui*. Devido ao seu aspecto probabilístico, essa lei parece admitir exceções, ainda que pouco prováveis. Para sistemas com grande número de partículas, entretanto, as diferenças de multiplicidade são tão

grandes que o uso de expressões como “pouco provável” e “muito provável” são eufemismos; é mais apropriado usar “nunca” e “sempre” em seu lugar, como fez Boltzmann no trecho citado acima e está no enunciado da segunda lei que acabamos de formular.

Em seguida, a definição estatística de entropia é apresentada na forma

$$S = k \ln \Omega, \quad (3.2)$$

onde S é a entropia do sistema quando ele está em um dado macroestado, Ω é a multiplicidade desse macroestado e $k = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K é a constante de Boltzmann. O papel dessa constante é tornar a definição estatística de S compatível com a definição termodinâmica dada originalmente por Clausius.

A simplicidade dessa definição está no fato de ela envolver apenas uma contagem (a multiplicidade). Mesmo que não seja fácil fazer a contagem (quase nunca é), a ideia geral é simples de compreender. A definição estatística deixa claro que a entropia é uma função de estado — ela depende apenas da multiplicidade do macroestado em que o sistema está, não do processo que o levou a esse estado. Finalmente, a relação entre multiplicidade e probabilidade leva naturalmente a uma compreensão estatística da irreversibilidade: em um processo espontâneo, um sistema macroscópico sempre passa do estado menos provável para o mais provável. Já mencionamos que essa é uma forma de enunciar a segunda lei. Como S é uma função monótona e crescente de Ω , um enunciado equivalente é a formulação entrópica da segunda lei da termodinâmica:

A entropia de um sistema isolado nunca diminui.

Portanto, para um sistema isolado,

$$\Delta S \geq 0. \quad (3.3)$$

É interessante notar que, com o conceito de entropia, um processo reversível é caracterizado por $\Delta S = 0$ e um processo irreversível por $\Delta S > 0$. Processos com $\Delta S < 0$ não podem ocorrer

Todas essas conclusões valem apenas para sistemas isolados. Afinal, agentes externos poderiam diminuir a entropia de um corpo. Por exemplo, já discutimos que a expansão livre de um gás é um processo irreversível, em que a multiplicidade do sistema aumenta (logo, $\Delta S_{\text{gás}} > 0$). Entretanto, se houver atuação de agentes externos, é possível levar o gás de volta ao estado inicial. Nesse caso, a entropia do gás diminuiria ($\Delta S_{\text{gás}} < 0$). Porém, antes de imaginar uma violação da segunda lei, é necessário também avaliar a variação da entropia dos agentes externos. Feito isso, a variação da entropia total, considerando o gás mais os sistemas externos com os quais ele interage¹, será necessariamente maior ou igual a zero, de acordo com a segunda lei da termodinâmica.

3.1.2 A Definição Termodinâmica de Temperatura

Uma das vantagens de se apresentar o conceito de entropia logo no início do ensino da segunda lei é que podemos introduzir em seguida a definição termodinâmica de temperatura. Com a lei do aumento da entropia e essa definição de temperatura torna-se muito fácil obter os enunciados da segunda lei propostos por Clausius e Kelvin, demonstrar os teoremas de Carnot e Clausius, chegar à definição macroscópica de entropia e a muitos outros resultados clássicos.

Tipicamente, os cursos de física térmica introduzem a temperatura com base na escolha de termômetros a serem usados como referência. Por exemplo, no livro *Física Conceitual* destinado ao ensino médio, Hewitt afirma que temperatura é [40, p. 268]: “a quantidade que informa quão quente ou frio é um objeto em relação a algum padrão é chamada temperatura”. A descrição retrata a dificuldade de se definir precisamente temperatura (o que é “algum padrão”?). Uma formulação mais clara é dada pela definição operacional (ou termométrica): “temperatura é o que você mede com um termômetro” [21, p. 1]. Contudo, na medida em que depende de uma escolha mais ou menos arbitrária de qual seja o termômetro, essa definição obviamente não

¹Se um sistema tem duas partes, de entropias $S_1 = k \ln \Omega_1$ e $S_2 = k \ln \Omega_2$, a multiplicidade total será o produto $\Omega_1 \Omega_2$. Consequentemente a entropia total será dada pela soma $S = S_1 + S_2$.

favorece a compreensão do conceito de temperatura,

A temperatura também é associada à propriedade fundamental dos sistemas termodinâmicos de atingirem o equilíbrio após contato térmico: “temperatura é a coisa que se torna igual para dois objetos, após eles ficarem em contato por tempo suficiente” [21, p. 1]. Nesse contexto, contato (térmico) significa que os objetos podem trocar energia espontaneamente na forma de calor. Isso leva a uma caracterização da temperatura em função dessa troca [21, p. 3]:

“Temperatura é uma medida da tendência de um objeto dar espontaneamente energia ao entorno. Quando dois objetos estão em contato térmico, o corpo que tende a perder espontaneamente energia possui a maior temperatura.”

A caracterização da temperatura a partir do equilíbrio térmico está na base da noção de termômetro, mas não ajuda a escolher uma substância ou escala termométrica, ou seja, não resolve a ambiguidade inerente à definição operacional.

Em cursos introdutórios de física é comum associar o conceito de temperatura ao grau de agitação das partículas de um corpo. Afirmativas típicas são que “podemos considerar a temperatura de um corpo como a medida do grau de agitação de suas moléculas” [32, p. 3]. Essa ideia de temperatura está ligada à teoria cinética dos gases, na qual agitação térmica é entendida como energia cinética média das molécula, $\langle E_{\text{cin}} \rangle$, e demonstra-se que, em um gás ideal, essa energia é diretamente proporcional à temperatura:

$$\langle E_{\text{cin}} \rangle = \frac{3}{2}kT. \quad (3.4)$$

Entretanto, essa relação aplica-se *apenas* a gases ideais. Ela não é válida em líquidos e sólidos; nesses casos a relação entre a energia média das moléculas e a temperatura é mais complicada e varia de substância para substância, o que novamente implica numa ambiguidade termométrica. Outro problema de associar temperatura à energia cinética de moléculas é que existem sistemas termodinâmicos que não são formados por átomos, mas podem possuir temperatura, como a radiação eletromagnética.

Como veremos a seguir, a definição termodinâmica de temperatura é uma definição mais abrangente e menos ambígua, que engloba as características apresentadas acima e que, principalmente, nos permite explorar as consequências da segunda lei com grande facilidade. Para discuti-la, precisamos relacionar entropia e energia.

A entropia de um sistema termodinâmico é definida a partir do conceito de multiplicidade, ou seja, quantos microestados estão associados a um determinado estado macroscópico. Esse estado é caracterizado por quantidades igualmente macroscópicas como o volume V , o número de partículas N e a energia interna U . Como diferentes macroestados têm diferentes multiplicidades, a entropia deve ser uma função dessas variáveis, $S = S(U, V, N)$. Vamos supor, por hora, que o volume e o número de partículas estão fixos, de modo que podemos pensar na entropia como função apenas da energia interna, $S = S(U)$. Uma relação típica entre a entropia e a energia está ilustrada no gráfico da figura 3.4.

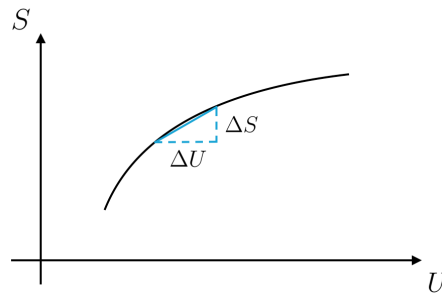


Figura 3.4: Gráfico típico da entropia S em função da energia interna U . A temperatura T é dada por $1/T = \Delta S / \Delta U$, para ΔS e ΔU pequenos.

A definição termodinâmica da temperatura (a temperatura absoluta T) é dada por

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V}. \quad (3.5)$$

No ensino médio, destacamos que quando mantemos N e V fixos, para uma pequena variação ΔU da energia interna teremos uma pequena variação ΔS

da entropia. Assim, a temperatura do sistema é definida por

$$\frac{1}{T} = \frac{\Delta S}{\Delta U}. \quad (3.6)$$

A equação (3.6) pode ser reescrita como

$$\Delta S = \frac{\Delta U}{T}, \quad (3.7)$$

que sugere uma interpretação muito útil do conceito de temperatura. Considerando a mesma variação de energia (com N e V constantes), o sistema sofrerá:

- uma pequena variação de entropia se sua temperatura for alta;
- uma grande variação de entropia se sua temperatura for baixa.

O gráfico $S \times U$ da figura 3.4 auxilia a compreender essa interpretação. Para um mesmo ΔU , a variação ΔS da entropia *diminui* a altas energias, ou seja, a temperatura T *aumenta* com a medida que a energia U cresce. No restante deste capítulo veremos como essa interpretação do conceito de temperatura torna possível chegar aos principais resultados da termodinâmica clássica com grande facilidade, sem usar muito mais do que palavras.

3.1.3 As Formulações de Clausius e Kelvin para a Segunda Lei

Nas discussões a seguir, a noção de *reservatório térmico* será usada repetidas vezes. Esse é um sistema termodinâmico que interage com a vizinhança apenas pela troca de calor, e cuja capacidade térmica é tão grande que sua temperatura permanece sempre a mesma, qualquer que seja a quantidade de calor que ele ganhe ou perca. Já que o reservatório troca energia apenas por calor, da equação (3.7) temos que

$$\Delta S = \frac{Q}{T}, \quad (3.8)$$

onde ΔS é a variação da entropia do reservatório em um dado processo, Q é o calor que ele absorveu e T é sua temperatura.

Para chegar à formulação de Clausius da segunda lei, consideramos dois reservatórios térmicos com temperaturas diferentes (um quente e outro frio), colocados em contato térmico um com o outro. Como resultado desse contato, deve haver alguma troca de calor entre os reservatórios. Vamos analisar o que acontece com a entropia de cada um deles e do sistema como um todo (o *universo*) se (i) o calor passar do reservatório quente para o frio ou (ii) o calor passar do reservatório frio para o quente.

No primeiro caso, representado na figura 3.5, quando o reservatório quente perde calor a sua entropia diminui pouco, pois a temperatura é alta. Já a entropia do reservatório frio aumenta muito ao receber esse calor, graças à baixa temperatura. Para o sistema como um todo, há um aumento da entropia total, pois o aumento da entropia do reservatório frio foi maior que a redução da entropia do reservatório quente. Logo, temos aqui um processo que ocorre espontaneamente e é irreversível. A figura 3.5 ilustra esse argumento.

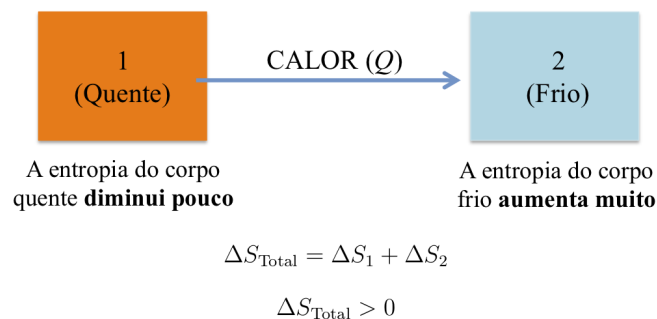


Figura 3.5: Sistema com dois corpos em contato térmico. A entropia total do sistema aumenta quando o calor passa do corpo quente para o corpo frio.

Já no caso em que o calor fluísse do reservatório frio para o quente, a entropia do corpo mais frio diminuiria muito, enquanto a do corpo mais quente aumentaria pouco. Com isso, a entropia total do sistema diminuiria, como ilustrado na figura 3.6. Portanto, o calor não pode passar espontaneamente de um corpo frio para um quente. Tal processo é impossível, pois violaria

a segunda lei da termodinâmica. Esse é, essencialmente, o enunciado de Clausius para a segunda lei (ver [14, p. 207], por exemplo):

“É impossível realizar um processo cujo único efeito seja transferir calor de um corpo mais frio para um corpo mais quente.”

Nas palavras do próprio Clausius [41, p. 86]: “Calor nunca pode passar de um corpo mais frio para um mais quente sem que alguma outra mudança, relacionada com isso, ocorra ao mesmo tempo.”

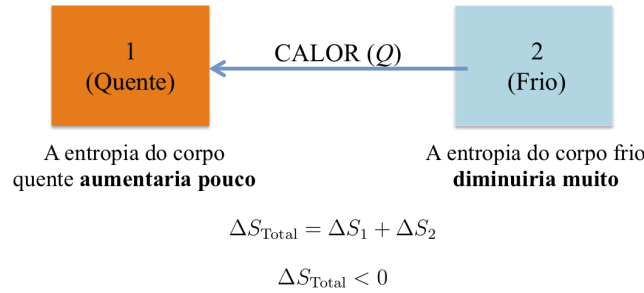


Figura 3.6: Sistema com dois corpos em contato térmico. A transferência espontânea de calor do corpo frio para o quente é impossível, pois a entropia total diminuiria.

É importante notar que a simplicidade com que foi possível chegar ao enunciado de Clausius deve-se, basicamente, à definição termodinâmica de temperatura, expressa na equação (3.8) ou, de forma mais geral, pelas equações (3.5), (3.6) e (3.7). Foi a interpretação do conceito de temperatura em termos da variação de entropia que tornou possível obter a formulação de Clausius praticamente em palavras. Com a matemática, a demonstração do enunciado é igualmente simples (ou até mais simples, para alguns). Para isso, basta supor que uma quantidade de calor $Q > 0$ passa do reservatório frio para o quente, calcular a variação da entropia de cada reservatório usando a equação (3.8), somar os resultados, obter que variação da entropia total do sistema é

$$\Delta S_{\text{Total}} = \frac{Q}{T_{\text{quente}}} - \frac{Q}{T_{\text{frio}}}, \quad (3.9)$$

e notar que, como $T_{\text{quente}} > T_{\text{frio}}$, temos $\Delta S < 0$, o que viola a segunda lei. Já a passagem de calor do corpo quente para o frio, que corresponde a tomar

$Q < 0$ na equação (3.9), leva a $\Delta S > 0$. Ou seja, nesse caso não há violação da segunda lei; o processo ocorre espontaneamente.

A formulação de Kelvin para a segunda lei é obtida com igual facilidade, analisando-se a possibilidade de construir uma máquina “perfeita”, que funcionaria sem desperdício. Em um ciclo de funcionamento dessa máquina, todo o calor recebido de um reservatório quente, a “fonte de calor”, seria transformado em trabalho. A figura 3.7 representa esquematicamente uma dessas máquinas. Nesse exemplo, o calor absorvido pela máquina é integralmente utilizado para erguer uma carga. Em outras palavras, o trabalho realizado pelo motor aumenta a energia potencial gravitacional do objeto erguido. Tal funcionamento não viola a primeira lei da termodinâmica, desde que o calor cedido pela fonte seja igual ao trabalho realizado.

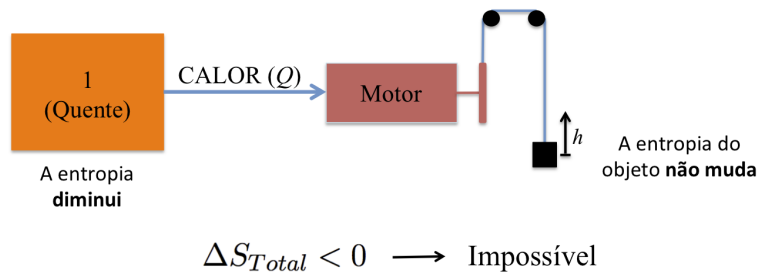


Figura 3.7: A máquina térmica “perfeita”. A fonte quente está à temperatura T_{quente} e cede calor a um motor responsável por erguer uma carga, sob ação de gravidade, até uma altura h . Esse motor viola a segunda lei da termodinâmica.

Analisando cada parte do sistema concluímos que, ao final de um ciclo:

- a variação de entropia do motor é nula, já que ele retorna a seu estado inicial ($\Delta S_{\text{Motor}} = 0$);
- a entropia da carga erguida não se altera, pois a multiplicidade não depende de sua posição ($\Delta S_{\text{Carga}} = 0$);
- a entropia da fonte quente diminui, pois ela perdeu calor ($\Delta S_{\text{Quente}} < 0$).

Então, para a entropia total do sistema teríamos, a cada ciclo do motor,

$$\Delta S_{\text{Total}} = \Delta S_{\text{Quente}} + \Delta S_{\text{Motor}} + \Delta S_{\text{Carga}} < 0,$$

o que violaria a segunda lei da termodinâmica. Portanto, a máquina perfeita não pode ser construída!

Este resultado coincide com o enunciado da segunda lei da termodinâmica proposto por Kelvin (ver [14, p. 207], por exemplo):

“É impossível realizar um processo cujo único efeito seja remover calor de um reservatório térmico e produzir uma quantidade equivalente de trabalho.”

Nas palavras de Kelvin [42]: “Se esse axioma for negado para todas as temperaturas, teria que ser admitido que uma máquina autônoma poderia produzir efeito mecânico pelo resfriamento do mar ou da terra, sem limite exceto a total perda de calor da terra e do mar, ou na realidade, de todo o mundo material.”

Assim como no enunciado de Clausius, com auxílio da relação entre temperatura e variação de entropia chegamos de maneira muito simples à formulação de Kelvin da segunda lei da termodinâmica, usando quase que só palavras. Isso ilustra, mais uma vez, o benefício trazido pela introdução antecipada do conceito de entropia.

A máquina perfeita viola a segunda lei da termodinâmica porque a variação total da entropia em um ciclo é negativa. Uma máquina térmica possível deve produzir uma variação maior ou igual a zero na entropia total. Para que isso aconteça, o sistema todo deve ter pelo menos um elemento cuja entropia aumente. Um reservatório térmico de baixa temperatura pode fazer isso, pois, como já vimos, a pequenas temperaturas a entropia aumenta mais facilmente que a altas temperaturas. Assim, se parte do calor que é retirado da fonte quente for rejeitado para um reservatório frio, podemos ter um aumento da entropia total sem comprometer a capacidade de ainda realizar algum trabalho. Essa máquina está representada na figura 3.8.

A variação de entropia produzida a cada ciclo pela máquina da figura 3.8

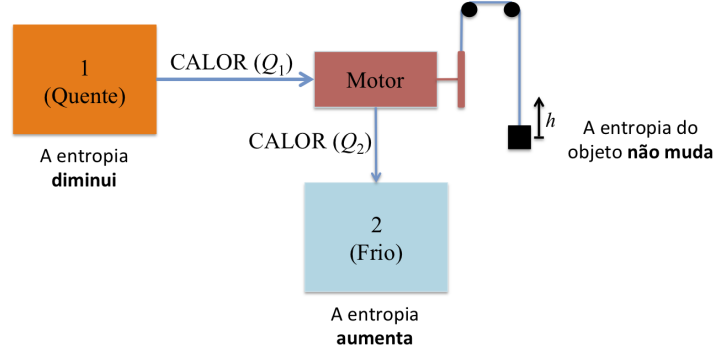


Figura 3.8: A máquina térmica possível. Parte do calor recebido da fonte quente é rejeitado para o reservatório frio, de tal modo que $\Delta S_{total} \geq 0$.

é dada por

$$\Delta S_{Total} = -\frac{Q_1}{T_{quente}} + \frac{Q_2}{T_{frio}}, \quad (3.10)$$

onde Q_1 e Q_2 referem-se, respectivamente, à quantidade de calor perdida pelo reservatório quente e à ganha pelo reservatório frio, e T_{quente} e T_{frio} são as temperaturas correspondentes. Não incluímos aí as entropias do motor e da carga erguida, pois já vimos que ambas têm variação nula. A segunda lei deve ser satisfeita para que o motor possa operar, ou seja, devemos ter $\Delta S_{Total} \geq 0$. Da equação (3.10) vemos que isso implica em

$$Q_2 \geq Q_1 \left(\frac{T_{frio}}{T_{quente}} \right). \quad (3.11)$$

Essa desigualdade mostra que Q_2 tem um limite inferior — é inevitável que a máquina “desperdice” energia, rejeitando calor para o reservatório frio. Uma medida desse desperdício é dada pela eficiência da máquina térmica, definida por

$$\eta = \frac{W}{Q_1}, \quad (3.12)$$

onde W é o trabalho realizado em um ciclo. Pela primeira lei da termodinâmica, $W = Q_1 - Q_2$, de modo que a eficiência pode ser escrita como

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (3.13)$$

A máquina “perfeita”, com $Q_2 = 0$, teria eficiência $\eta = 1$. A segunda lei mostra que isso é inalcançável; substituindo a desigualdade (3.11) na equação (3.13) temos

$$\eta \leq 1 - \frac{T_{\text{frio}}}{T_{\text{quente}}} . \quad (3.14)$$

3.1.4 Os Teoremas de Carnot e Clausius

Outros tópicos importantes nos cursos de termodinâmica, como as máquinas de Carnot e a desigualdade de Clausius, também podem ser estudados com muita simplicidade na abordagem estatística. Sobre as máquinas de Carnot, já vimos que há um limite para a eficiência de uma máquina térmica operando entre um reservatório quente e um frio, dado pela desigualdade (3.14). Segundo essa desigualdade, o valor máximo da eficiência é

$$\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_{\text{frio}}}{T_{\text{quente}}} . \quad (3.15)$$

Esse valor corresponde a $\Delta S_{\text{Total}} = 0$, ou seja, a uma máquina cujos efeitos são reversíveis. Máquinas com essa propriedade são chamadas de máquinas reversíveis, ou máquinas de Carnot. Com essas considerações chegamos aos teoremas (ou princípios) de Carnot:

- As máquinas que apresentam rendimento máximo entre duas determinadas temperaturas são as máquinas *reversíveis*;
- O rendimento de uma máquina reversível depende apenas das temperaturas entre as quais ela opera, não de seu mecanismo de funcionamento ou da substância de trabalho.

A desigualdade (ou teorema) de Clausius também é obtida facilmente. Para isso, consideramos um sistema num estado de entropia S e temperatura T , que recebe uma quantidade de calor Q de um reservatório térmico cuja temperatura é T_R . Ao final do processo, a entropia do sistema teve uma variação ΔS . Como a entropia do conjunto total sistema+reservatório não

pode diminuir, temos que $\Delta S_{\text{Total}} = \Delta S - Q/T_R \geq 0$, ou seja

$$\Delta S \geq \frac{Q}{T_R}. \quad (3.16)$$

Essa é uma forma de escrever a desigualdade de Clausius. Se a temperatura do reservatório e do sistema forem praticamente iguais ($T = T_R$), a troca de calor será pequena e reversível, de modo que

$$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}, \quad (3.17)$$

onde usamos a notação diferencial para enfatizar que a variação dS e o calor dQ_{rev} são infinitesimais. O subscrito “rev” é apenas um lembrete de que trata-se necessariamente de uma transformação reversível. Se o processo envolver uma sucessão de trocas de calor reversíveis, a variação da entropia será

$$\Delta S = \int_a^b \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}, \quad (3.18)$$

onde a temperatura T do sistema varia continuamente. Nessa integral, os limites a e b representam os estados inicial e final do sistema, ou seja, $\Delta S = S_b - S_a$. Esse resultado é a definição original de entropia dada por Clausius. Com ela é possível calcular a variação de entropia de um sistema usando apenas de quantidades macroscópicas mensuráveis (calor, temperatura), sem referência à estrutura microscópica desse sistema.

Os tópicos discutidos neste capítulo formam o núcleo da nossa proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica. Considerado globalmente, esse é o mesmo conteúdo de um curso universitário introdutório, embora abordado de maneira radicalmente distinta. Em cursos mais avançados, e nos introdutórios se houver oportunidade, é possível ir adiante e estudar a relação entre pressão, volume e entropia, tomando um caminho semelhante ao que seguimos com a temperatura, energia e entropia. A equação de estado de sistemas simples, como o gás ideal ou o elástico ideal, também pode ser objeto de discussão, dada a facilidade com que suas entropias são calculada a partir da contagem de microestados. Todos esses possíveis desdobramentos

estão apresentados no material didático disponível no apêndice A.

Apesar de ser atraente, não há garantia de que nossa proposta de ensino da segunda lei seja mais eficaz que a abordagem convencional. Para avaliar o efeito da proposta, nós aplicamos um teste conceitual a turmas que seguiram a abordagem estatística e a turmas com o currículo usual, em diferentes níveis de ensino. No próximo capítulo, discutimos como esse tipo de teste é elaborado e como escolhemos o questionário que adotamos. Vamos apresentar também os procedimentos de validação aos quais o teste foi submetido.

Capítulo 4

Testes de Compreensão Conceitual

O objetivo desta tese é avaliar se a abordagem estatística da segunda lei facilita a compreensão desse e outros tópicos da termodinâmica. Para isso, procuramos comparar turmas que estudaram a segunda lei pela a abordagem convencional com turmas que seguiram nossa proposta de ensino. O instrumento que utilizamos para realizar a comparação foi um teste conceitual sobre termodinâmica, elaborado a partir de pesquisas em ensino. Neste capítulo, falaremos sobre os testes conceituais na área de ensino de física, como uma avaliação desse tipo é desenvolvida e como sua validação é realizada de modo a garantir a qualidade dos dados obtidos. Daremos ênfase, evidentemente, ao teste sobre termodinâmica que utilizamos.

4.1 Os Testes Conceituais no Ensino de Física

Nas últimas décadas, pesquisadores na área de ensino de física vêm desenvolvendo testes conceituais padronizados que têm como primeiro objetivo avaliar o que os alunos aprendem nos cursos de física. Na literatura especializada, esses testes são chamados de *Instrumentos de Avaliação Baseados em Pesquisa*¹. Segundo Wilcox *et al.* [43], essas avaliações “fornecem uma medida

¹Em inglês, Research-Based Assessment Instruments (RBAs)

de alguns aspectos da aprendizagem dos alunos que frequentemente não são capturados pelos exames convencionais”. Além disso, os autores argumentam que os testes representam “uma ferramenta padronizada e validada para avaliar a efetividade de estratégias didáticas entre instrutores, instituições e ao longo do tempo”.

Um instrumento de avaliação baseado em pesquisa é desenvolvido com base em estudos do pensamento dos alunos sobre os tópicos que irão compor o teste. Para Madsen *et al.* [44], a elaboração dessas avaliações envolve pesquisa para garantir que as perguntas contemplem os conceitos que os professores consideram importantes, que as alternativas de respostas representem os pensamentos dos alunos e façam sentido para eles, e que a pontuação obtida pelos estudantes reflita algo de sua compreensão sobre o tema abordado.

Muitos instrumentos desse tipo já foram desenvolvidos, explorando diferentes áreas da física clássica e moderna. A maioria deles é destinada a alunos de nível introdutório, no ensino pré-universitário e nos primeiros anos do ensino superior. Mesmo assim, esses testes frequentemente são aplicados a estudantes de nível avançado, que já estão nos anos finais do ensino superior ou na pós-graduação. Um guia muito útil para as avaliações conceituais é a *Resource Letter* publicada em 2017 por Madsen *et al.* [44]. Os testes citados nesse documento podem ser acessados por professores mediante cadastro em physport.org/assessments². A rede de testes é tão ampla que nessa *Resource Letter* são descritos mais de 40 instrumentos de avaliação relacionados ao ensino de física e astronomia. Entre esses instrumentos, o mais conhecido e aplicado em todo o mundo é, sem dúvida, o *Inventário do Conceito de Força* (conhecido como *FCI*, sigla em inglês para *Force Concept Inventory*), introduzido em 1992 por Hestenes *et al.* [45].

Os testes conceituais podem ser aplicados a grupos de estudantes por diferentes razões. Hestenes *et al.* [45], fazendo referência direta ao *FCI*, sugerem que as aplicações caem em três categorias:

- Como ferramenta de diagnóstico para identificar e classificar equívocos por parte dos estudantes.

²Acessado em 3 de dezembro de 2022.

- Para avaliar a instrução. Em casos de pontuações baixas nos testes pós-instrução, não é aceitável culpar os antecedentes dos alunos. A principal deficiência provavelmente está na instrução.
- Em cursos de graduação, o teste pode ser usado para determinar se o conhecimento do aluno sobre física introdutória é suficiente para um curso mais avançado.

Conforme já mencionamos, os testes conceituais também são utilizados como instrumento de comparação entre diferentes currículos e práticas pedagógicas. Um exemplo famoso é o de como a aplicação do *FCI* a dezenas de cursos introdutórios revelou que aqueles que adotavam métodos de engajamento ativo eram mais efetivos que os baseados em práticas tradicionais [46].

A qualidade de um inventário de conceitos baseado em pesquisa depende da consideração de alguns fatores durante sua elaboração, e da análise dos resultados após aplicações. Para Engelhardt [47] é necessário:

- conhecer as ideias dos alunos, para elaborar questões e alternativas de resposta baseando-se nas dificuldades encontradas pelos estudantes;
- entrevistar alunos após esses responderem ao teste, para certificar-se que a interpretação das questões por parte deles está de acordo com o esperado pelos autores;
- consultar especialistas na área de conhecimento do teste, para avaliação da redação das questões e da relevância de seu conteúdo;
- checar a validade estatística do teste, após aplicá-lo a um grande número de estudantes.

Hoje conhecemos testes conceituais de qualidade em diferentes áreas da física — mecânica, eletromagnetismo, óptica, ondas, etc. — e para diferentes níveis de ensino. A maioria dessas avaliações está associada a conhecimento de conteúdo. Entretanto, há também inventários sobre raciocínio científico, habilidades laboratoriais, crenças/attitudes, entre outros temas.

O formato dos inventários também é variado. O modelo com questões de múltipla escolha é o mais recorrente. Porém, também há testes com respostas curtas, escala *likert* (concordo/discordo) e outros formatos.

4.2 Testes Conceituais sobre Termodinâmica

Para o nosso estudo, precisamos de um instrumento de avaliação que explore a segunda lei da termodinâmica e que esteja adequado a um curso de física introdutório. Madsen *et al.* [44] apresentam quatro avaliações envolvendo termodinâmica:

1. *The Thermodynamics Conceptual Survey* (TCS) [48],
2. *Thermal Concept Evaluation* (TCE) [49, 50],
3. *Heat and Temperature Conceptual Evaluation* (HTCE) [51],
4. *Survey of Thermodynamic Processes and First and Second Laws* (STPFaSL) [52, 53].

Desses testes, os três primeiros exploram temas como temperatura, calor, gases ideais e a primeira lei da termodinâmica. Nenhum dos três possui questões sobre a segunda lei da termodinâmica ou o conceito de entropia. Já o STPFaSL, como o nome sugere, conta com questões sobre processos termodinâmicos e a primeira e segunda leis da termodinâmica, sendo que o conceito de entropia ou a segunda lei estão presentes em aproximadamente metade das questões. Por isso, escolhemos esse teste como instrumento para nossa análise do efeito da abordagem estatística da segunda lei.

4.3 O Teste SPTFaSL

O STPFaSL foi desenvolvido por Benjamin Brown [52, 53] em sua tese de doutorado na Universidade de Pittsburgh. A avaliação é composta por 33 questões conceituais de múltipla escolha, com 5 alternativas sendo apenas uma correta.

Para a elaboração do teste [53], o autor conduziu entrevistas com alunos e aplicou um conjunto de avaliações com perguntas de resposta livre. A frequência das respostas mais comuns foi usada para projetar alternativas incorretas, denominadas distratores, nas questões de múltipla-escolha. Nesse tipo de teste é importante ter bons distratores para que os alunos não selecionem a resposta correta pelo motivo errado. Também foram realizadas entrevistas com os estudantes após a elaboração das questões do teste para garantir que eles interpretam as perguntas corretamente.

Além dos estudos baseado nos alunos, o teste foi validado por especialistas para garantir que as perguntas fossem consistentes com os objetivos de um curso tradicional de termodinâmica e que a redação de cada questão não fosse ambígua [53].

4.3.1 Os Temas Presentes nas Questões do STPFaSL

O STPFaSL explora diversos temas da termodinâmica. Brown [53] classifica as questões do teste em 6 grupos temáticos, conforme representado na tabela 4.1. É importante ressaltar que essa classificação não é completamente informativa. Nela, por exemplo, não está ponderada a relevância de cada tópico para se chegar à resposta correta.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33																													
Processos	Reversível			1	2	3	4											15	16	19											27	28																														
	Irreversível			1	2	3	4											15	16	19											27	28																														
	Cíclico													11	12	13	14	16											23	24	25																															
	Isotérmico			5	6	7	8											15	16	18	19													27	28																											
	Isobárico			3	4	9	18											20																27	28																											
	Isocórico			9														20	21															29	30																											
	Adiabático			21														18	20															30																												
Sistemas	Sistema e Universo			1											11	12	13	14	19											23	24	25	28						31	32																						
	Sistema Isolado													11	12	14	16											23	24						31	32																										
	Gás Ideal			3	4													16	17															27	28	30	31	32																								
Quantidades e Relações	Variável de estado			5	6	7	8	10											15											22																																
	Energia Interna			2	3	5	9	11											14	15	17											21	22	23						27	28	29	30	31																		
	– Relacionada a T			2	3													9											17											27	28	30																				
	Calor			4											8	9	10	13	15	18	19	21													27																											
	Trabalho			2	3	6	8	9	10											14	15	21													22	23	26	27	29	30	31																					
	– Relacionado a P e V			2											6	9	10	14	15	21	23											26	27	29	30	31																										
	Entropia			1	4	7													12	14	15	16	19	22	24											28	29	32																								
Representação	– Relacionada a Q e T			1	4													12	14	15	16	19	22	24											28	29																										
Diagrama PV				5	6	7	8	9	10											15	17	21											26	30																												
Primeira Lei	1ª Lei			2	3	11 12 13 14 15										8	9	10	11	13	14	15	21	23	25	27	29	30	31	33																																
Segunda Lei	2ª Lei															11	12	13	14	16	19	24 25 28 29										32	33																													
	Eficiência de Máquinas															16	19																					32	33																							

Tabela 4.1: Questões relacionadas a cada tema no STPFaSL segundo classificação do autor do teste [53]. Os destaques referem-se aos temas entropia e segunda lei.

Para apresentar a classificação da tabela 4.1 de maneira mais adequada ao nosso estudo — que dá ênfase às questões que envolvem entropia e a segunda lei da termodinâmica —, vamos usar dois rótulos: **L1** e **L2**. O rótulo **L1** será associado a questões que exploram processos/transformações termodinâmicas, a primeira lei, os conceitos de energia, trabalho e calor (mesmo que não seja necessário aplicar a primeira lei). Ao todo, a tabela 4.1 mostra que 27 questões podem ser classificadas pelo rótulo **L1**. Já o rótulo **L2** será usado para as questões que exploram a segunda lei da termodinâmica e o conceito de entropia. Aqui, a tabela 4.1 indica que temos 17 questões relacionadas a esse rótulo. Logo, fica evidente que há uma intersecção entre esses dois grupos. Verificando as combinações possíveis, temos 11 questões que têm ambos os rótulos **L1** e **L2**, 15 questões que possuem **apenas L1**, e 6 questões que possuem **apenas L2**. A tabela 4.2 apresenta as questões que correspondem a cada arranjo de rótulos (o uso de “qn” ou “Qn” para identificar a n-ésima questão será explicado a seguir) .

Rótulos	L1 = primeira lei, energia, trabalho, calor e processos L2 = segunda lei e entropia
Rótulo	Questões
L1 (27 questões)	q2, q3, Q4, q5, q6, q8, q9, q10, Q11, Q13, Q14, Q15, q17, q18, Q19, q20, q21, Q22, q23, Q25, q26, q27, Q28, Q29, q30, q31 e Q33.
L2 (17 questões)	Q1, Q4, Q7, Q11, Q12, Q13, Q14, Q15, Q16, Q19, Q22, Q24, Q25, Q28, Q29, Q32 e Q33.
L1 e L2 (11 questões)	Q4, Q11, Q13, Q14, Q15, Q19, Q22, Q25, Q28, Q29 e Q33.
Apenas L1 (16 questões)	q2, q3, q5, q6, q8, q9, q10, q17, q18, q20, q21, q23, q16, q27, q30 e q31.
Apenas L2 (6 questões)	Q1, Q7, Q12, Q16, Q24 e Q32.

Tabela 4.2: As questões segundo os rótulos **L1** e **L2**. O rótulo **L1** refere-se à primeira lei, energia, trabalho, calor e processos. Já **L2** diz respeito à segunda lei e entropia. A n-ésima questão é identificada como “qn” ou “Qn”.

Com base nos rótulos **L1** e **L2** e suas combinações, nós dividimos as questões do teste em dois conjuntos complementares. As 17 questões com o rótulo **L2** (ou seja, que envolvem entropia e/ou segunda lei) pertencem a um

conjunto que chamaremos de *Lei 2*. As 16 questões restantes, que têm *apenas* o rótulo **L1** (ou seja, não envolvem entropia nem segunda lei), integram o conjunto denominado *Lei 1*. Esses dois conjuntos correspondem às linhas da tabela 4.2 apontadas como **L2** e **apenas L1**. A tabela 4.3 apresenta a lista de questões classificadas como *Lei 1* e *Lei 2*. Para auxiliar na identificação das questões de cada grupo, adicionamos um “Q” ao número das questões de *Lei 2* e um “q” ao número das questões de *Lei 1*.

Conjuntos	<i>Lei 1</i> = nem segunda lei nem entropia <i>Lei 2</i> = segunda lei e/ou entropia
Conjunto	Questões
<i>Lei 1</i> (16 questões)	q2, q3, q5, q6, q8, q9, q10, q17, q18, q20, q21, q23, q26, q27, q29, q30 e q31.
<i>Lei 2</i> (17 questões)	Q1, Q4, Q7, Q11, Q12, Q13, Q14, Q15, Q16, Q19, Q22, Q24, Q25, Q28, Q29, Q32 e Q33.

Tabela 4.3: Questões nos conjuntos *Lei 1* e *Lei 2*. O conjunto *Lei 1* abrange questões que *não* abordam a segunda lei nem a entropia. *Lei 2* é composto por todas as questões que envolvem a segunda lei e/ou entropia. As questões de *Lei 1* são identificadas pelo “q” e as de *Lei 2* pelo “Q”.

A maioria das questões de *Lei 2* exploram outros conteúdos de física térmica além da entropia e segunda lei, inclusive o primeiro princípio da termodinâmica. Além disso, o fato de uma questão do inventário ter sido associada à entropia ou segunda lei pela tabela 4.1 (sugerida pelo autor do teste) não significa que este seja o tema mais importante (ou limitante) para que o aluno encontre a resposta correta. De qualquer forma, por enquanto vamos classificar as questões como *Lei 1* e *Lei 2*, sem nos preocuparmos com o tema mais relevante para responder corretamente a cada uma delas. Por outro lado, é claro que o termo *Lei 1* gera uma referência imediata à primeira lei da termodinâmica. Porém, quando nos referirmos às questões desse grupo, podemos estar falando de questões que exploram os conceitos de trabalho, calor, energia ou processos termodinâmicos, sem necessariamente aplicar a primeira lei. Na falta de um termo melhor, preferimos adotar essa nomenclatura mesmo sendo necessário fazer a ressalva.

A decisão de dividir as questões dessa maneira tem como objetivo evitar

algum tipo de classificação arbitrária de nossa parte, com viés que pudesse gerar distorções ou levantar dúvidas sobre a análise dos dados. No capítulo 8, aprofundaremos essa discussão utilizando um método estatístico para classificar as questões em grupos correlacionados: a análise fatorial.

A seguir discutiremos a validação estatística do teste, dando ênfase aos índices obtidos em nossas aplicações.

4.4 Validação Estatística do STPFaSL

O processo de validação estatística de um teste é importante para confirmar sua qualidade e avaliar a confiança que podemos ter nos resultados de sua aplicação. Há um conjunto de índices que costumam ser determinados com a finalidade de se fazer uma validação estatística. Os valores desses índices podem variar de acordo com o público que responde ao teste. Por isso, vamos descrever os grupos de estudantes aos quais aplicamos o teste e apresentar alguns índices importantes obtidos nessas aplicações.

4.4.1 Aplicação do Teste: Turmas e Níveis de Ensino

Nós aplicamos o teste, em versão traduzida por nós para o português, a diferentes turmas do ensino médio, do superior e da pós-graduação. Dentre as turmas, algumas tiveram instrução sobre a segunda lei da termodinâmica seguindo a nossa abordagem estatística, enquanto outras tiveram a abordagem convencional.

No ensino médio, a avaliação foi aplicada após a instrução a 32 estudantes da 3ª série (penúltima série) do CEFET³, *campus* Maracanã, escola pública com formação em cursos técnicos.

No ensino superior, o STPFaSL foi aplicado a alunos de cursos introdutórios e avançados, todos eles da UFRJ⁴. Entre os alunos dos cursos introdutórios, 124 eram estudantes da disciplina *Mecânica do Sistema e Física Térmica* (MS&FT), destinada principalmente a alunos do 3º período da Licenciatura

³Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro.

⁴Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

em Física e da Licenciatura em Química. Alunos eventuais do Bacharelado em Química também se inscrevem na disciplina. Além dos estudantes de MS&FT, o teste foi aplicado para 383 alunos que cursavam *Física 2*, disciplina destinada a alunos do ciclo básico das engenharias (mecânica, civil, produção, naval, entre outras), do Bacharelado em Física, da Física Médica, e outros cursos do Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza (CCMN) da UFRJ. Para os estudantes de MS&FT e Física 2, o teste foi aplicado após a instrução.

Nos anos finais da graduação, o inventário foi aplicado como pré e pós-teste em turmas de *Introdução à Termodinâmica* da Licenciatura em Física da UFRJ. Esta disciplina é indicada a alunos do 8º período da graduação. Ao todo, 21 estudantes fizeram pré e pós-teste e outros 5 alunos fizeram apenas uma das avaliações (ou o pré ou o pós-teste).

Ainda no ensino superior, aplicamos o teste a 12 estudantes da Licenciatura em Física da UFRJ, que já haviam passado por MS&FT mas ainda não haviam cursado *Introdução à Termodinâmica*. Esse grupo fazia parte de uma coleta de dados para estudarmos a retenção de conteúdo ao longo do tempo. O estudo foi interrompido devido à pandemia de COVID-19.

Na pós-graduação, aplicamos o STPFaSL a 28 alunos do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MPEF) da UFRJ. Os alunos compunham três turmas de *Termodinâmica*, disciplina eletiva do curso de pós-graduação. Esses estudantes fizeram tanto o pré-teste quanto o pós-teste. Outros 8 estudantes do MPEF responderam ao teste, mas não cursaram *Termodinâmica*. Esses dados eram coletados para analisarmos o resultado de estudantes (que atuam como professores de física) que ingressavam na pós-graduação.

Ao todo, tivemos 615 estudantes, sendo que os alunos dos cursos introdutórios (ensino médio e anos iniciais da graduação) realizaram apenas o pós-teste e os alunos avançados (anos finais da graduação e pós-graduação) responderam a avaliação em duas ocasiões (pré e pós-teste). Assim, totalizamos 664 respostas, somando todos os pré e pós-testes em todos os níveis de ensino, considerando também os alunos que no momento não cursavam disciplinas que envolvessem a termodinâmica.

A tabela 4.4 traz informações sobre as aplicações do teste. Esse resumo mostra que o teste foi aplicado muitas vezes e para um público diverso, de diferentes níveis de ensino, aspecto importante para a validação estatística. Os estudantes de disciplinas introdutórias de cursos de graduação formaram o maior grupo nessa amostra.

Nível de Ensino	Disciplina/Série	Nº de Testes
Médio	Física/3ª Série (CEFET)	32
Graduação - Introdutório	MS&FT	124
	Física 2	383
	Outros	12
Graduação - Avançado	Introdução à Termodinâmica	47
Pós-Graduação	Termodinâmica (MPEF)	58
	Outros	8
Total	-	664

Tabela 4.4: Número de testes respondidos por estudantes de diferentes cursos e níveis de ensino. Nas turmas de Introdução à Termodinâmica e de Termodinâmica, o número inclui pré e pós-teste.

A seguir apresentaremos os índices de validade estatística do STPFaSL obtidos com essas aplicações.

4.4.2 Índices Estatísticos

Índice de Dificuldade do Item

O *índice de dificuldade* (p) de um item do questionário é definido pela proporção de indivíduos que acertaram esse item [54]. Ou seja, ele é razão entre o número de alunos que responderam corretamente ao item (N_{Acertos}) e número total dos que o responderam de forma certa ou errada ($N_{\text{Total}} = N_{\text{Acertos}} + N_{\text{Erros}}$):

$$p = \frac{N_{\text{Acertos}}}{N_{\text{Total}}}. \quad (4.1)$$

Curiosamente, quanto maior o índice de dificuldade, maior é o número de alunos que acerta o item. Isso pode parecer um tanto contraditório, mas é assim que o índice é definido.

O índice de dificuldade de um item depende, evidentemente, da população que fez o teste e pode variar de 0 a 1 (0 a 100%). Pasquali [54, p. 128] afirma que é desejável que um teste seja composto por itens com diferentes índices de dificuldade destacando a importância de itens com índice de dificuldade próximo a 50%, pois eles são capazes de fornecer mais informação. De forma complementar, Doran [55, p. 97] avalia que o índice de dificuldade dos itens deve estar dentro do intervalo de 30% a 90%. O motivo desses limites é que itens muito fáceis (com taxa de acertos superior a 90%) e muito difíceis (índice inferior a 30%) não contribuem muito para discriminar as respostas dos estudantes.

O índice de dificuldade médio das questões para todos os alunos da UFRJ⁵ é 0,64. Considerando apenas os alunos de MS&FT, o índice de dificuldade é 0,50. Para comparação, o índice de dificuldade do STPFaSL aplicado como pós-teste a alunos de um curso introdutório da Universidade de Pittsburgh (grupo que se assemelha aos alunos de MS&FT) foi 0,37 [53]. Analisando individualmente os índices de dificuldade de cada questão, nenhum deles ficou significativamente fora do limite recomendado na literatura.

Índice de Discriminação do Item

O *índice de discriminação* de um item (d) pode ser entendido como a medida da capacidade do item diferenciar indivíduos de dois grupos distintos. A categorização desses grupos pode ser feita por critérios *externos* ou *internos* ao teste [55, p. 97]. Como exemplo de critérios externos podemos considerar indivíduos de duas turmas diferentes para compor cada um dos grupos, ou alunos aprovados e reprovados em um curso. Usualmente o escore total no próprio teste é escolhido como critério *interno* “para determinar os grupos extremos de sujeitos: grupo superior e grupo inferior” [54, p. 132]. Em diferentes estudos os pesquisadores usam proporções diferentes para formar os conjuntos dos alunos de maior pontuação (grupo superior) e de menor pontuação (grupo inferior), sendo comum conjuntos considerando metade dos estudantes em cada grupo, um terço, um quarto, ou outra proporção [55,

⁵Esse e outros índices praticamente não são alterados pela inclusão dos 32 alunos do CEFET.

p. 98]. É imprescindível que essa escolha leve em consideração o tamanho dos grupos em comparação, para que eles tenham um número de sujeitos que permita análises estatísticas válidas [54, p. 132].

Uma maneira simples de obter o índice de discriminação (d) de um item é calculando a diferença de percentuais de acertos no grupo superior (p_{Superior}) e no grupo inferior (p_{Inferior}) [54, p. 133]:

$$d = p_{\text{Superior}} - p_{\text{Inferior}}. \quad (4.2)$$

Se estivermos separando os dois grupos pela metade dos alunos com notas mais baixas e metade dos alunos com notas mais altas, temos que:

$$d_{50\%} = \frac{N_{50\% \text{ Sup-Acertos}} - N_{50\% \text{ Inf-Acertos}}}{N/2}, \quad (4.3)$$

sendo $N_{50\% \text{ Sup-Acertos}}$ o número de acertos dos alunos da metade com maior escore no teste e $N_{50\% \text{ Inf-Acertos}}$ o número de acertos dos alunos da metade com menor escore total no teste. No caso da divisão dos alunos em quartis, usamos

$$d_{25\%} = \frac{N_{25\% \text{ Sup-Acertos}} - N_{25\% \text{ Inf-Acertos}}}{N/4} \quad (4.4)$$

em que $N_{25\% \text{ Sup-Acertos}}$ é o número de alunos que acertou o item e pertecem ao quartil superior (com maior escore) e $N_{25\% \text{ Inf-Acertos}}$ o número de acertos no quartil inferior (de menor escore).

O índice de discriminação de um item pode assumir valores de -1 a $+1$, sendo classificado como aceitável quando assume valores maiores que $0,30$ [55, p. 99]. Quanto maior o valor do índice, melhor ele é considerado.

Dividindo os escores dos estudantes da UFRJ em quartis, obtemos um índice de discriminação médio do teste igual a $0,50$. Considerando apenas os alunos de MS&FT, esse índice é $0,45$. Ambos valores são superiores ao valor de referência $0,30$. A análise do índice de discriminação de cada questão isoladamente mostrou que o índice de nenhuma questão ficou significativamente abaixo desse limite recomendado na literatura.

O autor do STPFaSL não apresentou em seus trabalhos nenhum índice de discriminação, de modo que não temos como comparar nosso resultado ao

da Universidade de Pittsburgh.

Pode-se mostrar [56, 57] que o índice de discriminação está correlacionado a um outro indicador muito usado, o coeficiente ponto-bisserial, que discutiremos a seguir.

Coeficiente Ponto-bisserial

O *coeficiente ponto-bisserial* (r_{pb}) é a medida da correlação de acerto no item com o escore total no teste. Por ser uma medida de correlação, o coeficiente ponto-bisserial pode variar de -1 a $+1$. Podemos determinar esse coeficiente através da equação [58]:

$$r_{pb} = \frac{\overline{X}_{\text{Acertaram}} - \overline{X}_{\text{Erraram}}}{\sigma} \sqrt{p(1-p)}. \quad (4.5)$$

em que p é a proporção de alunos que acertou o item, $\overline{X}_{\text{Acertaram}}$ é a média no teste dos alunos que acertaram o item, $\overline{X}_{\text{Erraram}}$ é a média no teste dos alunos que erraram o item e σ é o desvio padrão do escore total no teste.

Se um item está fortemente correlacionado com o teste completo, alunos com pontuações altas no teste têm uma probabilidade maior de acertar o item do que alunos com médias baixas. Segundo Ding e Beichner [58], “um item confiável deve ser consistente com o resto do teste, portanto, espera-se uma correlação bastante alta entre a pontuação do item e a pontuação total”. É desejável que o coeficiente seja maior ou pelo menos igual a 0,20.

Os resultados das nossas aplicações na UFRJ forneceram um coeficiente ponto-bisserial médio nas questões de 0,41. Para a amostra somente com alunos de MS&FT, esse resultado é 0,36. Todos esses valores estão de acordo com o desejável (maior que 0,20). O coeficiente ponto-bisserial de nenhuma questão foi significativamente menor que esse valor mínimo indicado na literatura.

Assim como o índice de discriminação, o autor do STPFaSL também não apresenta o coeficiente ponto-bisserial de suas aplicações do teste.

Coefficiente Alfa de Cronbach e Kuder-Richardson 20

O *coeficiente alfa de Cronbach* (α) é uma medida da confiabilidade do teste através da sua consistência interna. Em outras palavras, ele tem o objetivo de estimar até que ponto seriam consistentes entre si dois resultados de um mesmo teste aplicado em duas ocasiões diferente a uma mesma pessoa, num cenário em que o indivíduo na segunda aplicação não tivesse nenhuma memória da primeira aplicação.

Essa medida de confiabilidade é feita com uma análise das covariâncias dos itens do teste. O coeficiente alfa de Cronbach pode ser utilizado para testes com itens dicotômicos (pontuados simplesmente por estarem certos ou errados) ou não-dicotômicos. Ele pode ser obtido pela equação [47, p. 23]:

$$\alpha = \left(\frac{k}{k-1} \right) \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sigma^2} \right) \quad (4.6)$$

em que k é o número de itens (questões) do teste, σ_i^2 é a variância do item i e σ^2 é a variância do escore total do teste.

A fórmula 20 de Kuder-Richardson (KR-20) é uma forma simplificada da expressão do coeficiente alfa de Cronbach. Ela é destinada a análises de testes em que cada item é pontuado de forma dicotômica (certo ou errado). Como as questões de múltipla escolha são geralmente corrigidas dessa forma, usaremos predominantemente a equação de Kuder-Richardson que é expressa da seguinte forma [47, p. 23]:

$$\alpha = \left(\frac{k}{k-1} \right) \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k p_i(1-p_i)}{\sigma^2} \right) \quad (4.7)$$

em que k continua representando o número de itens do teste, σ^2 é a variância do escore total do teste e p_i representa a proporção de estudantes que responderam corretamente ao item i .

Na aplicação para os alunos da UFRJ, obtivemos um coeficiente $\alpha = 0,84$. Para os alunos de MS&FT, $\alpha = 0,80$. Segundo Doran [55, p. 104], valores no intervalo de 0,70 a 0,80 são suficientes para medições em grupo (mas não individuais). Já valores entre 0,80 e 0,90 são bastante altos e possibilitam uma medição individual. Brown [53] obteve $\alpha = 0,77$ nas aplicações do STPFaSL como pós-teste a alunos de um curso introdutório da Universidade de Pittsburgh. Tanto os nossos resultados quanto os obtidos em Pittsburgh possibilitam a análise de grupos de estudantes.

A tabela 4.5 apresenta os dados para validação estatística do STPFaSL que discutimos aqui, juntamente com resultados de aplicações de outros testes a outras populações, que podemos usar como referência adicional. Na tabela estão organizados os valores possíveis para cada um dos índices, valores desejados, e os dados obtidos em pesquisas envolvendo a aplicação do BEMA⁶ [59] em dois grupos de estudantes diferentes, do MIET⁷ [58], a nossa aplicação do STPFaSL para os alunos de MS&FT e a aplicação na Universidade de Pittsburgh em curso introdutório baseado em cálculo [53].

Estatística de teste	Valores possíveis	Valores desejados	BEMA (CMU)	BEMA (NCSU)	MIET	STPFaSL (MSFT-UFRJ)	STPFaSL (Pittsburgh)
Índice de Dificuldade	[0, 1]	[0,30; 0,90]	0,47	0,37	0,49	0,50	0,37
Índice de Discriminação	[-1, 1]	$\geq 0,30$	0,34	0,32	0,38	0,45	-
Coeficiente Ponto-bisserial	[-1, 1]	$\geq 0,20$	0,45	0,42	0,33	0,36	-
Confiabilidade (α de Cronbach)	[0, 1]	$\geq 0,70$	0,85	0,85	0,74	0,80	0,77

Tabela 4.5: Índices de validação de diferentes testes aplicados a grupos distintos de estudantes. Valores extraídos de [53, 58, 59]. Os resultados da Universidade de Pittsburgh referem-se a um curso introdutório baseado em cálculo.

Essas informações sugerem que o teste que escolhemos para nossa pesquisa possui índices consistentes com o esperado (valores desejados) e em linha com resultados relatados na literatura. Com isso, temos confiança de utilizá-lo na

⁶Brief Electricity and Magnetism Assessment.

⁷Matter & Interactions Energy Test.

análise dos efeitos da abordagem estatística da segunda lei da termodinâmica. Isso será realizado nos próximos capítulos.

Capítulo 5

Cursos Introdutórios: Graduação

No capítulo anterior, apresentamos o teste conceitual STPFaSL, discutimos os temas que ele aborda e analisamos sua validade estatística nas turmas em que o aplicamos. A partir de agora, vamos apresentar os resultados que obtivemos com o teste em alunos que seguiram a nossa proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica e em alunos de cursos com abordagem tradicional.

Para nossa análise usaremos alguns conceitos estatísticos (intervalo de confiança, valor- p , nível de significância, teste- t , entre outros) que estão descritos em livros-texto básicos de Estatística, como *Basic Statistics – Understanding Conventional Methods and Modern Insights* de Rand R. Wilcox [60].

Neste capítulo, vamos nos concentrar na aplicação e resultados obtidos em turmas de nível introdutório do ensino superior. As experiências no ensino médio serão descritas no capítulo 6 e em cursos avançados no capítulo 7.

5.1 Os Grupos Experimental e de Controle

Entre os anos de 2017 e 2019, nossa proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica foi implementada em três turmas de diferentes períodos (2017-1, 2018-1 e 2019-2) da disciplina *Mecânica do Sistema e Física Térmica* (MS&FT) da graduação da UFRJ. A disciplina é tipicamente cursada por alunos do 3º período dos cursos de Licenciatura em Física, Licenciatura

em Química e, em menor proporção, Química (bacharelado). Esses alunos formam o que chamaremos de *grupo experimental* da MS&FT.

A professora das três turmas em que nossa proposta foi aplicada foi a mesma. Nas turmas de 2017-1 e 2018-1, a professora lecionou a parte da disciplina que envolvia mecânica e os tópicos iniciais de termodinâmica, não incluindo a segunda lei. Ao final do curso, ela cedeu algumas aulas para aplicarmos a nossa proposta de ensino da segunda lei. Na turma de 2019-2, a própria professora do curso utilizou nosso material nas aulas de segunda lei, seguindo o mesmo enfoque que havíamos adotado nas duas turmas anteriores.

Nessas 3 turmas, foram utilizadas 4 aulas de 1h40min para explorar o conteúdo de acordo com a sequência didática descrita no capítulo 3 desta tese, desde a seta do tempo até a desigualdade de Clausius. Nas aulas, além da discussão do conteúdo referente à segunda lei, o tempo também foi utilizado para tirar dúvidas dos estudantes e resolver questões de lista de exercícios.

Após as aulas, a professora da disciplina aplicou a prova regular que cobria todo o conteúdo de termodinâmica da disciplina. Na semana seguinte, nós utilizamos o horário de uma aula adicional para aplicar o STPFaSL. Esta última aula seria utilizada para entrega de notas e vista de provas, o que pôde ser feito com os alunos à medida que eles iam terminando de responder ao questionário, o que levava entre 50 e 80 minutos. Com isso, a realização do teste não interferiu no cronograma do curso em si. Em todas as disciplinas e turmas mantivemos a aplicação do teste pós-instrução logo em seguida à prova regular do curso, o que garantiu a equidade quanto ao momento da testagem.

Para os estudantes de MS&FT, que estão cursando disciplinas introdutórias, decidimos não aplicar um pré-teste. Muitas das questões que compõem a avaliação exigem conhecimentos de termodinâmica com os quais os estudantes nunca tiveram contato. A aplicação do teste no início do curso poderia desanimar os alunos, ao mesmo tempo que seria pouco informativa. Os dados de Brown [53] na Universidade de Pittsburgh corroboram esse entendimento. O índice de confiabilidade (KR-20) do pré-teste aplicado a 705 alunos do curso introdutório baseado em cálculo dessa universidade foi 0,43. Este dado

está bem abaixo do valor mínimo para medições em grupos ($\alpha \geq 0,70$) [55], ou seja, o teste não é confiável em alunos com pouco conhecimento de termodinâmica. Adicionalmente, a taxa de acertos desses estudantes no pré-teste foi 29%, resultado muito baixo para um teste com questões de múltipla-escolha com 5 alternativas (uma correta e 4 distratores), o que garantiria estatisticamente uma taxa acertos de 20% para respostas completamente aleatórias.

Considerando as três turmas em que aplicamos nossa proposta, tivemos 73 alunos respondendo ao teste. Desde o início, a expectativa era que as turmas seriam semelhantes entre si. Afinal, são constituídas ano após ano por estudantes dos mesmos cursos de graduação, que ingressaram na universidade a partir de processos seletivos semelhantes (prova do ENEM e classificação pelo SISU). Além disso, as disciplinas cursadas pelos alunos antes de se inscreverem em MS&FT são, em geral, as mesmas. Não temos dados sobre o perfil socioeconômico dos estudantes e suas famílias, mas não há evidências que esse tenha se alterado significativamente durante o período em que realizamos nossa investigação.

As médias das taxas de acertos (ou *notas*) — medidas entre 0 e 1 — estão apresentados na tabela 5.1 para cada uma das turmas do grupo experimental (2017-1, 2018-1 e 2019-2). Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%. Esses mesmos dados estão representadas em forma de gráfico na figura 5.1. Através da análise de variância (ANOVA), encontramos um valor- p igual a 0,47 para a hipótese nula de nenhuma diferença entre as médias dos três grupos, mostrando que as diferenças entre as médias não são estatisticamente significativas.

Ano	Nota média
2017	0,55 [0,47; 0,63]
2018	0,54 [0,48; 0,61]
2019	0,61 [0,53; 0,69]

Tabela 5.1: Nota média no STPFaSL de cada turma do grupo experimental de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

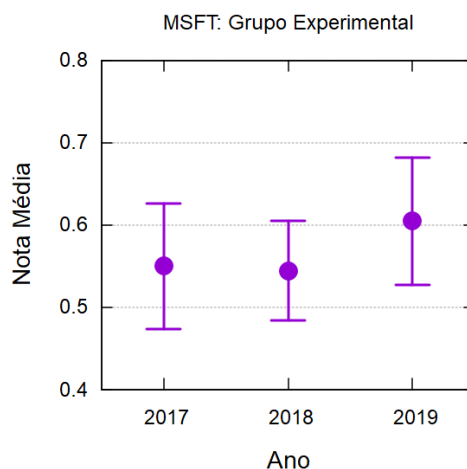


Figura 5.1: Nota média no STPFaSL de cada turma do grupo experimental de MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

É interessante notar que, mesmo quando a professora da turma utilizou nosso material, as notas dos estudantes não tiveram variação estatisticamente relevante. Levando em conta a homogeneidade dos resultados no teste, vemos que fez sentido definir o grupo experimental a partir das três turmas em que a nossa proposta foi aplicada.

Além das três turmas que compõem o grupo experimental, aplicamos o teste em duas outras turmas de MS&FT (2018-2 e 2019-2)¹. Essas turmas tiveram aulas com professores (diferentes daqueles do grupo experimental e também entre si) que seguiram a sequência didática convencional para o ensino da segunda lei da termodinâmica, usando como referência o livro *Curso de Física Básica* (v. 2) de Nussenzveig [14]. Esse segundo grupo é o nosso *grupo de controle*, composto por 51 alunos.

O perfil acadêmico do grupos de controle é semelhante ao do grupo experimental: são estudantes dos mesmos cursos superiores, passaram pelo mesmo processo de ingresso na universidade e, em geral, cursaram as mesmas disciplinas até se inscreverem em MS&FT. Ou seja, inicialmente todas as turmas

¹Em 2019-2 tivemos duas turmas com professores diferentes, uma delas fez parte do grupo experimental e a outra do grupo de controle.

possuem as mesmas características, sejam elas do grupo experimental ou do grupo de controle.

As médias no STPFaSL das turmas do grupo de controle (2018-2 e 2019-2) estão apresentadas na tabela 5.2 e representadas graficamente na figura 5.2. Os intervalos e barras de erro correspondem a um nível de confiança de 95%. Analisando os dados através do teste- t de Student, obtemos um valor- p igual a 0,37 para a hipótese nula de médias iguais nas duas turmas, mostrando que a diferença encontrada não é estatisticamente relevante. Ou seja, é razoável supor que os alunos das duas turmas formam um grupo de controle.

Ano	Nota média
2018	0,42 [0,37; 0,46]
2019	0,39 [0,34; 0,44]

Tabela 5.2: Nota média no STPFaSL de cada turma do grupo de controle de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

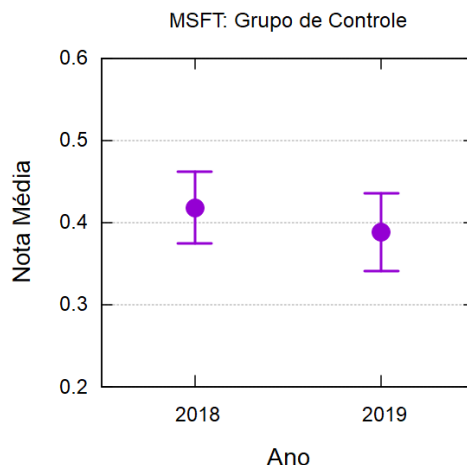


Figura 5.2: Nota média no STPFaSL das turmas do grupo de controle de MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Nos grupos experimental e de controle, o conteúdo de termodinâmica abordado foi o mesmo. O que diferencia os dois é a sequência didática e o material utilizada na abordagem da segunda lei. Sendo assim, podemos

comparar o desempenho dos alunos dos dois grupos no STPFaSL e analisar se a diferença na instrução gerou algum efeito (positivo ou negativo) no rendimento no teste. Na próxima seção apresentaremos resultados associados às respostas dos alunos dos grupos experimental e de controle ao questionário e analisaremos esses dados.

5.2 Resultados e Análise

Os dados que analisaremos estão baseados na taxa de acerto (a nota) nas questões do STPFaSL dos alunos dos grupos experimental e de controle. Apresentaremos as notas de três formas: a média nas 33 questões do teste completo, nas 16 questões de *Lei 1* e nas 17 questões de *Lei 2*. Todos esses resultados serão apresentados como medidas entre 0 e 1 (correspondendo de 0 a 100% de acertos).

A tabela 5.3 apresenta as notas médias dos grupos experimental e de controle no teste completo. Pode-se notar que o desempenho do grupo experimental foi consideravelmente melhor que o do grupo de controle. A diferença entre as médias é estatisticamente significativa, com valor- p da ordem de 10^{-6} para a hipótese nula de nenhuma diferença entre os grupos. A figura 5.3 mostra graficamente as médias dos grupos.

Grupo	Nota média
Controle	0,41 [0,38; 0,44]
Experimental	0,56 [0,52; 0,61]

Tabela 5.3: Notas médias no STPFaSL dos grupos experimental e de controle de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

Os dados apresentados na tabela 5.3 e na figura 5.3 sugerem que a abordagem da segunda lei deve ter tido efeito importante no resultado do teste. Que esse efeito é real, não apenas uma flutuação estatística, é garantido pelo valor- p encontrado, da ordem de 10^{-6} . Entretanto, isso diz pouco sobre a magnitude do efeito — se ele é grande, médio ou pequeno. Para isso é necessário definir uma escala que, como veremos a seguir, pode ser dada pela dispersão das notas em torno da média.

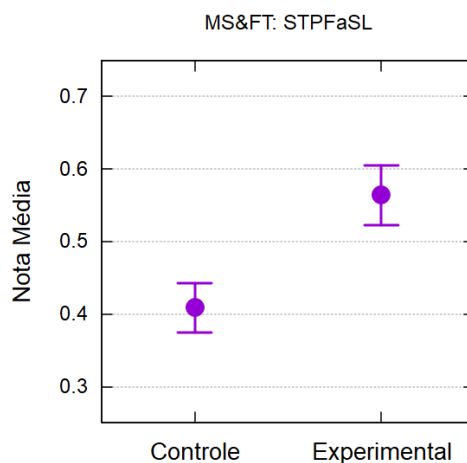


Figura 5.3: Notas médias no STPaSL dos grupos experimental e de controle de MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Tamanho de Efeito e d de Cohen

Um ponto a considerar quando se analisa a diferença entre as médias de dois grupos é que o valor numérico dessa diferença não depende da dispersão das notas dos alunos de cada grupo. Essa dispersão é relevante, pois grupos com médias diferentes podem ser mais ou menos distinguíveis dependendo da largura das distribuições de notas (medidas pelo desvio padrão). Por exemplo, na figura 5.4 estão ilustradas duas situações em que queremos comparar dois grupos hipotéticos. Em ambas as situações temos a mesma diferença entre as médias, representadas pela letra Δ . Entretanto, como as distribuições do gráfico inferior possuem um desvio padrão maior, essas duas populações não parecem tão distintas quanto as populações do gráfico superior, com desvio padrão menor. Por isso, além da diferença entre as médias, é razoável considerar também o desvio padrão de cada distribuição ao analisar o quanto as duas populações são distinguíveis entre si.

Indicadores da importância da diferença entre dois grupos comparada à variância dos dados são conhecidos como *tamanhos de efeito*. Um dos mais

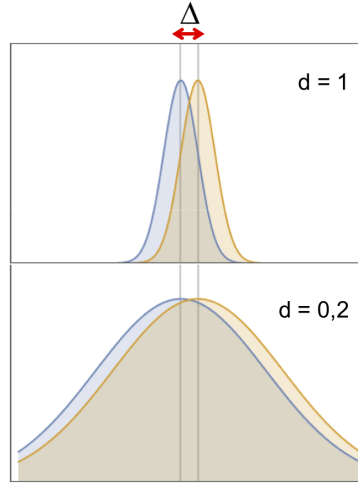


Figura 5.4: Exemplos de distribuição de dados. Tanto na imagem superior quanto na inferior a diferença entre as médias é a mesma. O desvio padrão na imagem superior é bem menor que o da imagem inferior. Apesar da diferença entre as médias ser a mesma nas duas situações, quando o desvio padrão é pequeno, as populações são mais distinguíveis entre si.

usados é o d de Cohen definido como [61, p. 20]

$$d = \frac{\Delta}{\sigma}, \quad (5.1)$$

onde, já com referência aos grupos que nos interessam, $\Delta = \langle \text{exp} \rangle - \langle \text{cont} \rangle$ é a diferença entre as médias dos grupos experimental e de controle e σ é dado por

$$\sigma^2 = \frac{(n_{\text{exp}} - 1)\sigma_{\text{exp}}^2 + (n_{\text{cont}} - 1)\sigma_{\text{cont}}^2}{n_{\text{exp}} + n_{\text{cont}} - 2} \quad (5.2)$$

em que n_{exp} e n_{cont} são os números de alunos do grupo experimental e de controle e σ_{exp} e σ_{cont} são os desvios padrão correspondentes.

Cohen argumenta que o tamanho do efeito pode ser “pequeno”, “médio” ou “grande” [61, p. 24]. Segundo ele, o tamanho do efeito é considerado pequeno para valores como $d = 0,2$, médio para valores próximos a $d = 0,5$ e grande quando $d > 0,8$. A figura 5.4 também indica o d de Cohen para cada par de distribuições. Vemos que no par superior o tamanho do efeito é “grande”

($d = 1$) e no inferior ele é “pequeno” ($d = 0,2$).

A figura 5.5 apresenta um histograma suavizado da distribuição das notas dos estudantes dos grupos experimental e de controle. Essa suavização é um artifício para facilitar a visualização dos aspectos principais do histograma. Colocadas num mesmo gráfico, vemos que as duas populações são claramente distinguíveis. Para essas duas distribuições, o d de Cohen calculado pela fórmula (5.2) é 1,0, ou seja, a mudança na abordagem da segunda lei teve um efeito “grande” sobre a aprendizagem dos alunos em termodinâmica. A tabela 5.4 mostra a diferença nas médias dos dois grupos e os correspondentes valor- p e d de Cohen. Ela resume aquilo que já descrevemos: a diferença de 0,16 na média dos grupos não é um acidente estatístico ($p = 10^{-6}$) e corresponde a um efeito de grande tamanho ($d = 1$), facilmente perceptível nas distribuições de notas.

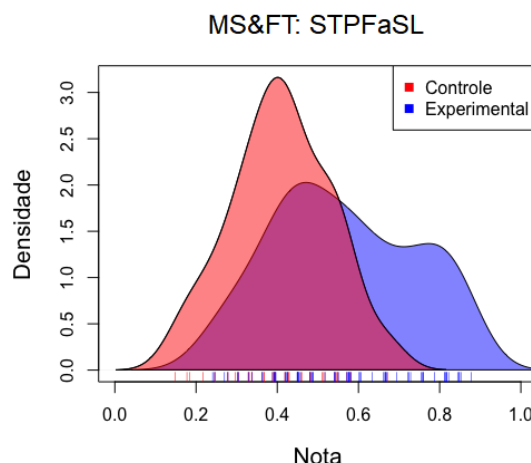


Figura 5.5: Histograma suavizado da distribuição das notas no STPFaSL dos estudantes dos grupos experimental e controle de MS&FT.

A classificação do tamanho do efeito em grande, médio ou pequeno deve ser interpretada com cautela, como enfatizado pelo próprio Cohen. Ela refere-se à facilidade com que se pode distinguir duas distribuições e não reflete necessariamente a importância do efeito. Essa importância depende do contexto da investigação, de outras intervenções com tamanhos de efeito

Diferença	Valor- p	d de Cohen
0,16 [0,10; 0,21]	10^{-6}	1,00 [0,62; 1,38]

Tabela 5.4: Diferença entre as médias ($\langle \text{exp} \rangle - \langle \text{cont} \rangle$), valor- p e d de Cohen na comparação dos resultados no STPaSL dos grupos experimental e de controle de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

semelhantes e até de relações custo/benefício. Em particular, na área educacional tamanhos de efeito grandes não são comuns. Um exemplo está na figura 5.6, que mostra o tamanho do efeito associado à introdução de métodos de aprendizagem ativa em cursos de diferentes áreas [62]. O tamanho de efeito global foi 0,47, um valor “médio” pela classificação de Cohen.

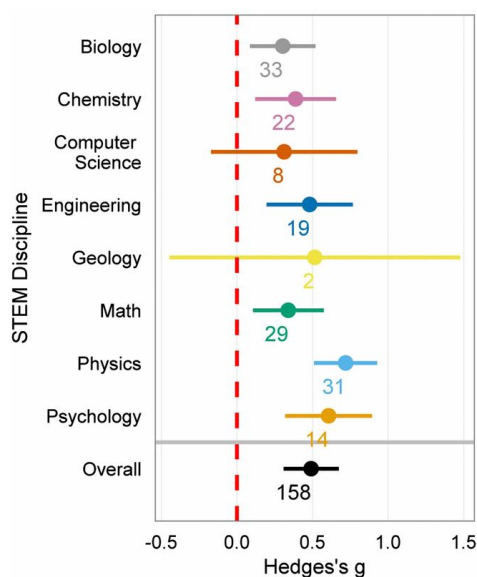


Figura 5.6: Tamanho do efeito associado à introdução de métodos de aprendizagem ativa em diferentes disciplinas. O efeito é medido pelo g de Hedges, essencialmente o d de Cohen corrigido para pequenas amostras. Os números abaixo dos pontos indicam a quantidade de estudos independentes. As linhas horizontais são intervalos de confiança de 95%. Figura original de [62].

Testes conceituais parecem ser mais sensíveis aos efeitos da aprendizagem ativa que os exames regulares dos cursos, como mostrado na figura 5.7.

Quando medido apenas por testes conceituais, o efeito global da aprendizagem ativa aumenta para 0,88, um valor “grande”.² Como utilizamos um teste conceitual, faz mais sentido comparar nosso resultado a esse último valor. De qualquer forma, vemos que o tamanho de efeito que obtivemos, associado à abordagem estatística da segunda lei, é semelhante ao encontrado com a aprendizagem ativa, um tipo de intervenção universalmente considerada como muito eficaz. Ou seja, parece razoável dizer que a nossa proposta teve um efeito grande.

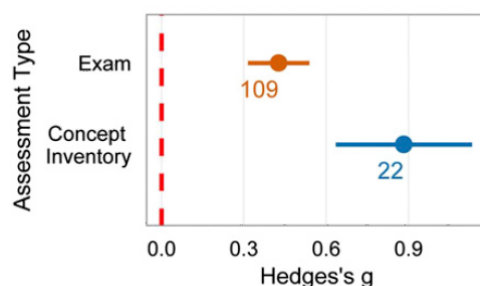


Figura 5.7: Tamanho do efeito associado à aprendizagem ativa. Os dados (globais) são os mesmos da figura 5.6, agrupados segundo a forma de avaliação: exames regulares e testes conceituais. Os números abaixo dos pontos indicam a quantidade de estudos independentes. As linhas horizontais são intervalos de confiança de 95%. Figura original de [62].

Desempenho nas questões de *Lei 2*

O STPFaSL é um teste geral de termodinâmica, de modo que é importante analisar como o efeito da abordagem estatística se manifesta nas questões que envolvem diretamente a segunda lei e o conceito de entropia — o conjunto que denominamos *Lei 2* no capítulo 4. Se a diferença que encontramos entre as notas dos grupos experimental e de controle deve-se realmente à forma de ensinar a segunda lei, essa diferença deve se acentuar nas questões que tratam especificamente do tema. A tabela 5.5 traz as médias nas questões de *Lei 2*

²Dos 22 estudos considerados, 18 são na área de física [62].

dos grupos experimental e de controle. Esses resultados também estão mostrados na figura 5.8. Como no teste completo, o grupo experimental obteve resultado superior ao grupo de controle. Essa diferença é estatisticamente significativa, como é evidente na figura 5.8, com valor- p de 10^{-11} .

Grupo	Média em <i>Lei 2</i>
Controle	0,37 [0,34; 0,40]
Experimental	0,56 [0,51; 0,60]

Tabela 5.5: Médias dos grupos experimental e controle de MS&FT nas questões de *Lei 2* do STPFaSL. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

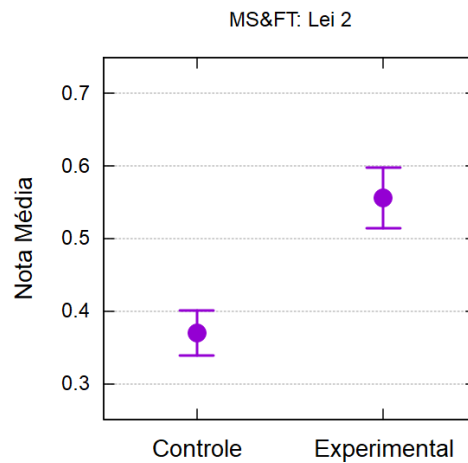


Figura 5.8: Médias dos grupos experimental e de controle de MS&FT em *Lei 2*. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

O mais importante, entretanto, é que a diferença entre os grupos *aumentou* cerca de 20%, como pode ser verificado comparando os resultados da tabela 5.6 (*Lei 2*) aos da tabela 5.4 (teste completo). O tamanho do efeito encontrado nas questões de *Lei 2* foi $d = 1,2 \pm 0,4$, um valor que pode ser considerado grande com boa significância estatística (no teste completo encontramos $d = 1,0 \pm 0,4$, o que não exclui estatisticamente um efeito médio). A importância do efeito é reforçada pela diferença entre as distribuições de notas nos grupos experimental e de controle, mostrada na figura 5.9.

	Diferença	Valor- p	d-Cohen
<i>Lei 2</i>	0,19 [0,13; 0,24]	10^{-11}	1,21 [0,81; 1,60]

Tabela 5.6: Dados em *Lei 2* dos grupos experimental e de controle de MS&FT. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

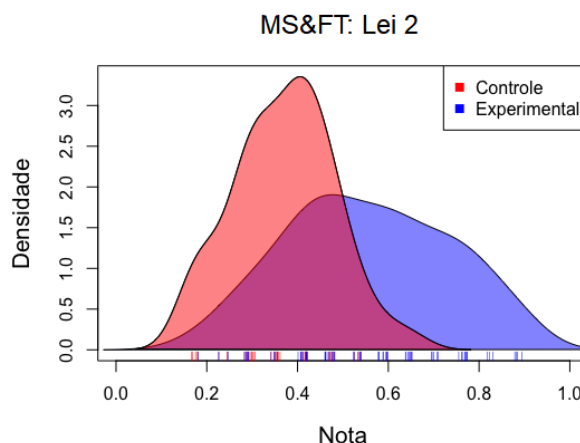


Figura 5.9: Distribuição das notas nas questões de *Lei 2* do STPFaSL dos grupos experimental e de controle de MS&FT.

Um aspecto que deve ser analisado é se o fato de os alunos terem tido professores diferentes — que evidentemente diferem em maior ou menor proporção em suas práticas didáticas — foi responsável pela diferença nos resultados dos testes. Na parte dos cursos referente à segunda lei da termodinâmica, tivemos dois professores, A* e B*, lecionando para o grupo experimental e outros dois professores, C e D, para o grupo de controle (o asterisco indica que o docente adotou a abordagem estatística). O professor A* teve as turmas de 2017-1 e 2018-1 e B* a de 2019-2; C e D referem-se aos professores de 2018-2 e 2019-2, respectivamente. A figura 5.10 apresenta as médias dos alunos de cada professor separadamente. Observamos que não há diferença significativa entre as médias dos alunos dos professores A* e B* (que adotaram a abordagem estatística), nem entre os alunos dos professores C e D (que seguiram a abordagem convencional). Isso indica que a diferença entre os resultados dos alunos nas questões de *Lei 2* está associada à opção pela

abordagem estatística, não ao professor.

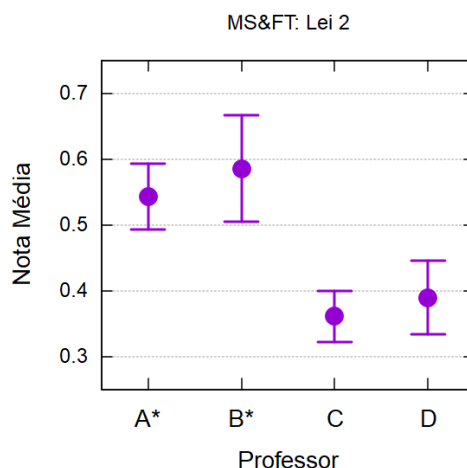


Figura 5.10: Médias em *Lei 2* dos alunos de MS&FT divididos por professor. Os professores A* e B* lecionaram para o grupo experimental e os professores C e D para o grupo de controle. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Desempenho nas questões de *Lei 1*

Quando rotulamos os estudantes em grupo experimental e grupo de controle, levamos em consideração a abordagem utilizada nas aulas de segunda lei da termodinâmica. No ensino dos tópicos que antecederam a segunda lei, o material utilizado por todos os professores foi o mesmo (o *Curso de Física Básica* de Nussenzveig [14]). Logo, era plausível esperar que os desempenhos dos grupos experimental e de controle nas questões de *Lei 1* fossem indistinguíveis estatisticamente. Entretanto, não foi esse o resultado obtido: nas questões de *Lei 1* o grupo experimental obteve uma taxa de acerto sensivelmente maior do que o grupo de controle. A tabela 5.7 e a figura 5.11 mostram as médias dos dois grupos em *Lei 1*. Vemos que a diferença entre as médias é estatisticamente significativa ($p = 10^{-3}$).

Grupo	Média em <i>Lei 1</i>
Controle	0,45 [0,40; 0,50]
Experimental	0,57 [0,52; 0,62]

Tabela 5.7: Médias dos grupos experimental e de controle de MS&FT nas questões de *Lei 1*. Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.

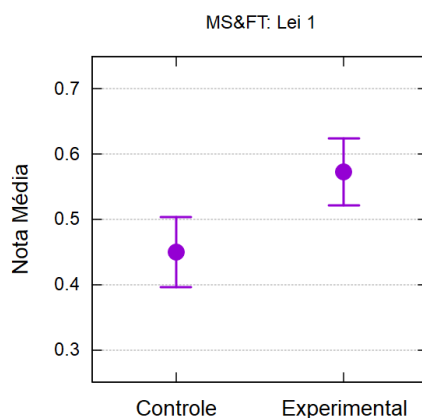


Figura 5.11: Médias dos grupo experimental e de controle de MS&FT em *Lei 1*. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

A diferença entre os grupos em *Lei 1* não foi tão expressiva quanto a encontrada nas questões de *Lei 2*. Isso pode ser visto nos dados da tabela 5.8, comparando-os aos de *Lei 2* que estão na tabela 5.6. O tamanho do efeito, por exemplo, caiu para 0,59, a metade do encontrado em *Lei 2*, como ilustrado na figura 5.12. As distribuições de notas mostradas na figura 5.13 também revelam que a diferença, embora significativa, não é tão pronunciada quanto a vista na figura 5.9 para o caso da *Lei 2*.

	Diferença	Valor- <i>p</i>	d-Cohen
<i>Lei 1</i>	0,12 [0,05; 0,20]	10^{-3}	0,59 [0,22; 0,96]

Tabela 5.8: Dados dos grupos experimental e de controle de MS&FT em *Lei 1*. Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.

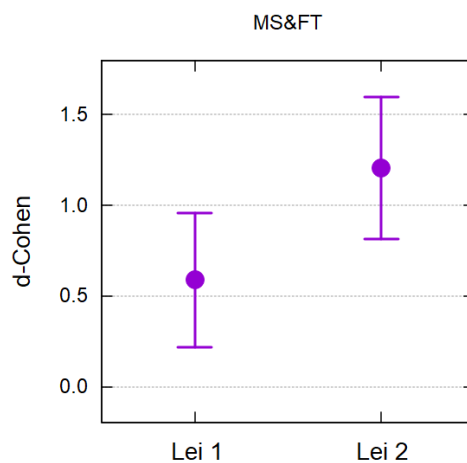


Figura 5.12: Tamanho do efeito da abordagem estatística nas questões de *Lei 1* e *Lei 2* em MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

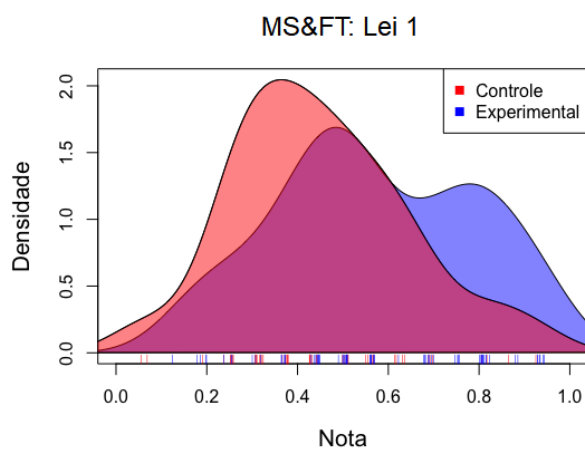


Figura 5.13: Distribuição das notas nas questões de *Lei 1* do STPFaSL dos estudantes dos grupos experimental e de controle de MS&FT.

É importante tentar entender o motivo pelo qual o grupo experimental apresentou rendimento superior ao do grupo de controle nas questões de *Lei 1*, apesar de ambos terem utilizado abordagens semelhantes no estudo

dos temas que antecederam a segunda lei da termodinâmica. Uma possível explicação é a existência de diferenças na prática didática dos professores que ministraram esse conteúdo. A figura 5.14 mostra as médias em *Lei 1* das turmas dos diferentes professores (identificados da mesma forma que na figura 5.10).

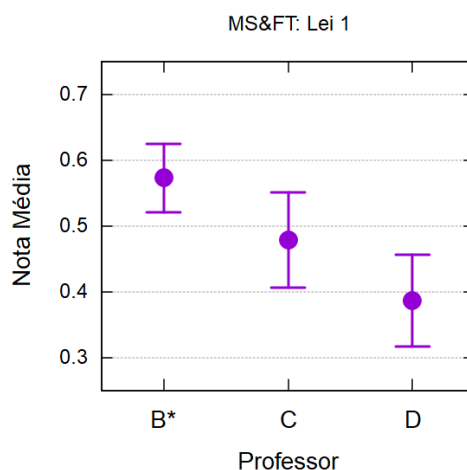


Figura 5.14: Médias em *Lei 1* dos alunos de MS&FT divididos por professor. A professora B* lecionou para o grupo experimental e os professores C e D para o grupo de controle. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

A análise de variância (ANOVA) desses dados mostra que os três grupos na figura 5.14 não têm a mesma média ($p = 0,0025$ para a hipótese nula de médias iguais). Entretanto, a análise de cada par³ mostra que as médias dos professores do grupo de controle, C e D, não são estatisticamente diferentes ($p_{CD} = 0,313$). Por outro lado, a diferença entre a média da professora do grupo experimental, B*, e a de cada docente do grupo de controle é mais significativa ($p_{B^*C} = 0,075$ e $p_{B^*D} = 0,004$). Isso pode ser explicado de duas maneiras:

- (1) a prática pedagógica da professora B* é diferente das adotadas pelos professores C e D, ou

³Feita com o método de Tukey-Kramer, ver [60, p. 235].

- (2) a abordagem estatística da segunda lei levou a uma melhor compreensão de outros temas da termodinâmica⁴.

Embora a hipótese (1) não possa ser descartada, o fato de não ter havido diferença entre os professores B* e A* (ver a figura 5.10), que ensinaram a segunda lei pela abordagem estatística sem adotar práticas pedagógicas idênticas, mostra que a hipótese (2) é uma alternativa que deve ser analisada com atenção. É o que faremos a seguir.

Correlação *Lei 1* – *Lei 2*

Como vimos, a média do grupo experimental nas questões de *Lei 1* é maior que a do grupo de controle, apesar dos grupos terem tido abordagem semelhante nos temas referentes a essas questões. Se o motivo da diferença estiver associado à contribuição que uma melhor compreensão da segunda lei pode dar ao entendimento de outros temas básicos da termodinâmica, então seria de se esperar que a correlação entre os desempenhos em *Lei 1* e *Lei 2* fosse maior no grupo experimental do que no de controle.

Para averiguar isso, analisamos a correlação entre as notas em *Lei 1* e *Lei 2* nos dois grupos. Os resultados estão na figura 5.15. Vemos que a correlação encontrada no grupo experimental é maior que a do grupo de controle, com razoável significância estatística (valor- p igual a 0,059 para a hipótese nula de nenhuma diferença). Em outras palavras, o grupo experimental parece ter estabelecido uma conexão mais intensa entre os temas de *Lei 1* e *Lei 2* que o grupo de controle.

Esse é um resultado importante: a maior correlação mostra que a abordagem estatística da segunda lei pode propiciar uma compreensão mais integrada de diferentes temas da termodinâmica. O aumento da correlação também sugere uma explicação plausível para o rendimento melhor nas questões de *Lei 1* apresentado pelo grupo experimental.

⁴Por exemplo, na abordagem estatística é enfatizado desde o início que a entropia é uma função de estado. É possível que isso leve o aluno a uma compreensão mais apurada sobre a energia interna, que também é função de estado, e sobre calor e trabalho, que não o são.

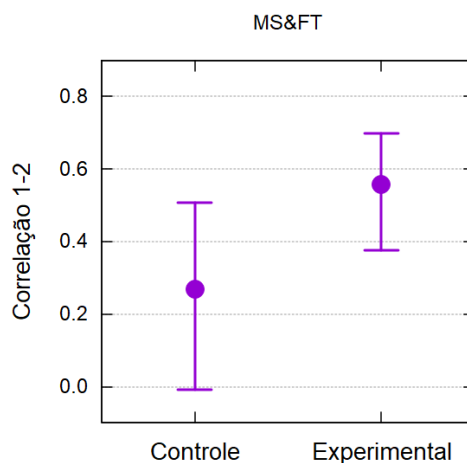


Figura 5.15: Correlação entre as notas em *Lei 1* e *Lei 2* dos grupos experimental e controle de MS&FT. As barras correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Em resumo, os dados apresentados neste capítulo respondem, no contexto de um curso universitário introdutório, a duas de nossas questões de pesquisa:

1. *A abordagem estatística facilita a aprendizagem da segunda lei da termodinâmica?* A resposta, baseada nos resultados de STPFaSL, é sim. O efeito da abordagem é grande e estatisticamente significativo, tornando-se ainda mais acentuado quando apenas as questões de *Lei 2* no teste são examinadas.
2. *Com a abordagem estatística da segunda lei, os alunos compreendem melhor outros tópicos de termodinâmica?* Com base na maior correlação entre as questões de *Lei 1* e *Lei 2* no grupo experimental, a resposta é novamente sim, embora com significância estatística apenas razoável. Essa conclusão também fornece uma explicação plausível para as notas em *Lei 1* do grupo experimental serem superiores à do grupo de controle.

Quanto à nossa terceira questão de pesquisa, *O efeito da abordagem estatística depende do nível de ensino?*, começaremos a respondê-la no próximo capítulo, analisando o ensino médio.

Capítulo 6

Cursos Introdutórios: Ensino Médio

Nossa proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica também foi aplicada no ensino médio. Em 2019, o professor efetivo de duas turmas do CEFET-RJ, *campus* Maracanã, decidiu usar nosso material nas aulas da segunda lei da termodinâmica e aplicar o STPFaSL. Entre os alunos que participaram das aulas e que posteriormente responderam à avaliação, tivemos 32 estudantes. As turmas em questão eram formadas por alunos do 3º ano dos cursos de ensino médio técnico em eletrônica e eletrotécnica. A grade curricular desses cursos possui 4 anos letivos, um a mais do que o ensino médio regular.

Para a aplicação da proposta, o professor da turma utilizou três aulas de 1h30min (tempo similar ao utilizado nas turmas de MS&FT do ensino superior) para trabalhar o conteúdo desde a seta do tempo, passando pela definição estatística de entropia e a definição termodinâmica de temperatura até os enunciados de Clausius e Kelvin e os princípios de Carnot. Diferentemente do ensino superior, a desigualdade de Clausius não foi explorada nessas turmas. Uma aula adicional foi utilizada para discussão de exercícios e dúvidas. A aplicação do teste ocorreu após a prova regular da disciplina, em horário extra-classe.

Como no ensino médio não tivemos grupo de controle, usaremos os dados

dos estudantes de MS&FT da UFRJ que tiveram a abordagem tradicional (o grupo de controle descrito no capítulo 5) para comparar os resultados. Como os estudantes da graduação possuem características evidentemente diferentes de alunos de ensino médio, chamaremos os estudantes da UFRJ, dessa vez, de *grupo de comparação*, para deixar claro que não se trata de um grupo de controle, ou seja, que esses alunos e o grupo experimental do CEFET não são amostras diferentes de uma população inicialmente homogênea. A tabela 6.1 apresenta a médias dos alunos do CEFET no teste e, para facilitar a comparação, repete as informações dos alunos da graduação. Embora os alunos do CEFET tenham obtido uma média maior, os resultados não são estatisticamente distinguíveis ($p = 0,20$). Esses dados podem ser visto com mais clareza na figura 6.1.

Grupo	Nota média
CEFET - Experimental	0,45 [0,40; 0,50]
UFRJ - Comparação	0,41 [0,38; 0,44]

Tabela 6.1: Nota média no STPFaSL dos alunos do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

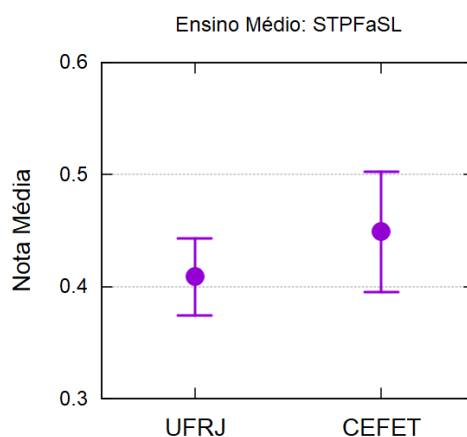


Figura 6.1: Nota média no STPFaSL do grupo de comparação da UFRJ e dos alunos do CEFET. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Entretanto, quando olhamos para as médias nas questões de *Lei 1* e *Lei 2* separadamente, chegamos a um resultado mais revelador. A tabela 6.2 apresenta a comparação entre os alunos do CEFET e da UFRJ nessas questões. Em *Lei 1*, as médias dos dois grupos são similares ($p = 0,80$), como ilustrado na figura 6.2(a). Por outro lado, em *Lei 2*, a média dos alunos do CEFET é significativamente superior à do grupo de comparação ($p = 0,006$), como pode ser visto com clareza na figura 6.2(b).

	CEFET - Exp.	UFRJ - Comp.	Diferença
<i>Lei 1</i>	0,43 [0,38; 0,50]	0,45 [0,40; 0,50]	-0,01 [-0,09; 0,07]
<i>Lei 2</i>	0,46 [0,40; 0,51]	0,37 [0,34; 0,40]	0,09 [0,03; 0,15]

Tabela 6.2: Nota média em *Lei 1* e *Lei 2* dos alunos do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. Na terceira coluna estão as diferenças entre os dois grupos de alunos. Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.

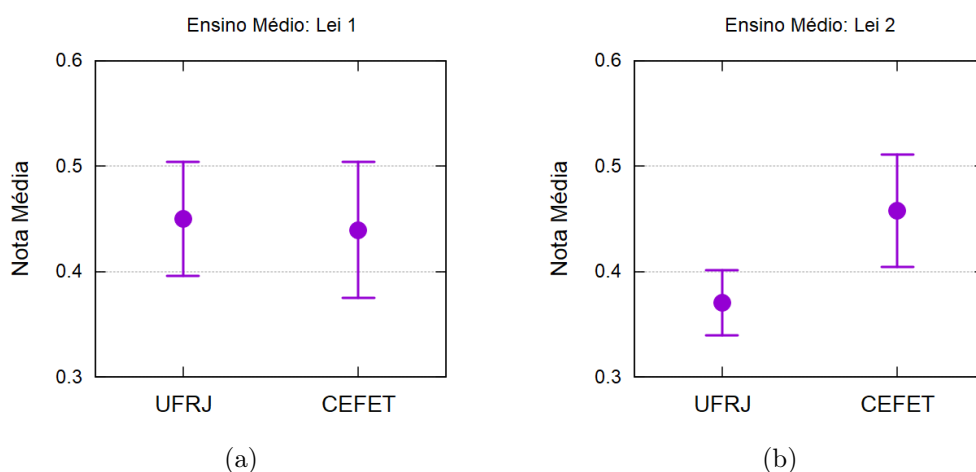


Figura 6.2: Nota média do grupo de comparação da UFRJ e dos alunos do CEFET nas questões de (a) *Lei 1* e (b) *Lei 2* do STPFaSL. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Como estamos comparando alunos do ensino médio com alunos do ensino superior, não avaliamos o tamanho do efeito (d de Cohen), pois as diferenças entre os dois grupos vão muito além da abordagem da segunda lei. Por exemplo, alunos universitários são majoritariamente mais velhos e já tiveram uma

formação mais extensa em física e matemática. O d de Cohen não mediria apenas o efeito da abordagem da segunda lei, mas também o de um conjunto de variáveis difíceis de identificar e analisar. Algumas dessas variáveis, como a vivência acadêmica, provavelmente contribuiriam para que as notas dos alunos da UFRJ fossem até maiores que as dos alunos do CEFET. Porém, não foi isso que observamos.

Mesmo com as limitações da análise, entendemos que os alunos do CEFET se beneficiaram da abordagem estatística da segunda lei. Afinal, o desempenho desses estudantes em *Lei 1* foi compatível com o do grupo de comparação, composto por alunos universitários, e, nas questões de *Lei 2*, foi claramente superior.

Assim como fizemos no capítulo 5, aqui também analisamos a correlação entre as notas dos alunos em *Lei 1* e *Lei 2*. A figura 6.3 mostra esse dado para os alunos do CEFET e para o grupo de comparação.

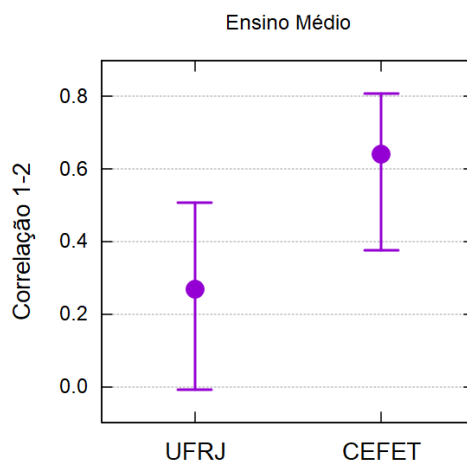


Figura 6.3: Correlação entre as notas em *Lei 1* e *Lei 2* dos alunos do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

A diferença de correlação observada na figura 6.3 possui significância estatística razoável, com valor- p igual a 0,040 para a hipótese nula de nenhuma diferença. Assim como no caso de MS&FT examinado no capítulo 5, o grupo

experimental estabeleceu uma correlação mais intensa entre os temas de *Lei 1* e *Lei 2* que o outro grupo. Isso reforça a ideia de que a abordagem estatística favorece a conexão entre a segunda lei e outros temas básicos da termodinâmica.

Uma Experiência Preliminar

Inicialmente, acreditávamos que em turmas do ensino médio não obteríamos dados informativos com o STPFaSL, um teste desenvolvido para o ensino superior. Os resultados de pré-testes aplicados por Brown [53] a alunos de cursos introdutórios de graduação pareciam justificar essa expectativa, pois neles a nota média ficou próxima à que seria obtida com respostas aleatórias. Porém, uma experiência em 2018 com alunos do CEFET (um ano antes do relatado acima) nos fez mudar de opinião.

Em 2018, aplicamos nossa proposta em duas turmas de ensino técnico do CEFET totalizando um grupo com 46 estudantes. Na ocasião, o professor efetivo da turma já havia introduzido os conceitos de macroestado, microestado e entropia estatística, a formulação entrópica da segunda lei e temas básicos como temperatura, calor, trabalho e a primeira lei da termodinâmica. Ele cedeu, então, duas aulas de 1h30min para trabalharmos desde a definição termodinâmica de temperatura até o estudo das máquinas térmicas, passando pelos enunciados de Clausius e Kelvin e chegando aos teoremas de Carnot.

Como mencionamos, acreditávamos que os alunos ainda eram imaturos para responderem ao STPFaSL completo. Por isso, não o aplicamos. Como alternativa, separamos algumas poucas questões que julgamos adequadas para esse nível de ensino: q5, Q7, Q11, Q12, Q13 e Q33 (destas, apenas a q5 é de *Lei 1*, todas as outras são de *Lei 2*).

O resultado obtido nos surpreendeu positivamente quando comparamos os alunos do CEFET (2018) aos da UFRJ. A tabela 6.3 apresenta a taxa de acertos dos alunos do grupo de comparação (MS&FT-UFRJ) e os alunos do CEFET (2018) nas questões selecionadas. Os resultados do CEFET são claramente superiores aos da UFRJ. Esse resultado nos fez reavaliar, jun-

tamente com o professor do CEFET, a possibilidade de aplicar o STPFaSL completo a alunos do ensino médio. Em 2019, isso levou ao curso e resultados relatados no início deste capítulo¹.

Curso	Média
UFRJ - Comparação	0,49 [0,44; 0,55]
CEFET - Experimental (2018)	0,71 [0,65; 0,77]

Tabela 6.3: Desempenho dos alunos de MS&FT (grupo de comparação) e do CEFET (ano 2018) em 6 questões selecionadas do STPFaSL.

Em conclusão, no que diz respeito ao ensino médio, os resultados deste capítulo respondem positivamente à mais uma de nossas questões de pesquisa: *Os efeitos da abordagem estatística são sentidos em diferentes níveis de ensino?* Apesar de não dispormos de um grupo de controle, encontramos evidências (talvez surpreendentes) de que a abordagem estatística não apenas é viável no ensino médio, mas produz resultados até melhores que os obtidos da maneira tradicional em alunos do ensino superior. No próximo capítulo retornaremos a essa mesma pergunta, analisando o caso de cursos avançados.

¹A média dos alunos de 2019 nas 6 questões selecionadas foi $0,66 \pm 0,08$, também superior à da UFRJ.

Capítulo 7

Cursos Avançados: Graduação e Pós-Graduação

Além de cursos introdutórios, também aplicamos nossa proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica a turmas mais avançadas, dos anos finais da graduação (Licenciatura em Física) e da pós-graduação (Mestrado em Ensino de Física) da UFRJ. Neste capítulo, vamos discutir as características dessas turmas e os resultados obtidos com o STPFaSL.

7.1 Turmas Avançadas da Graduação

Na Licenciatura em Física da UFRJ, *Introdução à Termodinâmica* é uma disciplina do 8º período na qual, entre outros conteúdos da termodinâmica, a segunda lei é explorada. Tipicamente, as turmas dessa disciplina possuem poucos alunos (menos de 10), que já cursaram Mecânica do Sistema e Física Térmica ou disciplina equivalente. Como os alunos de Introdução à Termodinâmica já tiveram contato com os temas tratados no STPFaSL, aplicamos o teste tanto antes quanto após a instrução nas turmas que participaram desta investigação.

A abordagem estatística da segunda lei foi aplicada em duas turmas de Introdução à Termodinâmica (2018-2 e 2019-1). Na primeira aplicação, utilizamos quatro aulas de 1h40min após o professor da turma cumprir o conteúdo

inicial do curso até a primeira lei da termodinâmica. A aplicação seguinte foi similar à primeira, mas o próprio professor da turma utilizou o material que desenvolvemos. Vale destacar que os professores da turma de 2018-2 e 2019-1 foram diferentes. Somando as duas turmas, 15 alunos responderam ao pré e pós-teste. Eles formam o *grupo experimental* nesse nível de ensino.

Uma terceira turma (2019-2) foi utilizada como *grupo de controle*. Nessa turma, em que o professor seguiu a abordagem tradicional da segunda lei, 6 alunos fizeram pré e pós-teste. O professor da turma de 2019-2 foi o mesmo da turma de 2019-1.

A tabela 7.1 apresenta as notas médias nas aplicações de pré e pós-teste, juntamente com a diferença (δ) entre essas notas. A figura 7.1 auxilia a interpretar os resultados.

	Nota média (pré)	Nota média (pós)	δ (pós-pré)
Experimental	0,48 [0,38; 0,57]	0,80 [0,76; 0,85]	0,33 [0,24; 0,41]
Controle	0,38 [0,25; 0,51]	0,68 [0,54; 0,82]	0,30 [0,20; 0,41]

Tabela 7.1: Nota média no STPFaSL (pré e pós-teste) dos grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica, com as respectivas diferenças pós-pré. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

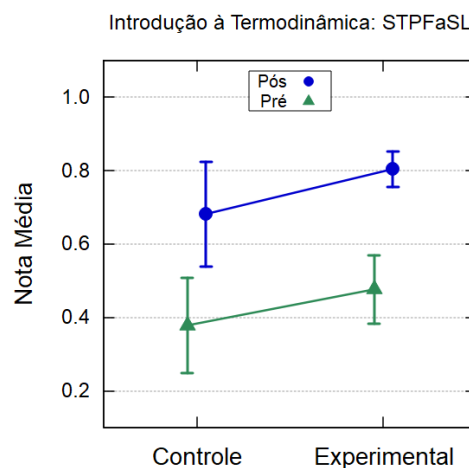


Figura 7.1: Nota média no STPFaSL (pré e pós-teste) para os grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Vemos que, como seria de esperar após um período de instrução, as notas médias no pós-teste são maiores que no pré-teste, tanto para o grupo experimental quanto para o de controle. Quando analisamos a evolução na disciplina, entretanto, vemos que a diferença pós-pré é muito similar para ambos os grupos, como mostra a figura 7.2.

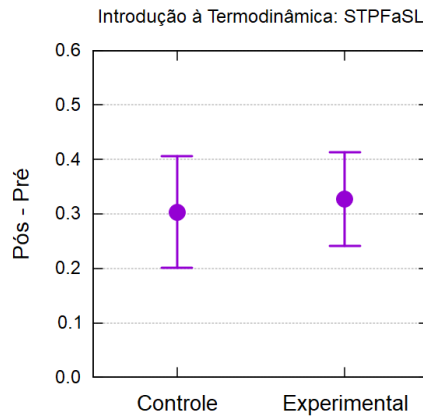


Figura 7.2: Diferença pós-pré para os grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.

Podemos comparar quantitativamente a evolução entre o pré e o pós-teste dos grupos experimental e de controle analisando $\delta_{\text{exp}} - \delta_{\text{cont}}$, uma medida de como a diferença nas abordagens da segunda lei afetou o aproveitamento dos estudantes no teste. Essa quantidade nos permite também determinar o tamanho do efeito (d de Cohen) da abordagem estatística em relação à tradicional. A tabela 7.2 traz esses dados. Nela vemos que δ_{exp} é estatisticamente indistinguível de δ_{cont} e que o tamanho do efeito é pequeno, compatível com zero. Ao contrário dos cursos introdutórios, não encontramos evidências de que a abordagem estatística tenha tido um efeito relevante neste caso.

$\delta_{\text{exp}} - \delta_{\text{cont}}$	Valor- p	d-Cohen
0,02 [-0,10; 0,15]	0,67	0,17 [-0,84; 1,18]

Tabela 7.2: Comparação dos grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica nas aplicações do STPFaSL. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

Também podemos comparar os resultados dos estudantes nas questões de *Lei 1* e *Lei 2* separadamente. A tabela 7.3 reúne os dados dos grupos experimental e de controle. As médias em *Lei 1* e *Lei 2* dos dois grupos no pré e pós-teste podem ser vistas na figura 7.3.

		Média (pré)	Média (pós)	δ (pós-pré)	d-Cohen
<i>Lei 1</i>	Exp	0,53 [0,43; 0,65]	0,86 [0,79; 0,93]	0,33 [0,22; 0,43]	-0,05 [-1,06; 0,97]
	Cont	0,41 [0,19; 0,63]	0,74 [0,59; 0,89]	0,33 [0,15; 0,51]	
<i>Lei 2</i>	Exp	0,42 [0,33; 0,52]	0,75 [0,72; 0,79]	0,33 [0,23; 0,43]	0,30 [-0,72; 1,31]
	Cont	0,35 [0,24; 0,46]	0,63 [0,46; 0,80]	0,28 [0,06; 0,49]	

Tabela 7.3: Dados dos grupos experimental e de controle de Introdução à Termodinâmica nas questões de *Lei 1* e *Lei 2* (pré e pós-teste). Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.

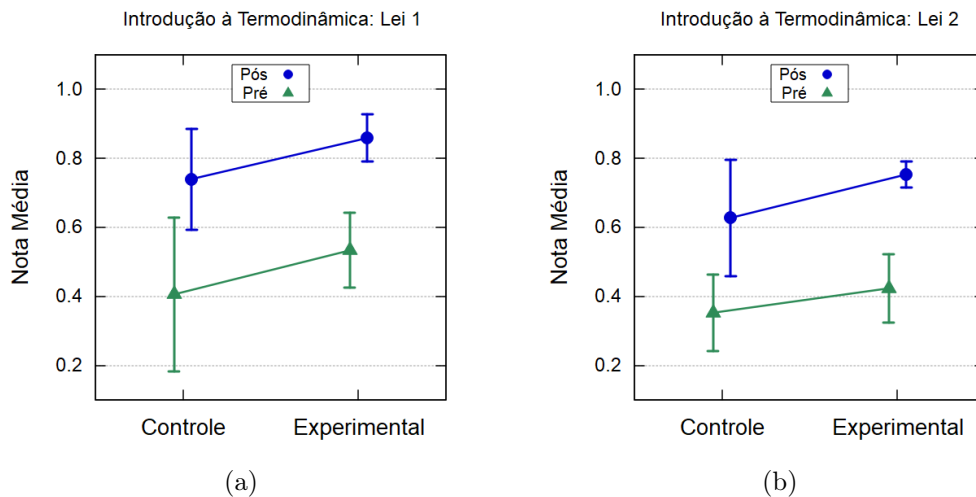


Figura 7.3: Médias nas questões de (a) *Lei 1* e (b) *Lei 2* para os grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica (pré e pós-teste). As barras de erro representam um intervalo de confiança de 95%.

Como queremos avaliar a evolução no curso, comparamos as diferenças entre as notas de pós e pré-teste em *Lei 1* e *Lei 2* e o o respectivo d de Cohen. As diferenças pós-pré podem ser vistas na figura 7.4. Tanto em *Lei 1* quanto em *Lei 2*, as diferenças pós-pré não são estatisticamente significativas (o valor- p é 0,92 e 0,58, respectivamente). Da mesma forma, o tamanho do

efeito nas questões de *Lei 1* e *Lei 2* é compatível com zero (com enormes barras de erro), como ilustrado na figura 7.5.

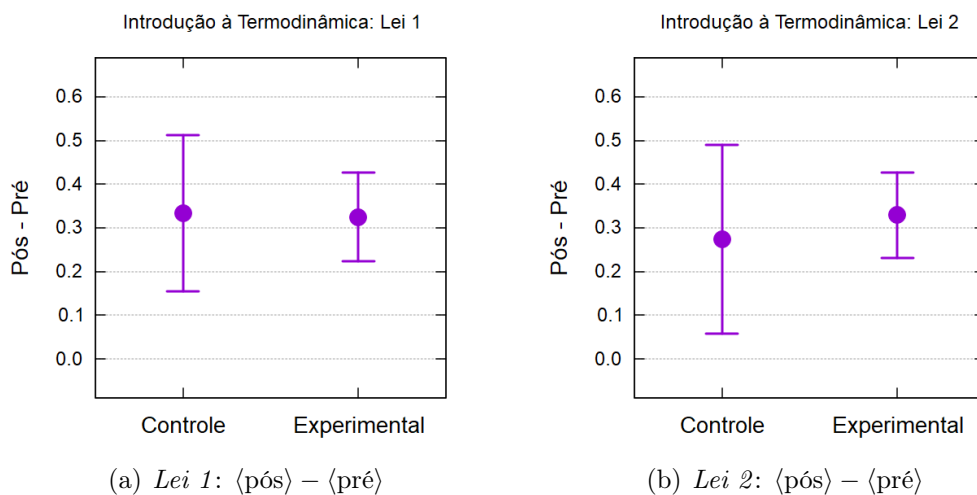


Figura 7.4: Diferença pós-pré nas questões de *Lei 1* e *Lei 2* para os grupos experimental e de controle de Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

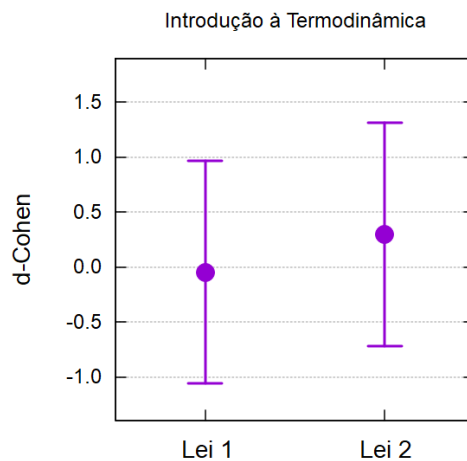


Figura 7.5: Tamanho do efeito em *Lei 1* e *Lei 2* da abordagem estatística em Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Infelizmente, o pequeno número de alunos impede que se compare com precisão aceitável a correlação entre *Lei 1* e *Lei 2* nos grupos de controle e experimental, como se nota na figura 7.6. A incerteza no resultado do grupo de controle, com apenas 6 alunos, é tão grande que nada se pode afirmar sobre essa correlação (nem mesmo o sinal!). A correlação no grupo experimental deve ser positiva, mas sua magnitude é muito incerta.

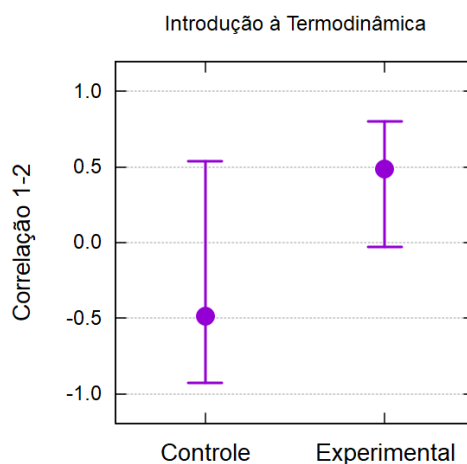


Figura 7.6: Correlação entre as diferenças pós-pré em *Lei 1* e *Lei 2* do grupo experimental e de controle de Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%

Assim como em MS&FT, as turmas de Introdução à Termodinâmica também tiveram professores diferentes. Identificamos os três docentes da disciplina como A*, D* e E*/E, onde o asterisco indica que eles lecionaram para turmas do grupo experimental. O professor E lecionou para os dois grupos, em anos diferentes e o professor D* do grupo experimental (responsável pela parte inicial do curso) é o mesmo D que lecionou para o grupo de controle de MS&FT. A figura 7.7 apresenta os resultados das turmas desses professores nas questões de *Lei 1* e *Lei 2* do STPFaSL. É fácil ver que não há diferenças estatisticamente significativas entre os resultados em nenhum dos dois casos — o teste de ANOVA relativo aos professores nos conjuntos de *Lei 1* e *Lei 2* resultou nos valores- p 0,83 e 0,26, respectivamente, para a hipótese nula de

nenhuma diferença. Os resultados indicam que a escolha do professor não influenciou apreciavelmente o rendimento dessas turmas no STPFaSL. Eles também reforçam a sugestão feita no capítulo 5, de que a diferença entre os resultados dos grupos experimental e de controle em *Lei 1* não deveria ser atribuída a práticas docentes distintas, e sim ao efeito da abordagem estatística sobre temas que não a segunda lei.

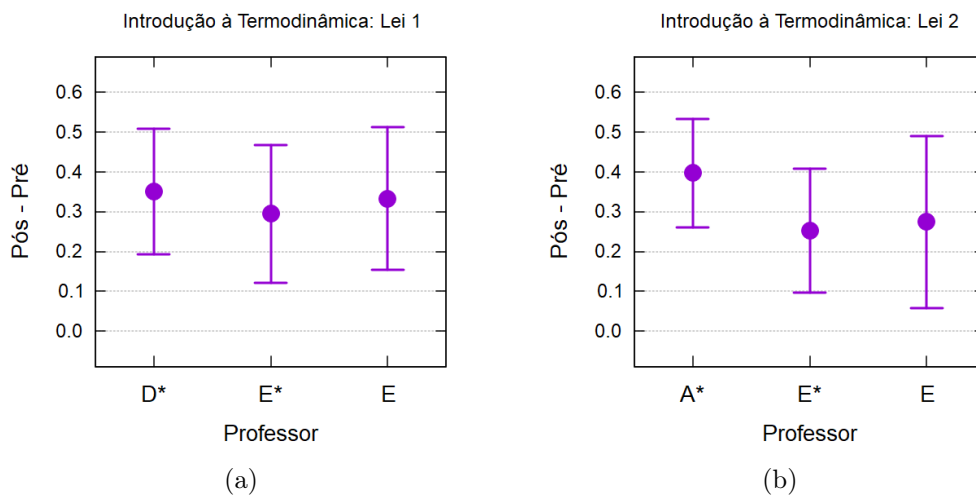


Figura 7.7: Diferença pós-pré nas questões de (a) *Lei 1* e (b) *Lei 2* para as turmas de cada professor de Introdução a Termodinâmica. O asterisco indica os professores que lecionaram para o grupo experimental. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Os grupos experimental e de controle possuíam poucos estudantes. Uma amostra maior poderia nos levar a conclusões diferentes. Entretanto, o que temos a partir dos dados disponíveis é que não há evidência estatística de que a diferença na abordagem da segunda lei afete o aumento da nota das turmas entre o pré e o pós-teste. Tanto na abordagem tradicional quanto na nossa proposta, notamos melhoras estatisticamente equivalentes nos resultados dos alunos. Esse resultado parece indicar (com a cautela necessária a uma amostra tão pequena) que para alunos de cursos avançados a abordagem da segunda lei tem influência nula ou bem menor que para alunos de cursos introdutórios.

7.2 Turmas da Pós-graduação

Na pós-graduação da UFRJ, *Termodinâmica* é uma disciplina optativa do Mestrado Profissional em Ensino de Física (MPEF). Aplicamos a nossa proposta de ensino da segunda lei em três turmas dessa disciplina (2017-2, 2019-2 e 2022-2), as duas primeiras em curso presencial e a terceira em regime remoto. Apesar das especificidades do ensino a distância, a aplicação do teste foi feita em uma situação controlada e o resultado foi estatisticamente indistinguível em relação ao encontrado no regime presencial, como mostramos em [63]. Ao todo, 28 alunos responderam ao STPFaSL antes e depois da instrução (pré e pós-teste). Nesse nível de ensino, não tivemos grupo de controle. Assim, não pudemos comparar a abordagem estatística da segunda lei com a tradicional para alunos da pós-graduação. Apresentaremos aqui os dados obtidos nas aplicações do teste completo e nas questões de *Lei 1* e *Lei 2*, por considerarmos que eles podem ser úteis em futuros estudos sobre o ensino de termodinâmica.

A tabela 7.4 traz os dados de aplicação do STPFaSL completo como pré e pós-teste às turmas de Termodinâmica. A média no pós-teste é maior que no pré-teste, um resultado esperado, dado que houve instrução entre as duas aplicações. As médias no pré e pós-teste estão representadas graficamente na figura 7.8.

Média (pré)	Média (pós)	δ (pós-pré)
0,59 [0,52; 0,66]	0,80 [0,75; 0,86]	0,21 [0,17; 0,26]

Tabela 7.4: Média no pré e pós-teste das turmas de Termodinâmica. Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.

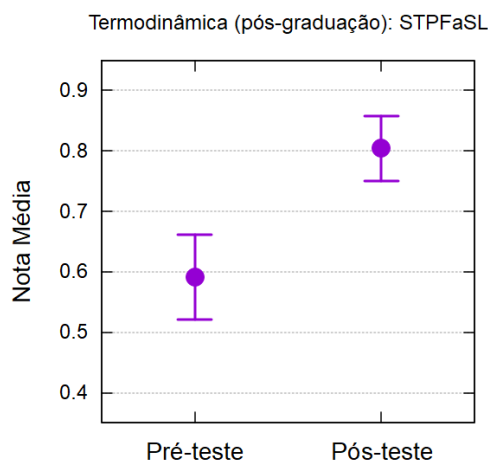


Figura 7.8: Média no pós e pré-teste das turmas de Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança 95%.

Os resultados nas questões de *Lei 1* e *Lei 2* estão na tabela 7.5. Como esperado, após a instrução a média dos alunos melhorou nos dois conjuntos de questões. É interessante notar que a diferença δ entre as médias foi bem maior nas questões de *Lei 2* que nas de *Lei 1*. A figura 7.9 mostra as notas no pré e pós-teste para os dois conjuntos de questões. Pode-se ver claramente que a diferença pós-pré é maior em *Lei 2* que em *Lei 1*.

	Média (pré)	Média (pós)	δ (pós-pré)
<i>Lei 1</i>	0,69 [0,60; 0,78]	0,85 [0,79; 0,91]	0,16 [0,10; 0,22]
<i>Lei 2</i>	0,50 [0,42; 0,57]	0,76 [0,70; 0,82]	0,27 [0,20; 0,33]

Tabela 7.5: Média das turmas de Termodinâmica nas questões de *Lei 1* e *Lei 2*. Os intervalos correspondem ao nível de confiança de 95%.

A diferença pós-pré está mostrada na figura 7.10. É uma diferença estatisticamente significativa e é tentador atribuí-la, pelo menos em parte, à nossa abordagem da segunda lei. Entretanto, isso pode não ser verdade por uma série de motivos. Por exemplo, os alunos possuíam uma margem maior para aumentar a taxa de acerto nas questões de *Lei 2*, uma vez que essa estava mais distante de 100% que a taxa em *Lei 1*. Em outras palavras, ao entrar no curso os alunos já “sabiam” mais sobre a primeira lei e temas correlatos que sobre a segunda lei. De qualquer forma, para realizar uma avaliação con-

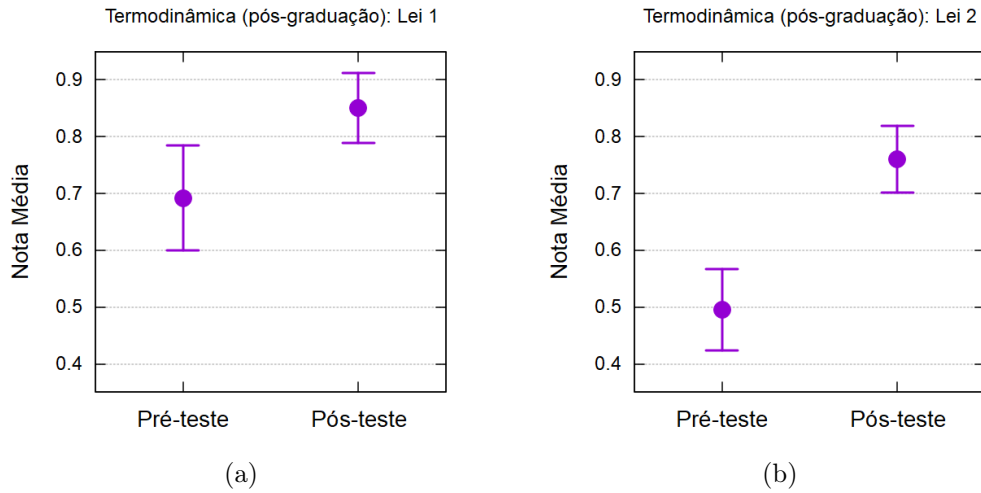


Figura 7.9: Média das turmas de Termodinâmica em (a) *Lei 1* e (b) *Lei 2*. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

fiável do efeito da abordagem estatística nos alunos de pós-graduação seria necessário ter, no mínimo, um grupo de controle.

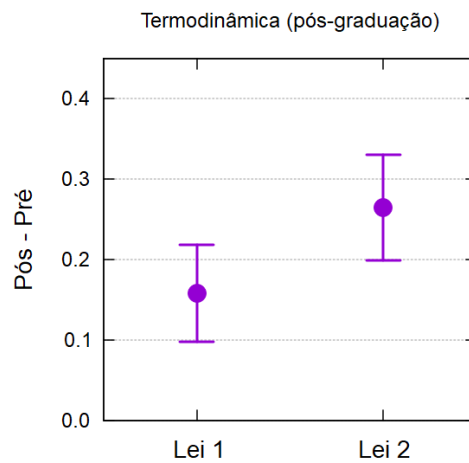


Figura 7.10: Diferença pós-pré em *Lei 1* e *Lei 2* para os alunos de Termodinâmica. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Nós também calculamos a correlação entre os ganhos pós-pré em *Lei 1* e *Lei 2*. Encontramos o valor $0,1 \pm 0,4$ para o coeficiente de correlação, um

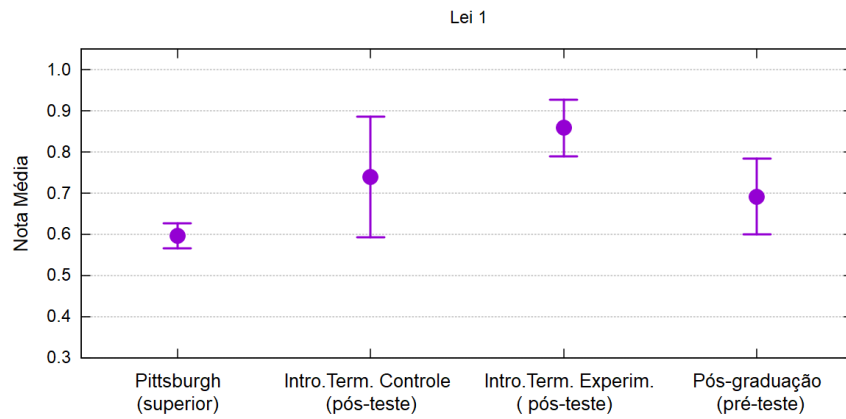
resultado pouco informativo dada a magnitude da incerteza.

Finalmente, os resultados deste capítulo nos permitem ampliar a resposta já dada no capítulo 6 à questão de pesquisa *Os efeitos da abordagem estatística são sentidos em diferentes níveis de ensino?* Para os alunos avançados da graduação, vimos que esse efeito cai muito em relação ao encontrado com alunos de nível introdutório, discutidos nos capítulos 5 e 6. Entretanto, os resultados dos alunos dos anos finais da graduação possuem incerteza estatística muito grande. O principal motivo é o número pequeno de estudantes nas turmas envolvidas na pesquisa, tanto no grupo experimental quanto no grupo de controle. Para os alunos da pós-graduação, não foi possível avaliar o efeito da abordagem da segunda lei devido à ausência de um grupo para comparação.

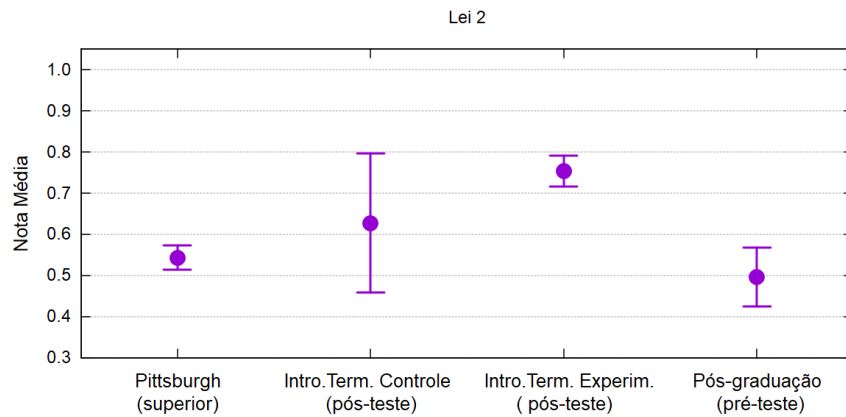
7.3 Comparação com Dados da Universidade de Pittsburgh

Na Universidade de Pittsburgh, o STPFaSL foi aplicado a alunos da graduação que já haviam concluído uma disciplina avançada de termodinâmica e a alunos recém-ingressos na pós-graduação. Brown [53] classifica esses alunos no que ele chama de nível superior (*upper level*). Para fazer uma comparação desse grupo com os alunos da UFRJ, consideramos dentre os últimos aqueles que concluíam o curso de Introdução à Termodinâmica nos anos finais da graduação (pós-teste) e os alunos que ingressaram na pós-graduação, antes de cursarem Termodinâmica (pré-teste).

Na figura 7.11 estão as médias de todos esses grupos nas questões de *Lei 1* e *Lei 2*.



(a)



(b)

Figura 7.11: Médias em (a) *Lei 1* e (b) *Lei 2* dos alunos do grupo de nível superior (*upper level*) da Universidade de Pittsburgh, do pós-teste dos grupos de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica, e do pré-teste dos estudantes da pós-graduação da UFRJ. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

Alguns aspectos interessantes desses resultados podem ser mencionados:

- A média do grupo experimental de Introdução à Termodinâmica foi superior à dos alunos de Pittsburgh, tanto em *Lei 1* quanto em *Lei 2*. Esse resultado, claro, é animador, mas deve ser notado que os alunos desse grupo responderam ao teste logo ao final do curso, algo que não necessariamente ocorreu com os alunos de Pittsburgh.

- Para alunos do grupo de controle de Introdução à Termodinâmica, as diferenças em relação ao grupo de Pittsburgh não são estatisticamente significativas, tanto em *Lei 1* quanto em *Lei 2*.
- Os alunos da pós-graduação da UFRJ, antes de cursarem a disciplina Termodinâmica, tem um perfil bastante semelhante ao do grupo de Pittsburgh. Tanto nas questões de *Lei 1* quanto nas de *Lei 2*, esses pós-graduandos da UFRJ não apresentaram diferenças estatisticamente significativas em relação ao grupo de Pittsburgh.

Capítulo 8

Análise Fatorial do STPFaSL

Nos últimos três capítulos, discutimos os resultados de aplicações do teste conceitual sobre termodinâmica (o STPFaSL) em turmas de diferentes níveis de ensino. A análise dos dados foi baseada essencialmente na taxa de acerto dos estudantes nas questões que envolvem entropia e segunda lei (*Lei 2*) e na taxa de acerto nas questões que não envolvem esses temas (que classificamos de maneira genérica como *Lei 1*). A seleção das questões que exploram ou não a segunda lei e o conceito de entropia foi feita a partir da descrição dos temas relacionados direta ou indiretamente a cada questão, dada pelo autor do teste e apresentada na tabela 4.1. Entretanto, a importância relativa dos temas para a solução da questão não é considerada nessa descrição. Uma questão pode envolver a segunda lei, por exemplo, apenas como um distrator não essencial para sua solução. Além disso, uma questão classificada por um especialista como sendo sobre a segunda lei não é necessariamente percebida dessa forma pelos estudantes. Eventualmente, o que faz um aluno acertar ou errar uma questão que envolve a segunda lei pode ser outro tema.

A análise fatorial é uma ferramenta estatística que permite avaliar a extensão dessa ambiguidade, agrupando questões em torno de temas comuns e consistentes com as respostas dos alunos. Neste capítulo, usaremos a análise fatorial para examinar a validade da divisão em *Lei 1* – *Lei 2* que temos utilizado até agora. Com isso, buscamos uma classificação que considere a subjetividade inerente à identificação pelos alunos dos temas mais relevantes

em cada questão. A seguir, descreveremos de forma sucinta a técnica de análise fatorial que adotamos, a *análise de componentes principais* (PCA, da sigla em inglês) e, posteriormente, discutiremos sua aplicação aos resultados que obtivemos com o STPFaSL.

8.1 A Análise de Componentes Principais

A análise fatorial é uma técnica estatística geralmente utilizada para analisar inter-relações em um grande número de variáveis e explicar essas variáveis em termos de (poucas) dimensões subjacentes comuns [64]. A *análise de componentes principais* (PCA) é um tipo de análise fatorial. Segundo Everitt e Hothorn [65, p. 61], a PCA é

“uma técnica multivariada com o objetivo central de reduzir a dimensionalidade de um conjunto de dados multivariados mantendo o máximo possível da variação original presente no conjunto de dados. Este objetivo é alcançado pela transformação em um novo conjunto de variáveis, as componentes principais, que são combinações lineares das variáveis originais, não correlacionadas e ordenadas de forma que as primeiras sejam responsáveis pela maior parte da variação em todas as variáveis originais.”

Na nossa pesquisa, utilizamos um teste, o STPFaSL, com 33 questões. Com as aplicações do teste obtivemos, então, um conjunto de dados (as respostas dos alunos) com 33 variáveis (as questões do teste). Na PCA, a primeira componente principal do teste, y_1 , é escrita como

$$y_1 = a_{11}Q_1 + a_{12}Q_2 + \cdots + a_{1,33}Q_{33}, \quad (8.1)$$

onde Q_i representa o i -ésimo item (questão) do teste e os coeficientes a_{11} , a_{12} , $\dots$, $a_{1,33}$ são as chamadas *cargas* (ou pesos) dos itens nessa componente. Analogamente, a segunda componente principal, y_2 , é dada por

$$y_2 = a_{21}Q_1 + a_{22}Q_2 + \cdots + a_{2,33}Q_{33} \quad (8.2)$$

e assim sucessivamente para as demais componentes principais. As cargas a_{ij} são normalizadas padronizando-se as variáveis y_i e Q_j , ou seja, impondo que essas tenham média nula e variância unitária.

As cargas da primeira componente principal são determinadas pela PCA de modo que a variância dos dados ao longo dessa componente seja a maior possível. A segunda componente principal é determinada repetindo-se essa maximização, porém restringindo-a ao espaço ortogonal à primeira componente. As componentes seguintes são obtidas aplicando-se sucessivamente esse processo. As maximizações são realizadas pela PCA através do cálculo dos autovalores e autovetores da matriz de correlação dos dados. Mais detalhes podem ser encontrados nas referências [65, 66].

Uma visão geométrica da PCA pode ser obtida imaginando-se uma coleta de dados com apenas duas questões. Embora não seja muito interessante para uma análise de componentes principais, esse é um caso esclarecedor. A figura 8.1(a) apresenta essa situação hipotética. Nela, a nota de cada aluno é representada por um ponto de coordenadas (Q_1, Q_2) no plano cartesiano determinado pelas duas questões. No gráfico da figura 8.1(b) são acrescentados os eixos correspondentes às componentes principais. Vemos que a PCA corresponde essencialmente a uma rotação de eixos de modo que a máxima variação dos dados ocorra ao longo da primeira componente principal (o eixo maior da figura 8.1(b)). Em duas dimensões, como na figura 8.1, há apenas um eixo a mais, que fica automaticamente determinado pela ortogonalidade. Em três dimensões, a segunda componente seria determinada pela maximização da variância residual no plano ortogonal ao primeiro eixo, e a terceira pela ortogonalidade aos dois eixos já encontrados. Com mais dimensões o procedimento é facilmente generalizado.

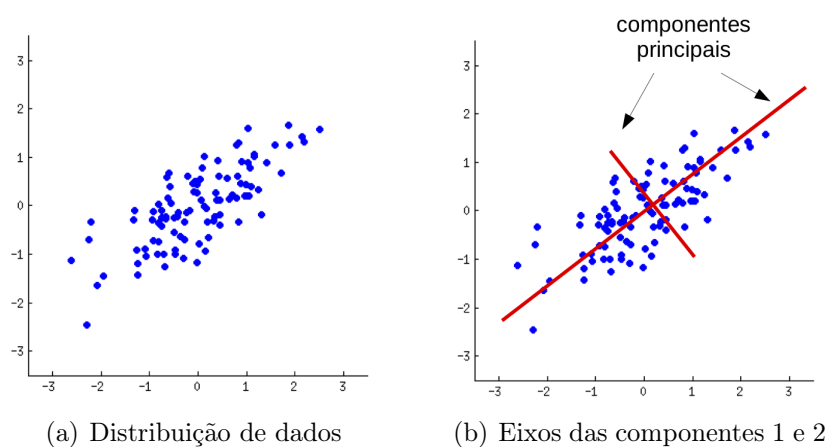


Figura 8.1: Ilustração da PCA em um teste de duas questões. Em (a) temos a distribuição original de dados e em (b) s eixos correspondentes às componentes principais também são mostradas.

Ding e Beichner [58] apresentam o resultado de uma análise de componentes principais para 8 questões selecionadas de um teste de mecânica, o MIET¹, respondido por 389 estudantes. Para a matriz de correlação (8×8) dessas questões, a PCA calcula os oito autovalores e os correspondentes autovetores. A figura 8.2 mostra o gráfico dos autovalores em função do número da componente principal. Um gráfico desse tipo costuma ser chamado de *scree plot*.

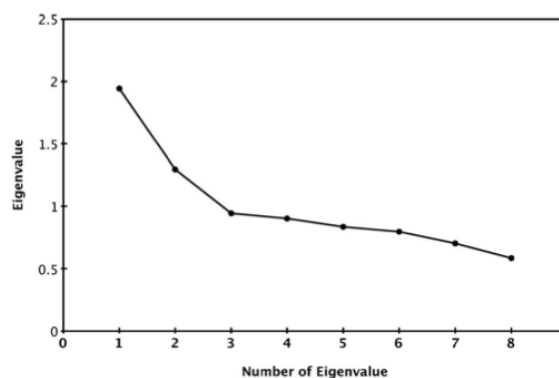


Figura 8.2: O *scree plot* para a PCA de 8 itens do MIET [58].

¹Matter & Interactions Energy Test

Os autovalores na figura 8.2 indicam a variância associada a cada componente principal. Note-se que eles decrescem rapidamente nas primeiras componentes. Ding e Beichner [58] sugerem que, para esse exemplo, as duas primeiras componentes principais podem ser suficientes para explicar uma fração significativa da variância dos dados. Na tabela 8.1 os autores apresentam as cargas das questões nessas duas primeiras componentes principais.

	Component 1	Component 2	Question content
Q12	0,66*	0,08	Energy graph, bound or unbound system
Q13	0,73*	0,03	Energy graph, bound or unbound system
Q14	0,63*	-0,12	Energy graph, bound or unbound system
Q16	0,54*	0,02	Energy of a bound system
Q27	0,09	0,53*	Work-energy theorem
Q31	-0,11	0,63*	Work-energy theorem
Q32	0,12	0,59*	Work-energy theorem
Q33	-0,06	0,70*	Work-energy theorem

Tabela 8.1: Cargas das questões do MIET sobre as duas primeiras componentes da PCA [58]. O conceito mais relevante a cada questão está na última coluna. As cargas mais importantes em cada componente estão marcados com um asterisco.

Segundo Ding e Beichner [58], pela tabela 8.1, fica claro que

“as primeiras quatro questões têm grandes cargas na componente 1 e pequenas cargas na componente 2. Por outro lado, as últimas quatro questões mostram um padrão inverso. Assim, é razoável concluir que as primeiras quatro questões podem ser resumidas pela componente 1 e as quatro últimas pela componente 2.”

A tabela 8.1 também mostra que as questões de maior carga na componente 1 abordam essencialmente o tema “energia em sistemas ligados ou não-ligados”. Já as questões de maior carga na componente 2 tratam todas do “teorema trabalho-energia”. Isso permite associar a cada componente revelada pela PCA um tema que é testado pelas suas questões mais importantes: no caso dos itens selecionados no MIET, “energia em sistemas ligados ou não-ligados” e “teorema trabalho-energia”.

Em muitos casos a interpretação das componentes é simplificada por uma nova rotações dos eixos, realizada posteriormente à PCA. Existem vários tipos de rotação, baseados em diferentes critérios de simplicidade, discutidos detalhadamente em [66, cap. 11]. Neste trabalho, usaremos o método que provavelmente é o mais utilizado, o *varimax*.

A estrutura das componentes também costuma ser simplificada ignorando-se a contribuição de questões com cargas menores (em módulo) que um determinado valor. No exemplo da tabela 8.1 isso significaria manter nas componentes 1 e 2 apenas as questões marcadas com um asterisco, o que não apenas eliminaria questões de pequeno peso, mas, principalmente, tornaria mais evidente qual é o tema testado por cada componente (agora cada questão contribui para apenas uma componente). Usualmente a carga mínima é tomada em torno de 0,3, mas pode ser necessário aumentar esse limiar se o tamanho de amostra analisada for pequeno. Um guia prático para a escolha do valor de corte em função do tamanho da amostra está em [64, p. 115].

8.2 Componentes Principais do Teste STPFaSL

Até onde sabemos, não há na literatura relato de alguma análise fatorial do STPFaSL, o teste que utilizamos na avaliação de nossa proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica. Em nossas aplicações do STPFaSL nos diferentes níveis de ensino, 615 alunos responderam ao teste completo, com suas 33 questões. Nos níveis mais avançados, 49 desses alunos fizeram o teste duas vezes, antes e depois da instrução. Com isso obtivemos 664 testes respondidos, nos quais realizamos uma análise de componentes principais utilizando um programa escrito em linguagem *R*. Os autovalores das componentes principais que encontramos estão mostrados no *scree plot* da figura 8.3. A linha tracejada mostra o resultado da PCA em matrizes aleatórias, obtidas como se todos os alunos respondessem ao acaso às questões. Um critério para escolha das componentes a serem utilizadas na análise é manter apenas aquelas com autovalores significativamente maiores que esse “ruído” aleatório. A inspeção do gráfico mostra que as três primeiras componentes satisfazem esse critério.

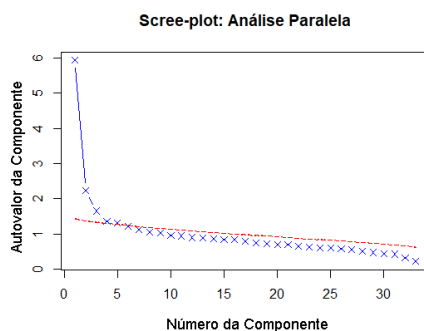


Figura 8.3: *Scree plot* com os autovalores das componentes principais do STPFaSL. A linha tracejada representa o resultado de PCAs ‘paralelas’ realizadas em um *ensemble* de matrizes aleatórias.

Vamos começar investigando se apenas as duas primeiras componentes já são suficientes para descrever a estrutura conceitual do teste. A figura 8.4(a) apresenta o coeficiente de carga de cada questão na primeira e segunda componentes principais (após uma rotação). Todas as questões contribuem, em alguma medida, para ambas as componentes. Entretanto, vemos que existem dois grupos distintos de questões, um com coeficiente de carga maior para a primeira componente principal e outro que contribui com maior peso para a segunda componente principal. Esses dois conjuntos estão destacados na figura 8.4(b).

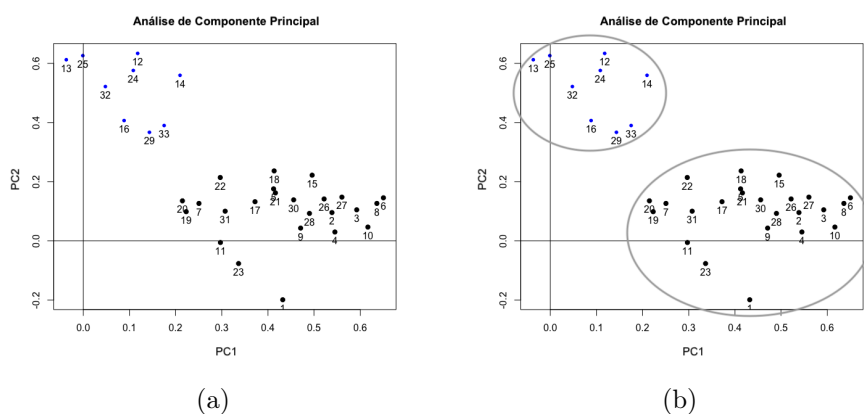


Figura 8.4: Coeficiente de carga de cada questão nas componentes principais (PC1 e PC2).

Para facilitar a interpretação dessas componentes principais, descartamos as questões com coeficiente de carga inferior a 0,3, como discutido na seção anterior e em [64, p. 115]. Com isso, das 33 questões, 19 contribuem para a primeira componente, 9 para a segunda componente e 5 não contribuem para nenhuma das duas. A relação de questões em cada componente está na tabela 8.2. Lembramos que questões identificadas por um “q” minúsculo pertencem ao conjunto que originalmente chamamos de *Lei 1* e as que começam por “Q” maiúsculo estão no conjunto *Lei 2*.

	Questões
Componente 1 (19 questões)	Q1, q2, q3, Q4, q5, q6, q8, q9, q10, Q15, q17, q18, q21, q23, q26, q27, Q28, q30, q31.
Componente 2 (9 questões)	Q12, Q13, Q14, Q16, Q24, Q25, Q29, Q32, Q33.
Nem 1 nem 2 (5 questões)	Q7, Q11, Q19, q20, Q22.

Tabela 8.2: Questões que contribuem para as componentes 1, 2, ou para nenhuma delas. Compare com a tabela 4.3

Entre as 19 questões da primeira componente principal, 15 haviam sido classificadas anteriormente como *Lei 1*. Apenas 4 são do conjunto *Lei 2*. Isso sugere que algumas dessas 4 questões, embora abordem entropia e/ou segunda lei, provavelmente envolvem temas da componente 1 de maneira mais decisiva para sua solução. Por exemplo, a Q15 trata não apenas da entropia enquanto função de estado, mas também da aplicação cuidadosa da primeira lei a um processo cíclico. Outra questão, a Q28, embora envolva essencialmente a segunda lei, exige noções sobre a energia interna de um gás ideal para sua solução completa. Já na segunda componente principal, todas as 9 questões são do conjunto *Lei 2*. Isso indica que a componente 2 agrupa questões associadas a entropia e a segunda lei, e a componente 1 reúne questões que envolvem outros temas da termodinâmica básica.

O diagrama na figura 8.5 mostra essa distribuição de questões entre a primeira e a segunda componentes principais, dispostas em ordem decrescente (de cima para baixo) segundo suas cargas. As questões que havíamos classificado como *Lei 2* estão destacadas em amarelo.

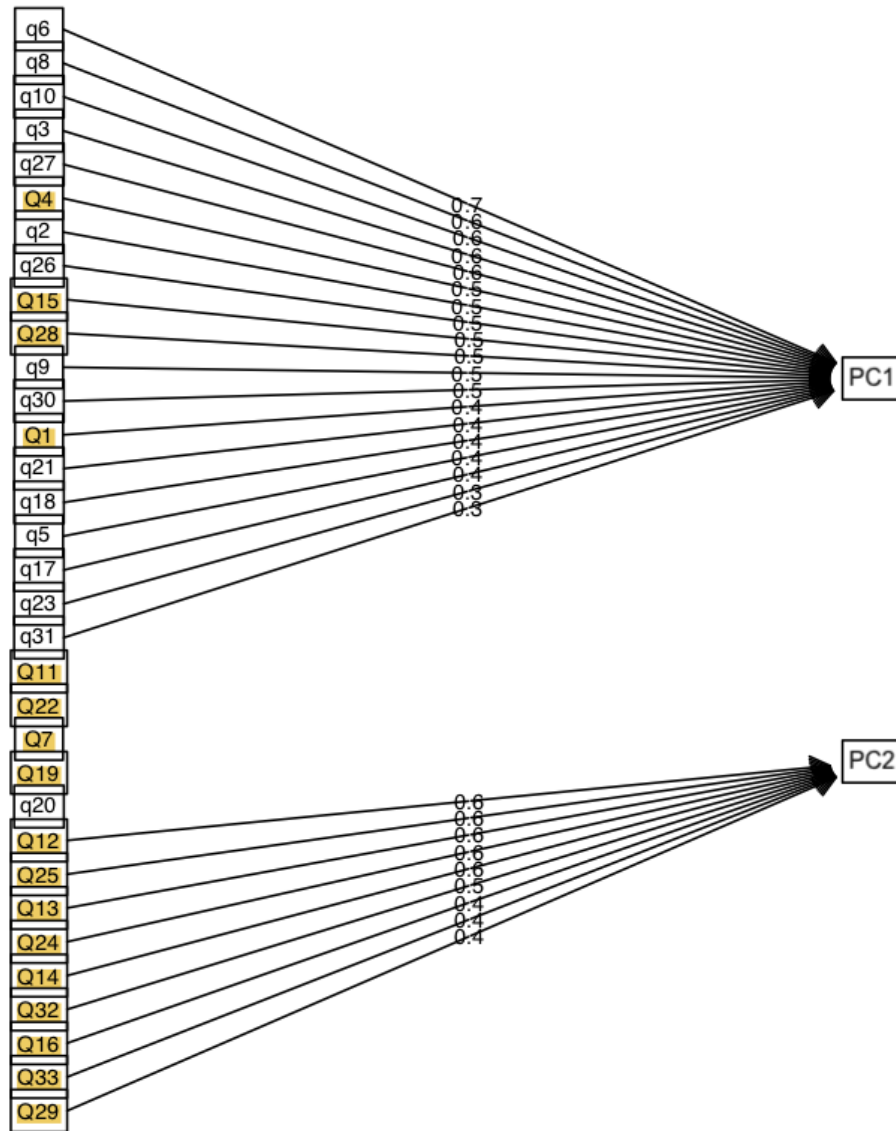


Figura 8.5: Questões que contribuem à primeira e segunda componentes principais, ordenadas em ordem decrescente segundo o coeficiente de carga (de cima para baixo). As questões com carga inferior a 0,3 foram removidas das componentes. As questões destacadas em amarelo são aquelas que originalmente haviam sido classificadas como *Lei 2*.

A interpretação das componentes 1 e 2 como versões mais acuradas dos agrupamentos em *Lei 1* – *Lei 2* é reforçada pela inspeção da tabela 8.3, que apresenta uma lista dos temas mais encontrados nas questões de cada componente. A tabela indica quantas questões em cada componente exploram o tópico listado.

Componente 1	Nº de Questões	Componente 2	Nº de Questões
Energia Interna	12	2ª Lei	9
Trabalho	12	Irreversível	9
1ª Lei	11	Entropia	6
Diagrama PV	10	Sistema e Universo	6
Calor	8		
Gás Ideal	7		

Tabela 8.3: Temas mais abordados em cada componente.

Podemos perceber que as questões que contribuem para a segunda componente estão essencialmente associadas à entropia, segunda lei da termodinâmica e conceitos correlatos. Da mesma forma, a primeira componente agrupa questões sobre energia, calor, trabalho, primeira lei e sistemas termodinâmicos simples, temas que anteriormente havíamos colocado sob a designação genérica de *Lei 1*. É importante ressaltar que, apesar da semelhança com a classificação anterior, as questões foram agrupadas nas componentes principais através de um método estatístico que correlaciona as respostas dos alunos ao teste, ignorando a avaliação dos autores ou daqueles que o aplicaram.

Como vimos no *scree plot* da figura 8.3, com os dados que dispomos é possível que até três componentes principais sejam úteis para descrever a estrutura do STPFaSL. Já sabemos que com duas componentes encontramos um cenário não muito diverso daquele que havíamos suposto originalmente, mas agora com a vantagem de nos basearmos em como os alunos coordenam seus conhecimentos de termodinâmica ao resolver as questões. Vamos analisar a seguir o que muda nesse cenário quando usamos três componentes. Nesse caso, as questões que contribuem com carga maior que 0,3 para cada componente, após uma rotação nas três dimensões, são dadas na tabela 8.4.

	Questões
Componente 1 (18 questões)	Q1, q2, q3, Q4, q5, q6, q8, q9, q10, Q15, q17, q18, q21, q23, q26, q27, Q28, q30.
Componente 2 (6 questões)	Q12, Q14, Q16, Q24, Q29, Q32.
Componente 3 (4 questões)	Q11, Q13, Q25, Q33.
Nem 1 nem 2 nem 3 (5 questões)	Q7, Q19, q20, Q22, q31.

Tabela 8.4: Questões que contribuem para as componentes 1, 2, 3, ou para nenhuma delas.

Comparando com o resultado anterior, vemos que a componente 1 permanece praticamente inalterada. A única diferença é que a questão q31 passou a não contribuir para nenhuma componente. Por outro lado, a componente 2 perdeu três questões para a nova componente 3: Q13, Q25, Q33. A essas juntou-se a Q11, originalmente não relacionada a qualquer componente. Ou seja, ao considerarmos três componentes produzimos essencialmente uma fragmentação da antiga componente 2. As questões que agora formam a componente 3 tratam todas do conceito de irreversibilidade, intrinsecamente ligado à segunda lei. Por isso não encontramos vantagem em trabalhar com três componentes e usaremos de agora em diante a PCA com duas componentes. Isso permitirá comparar os resultados nas duas componentes com os obtidos nos dois conjuntos de questões (*Lei 1* e *Lei 2*) que vínhamos analisando.

Uma vez definidas as componentes principais, a nota de um aluno em cada uma delas será tomada como a taxa de acerto nas questões que a compõe, considerando todas as questões com o mesmo peso. Essa escala de notas é amplamente adotada e conhecida como *summated scale* (ver [64, pp. 121–126]).

Nas seções a seguir apresentaremos nossos resultados para estudantes de diferentes níveis de ensino, analisados na perspectiva da PCA.

8.3 PCA: Anos Iniciais da Graduação

No capítulo 5 discutimos o desempenho no STPFaSL de alunos dos anos iniciais da graduação. Na ocasião, comparamos os resultados dos alunos da disciplina de Mecânica do Sistema e Física Térmica (MS&FT) que tiveram a abordagem usual da segunda lei (grupo de controle) e daqueles que seguiram nossa proposta de ensino (grupo experimental). Usamos como indicador de desempenho a taxa de acerto dos alunos nas questões de *Lei 1* e *Lei 2*. Agora, faremos uma análise semelhante, mas utilizando a taxa de acerto nas questões das componentes 1 e 2 fornecidas pela PCA.

A tabela 8.5 apresenta as taxas de acerto dos grupos experimental e de controle nas duas componentes do teste, com os respectivos ganhos (diferença entre as notas e d de Cohen).

	Experimental	Controle	$\langle \text{exp} \rangle - \langle \text{cont} \rangle$	d-Cohen
Componente 1	0,52 [0,48; 0,56]	0,40 [0,36; 0,45]	0,12 [0,05; 0,18]	0,63 [0,26; 0,99]
Componente 2	0,62 [0,56; 0,70]	0,39 [0,35; 0,44]	0,23 [0,15; 0,31]	0,97 [0,59; 1,35]

Tabela 8.5: Dados das turmas experimental e de controle de MS&FT obtidos com a PCA. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

Esses resultados podem ser vistos mais claramente nas figuras 8.6 e 8.7. Comparando com os resultados mostrados no capítulo 5, vemos que as notas médias na componente 1 são levemente inferiores às da *Lei 1*. Já as notas médias na componente 2 são ligeiramente superiores às da *Lei 2*. Apesar dessas mudanças, os tamanhos de efeito em *Lei 1* e componente 1 são muito semelhantes; da *Lei 2* para a componente 2 há uma certa redução, porém sem muita relevância estatística.

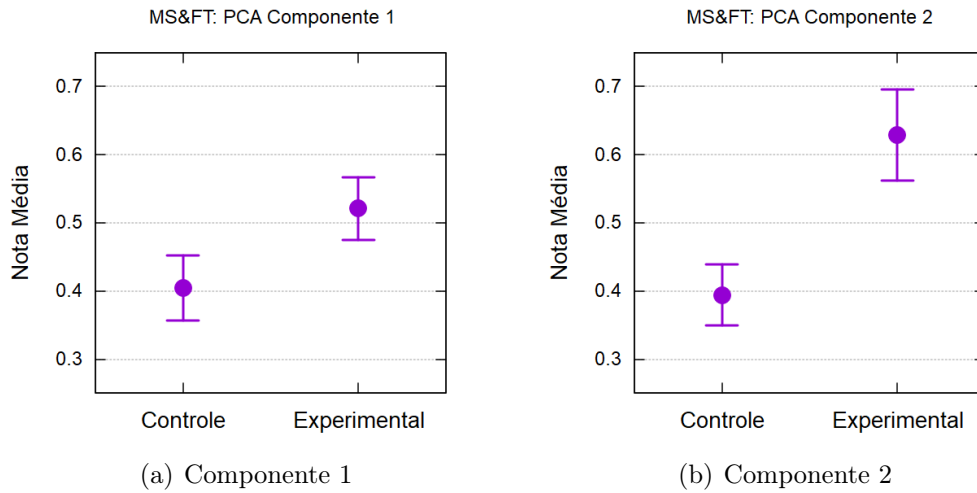


Figura 8.6: Nota média nas componentes 1 e 2 dos grupos experimental e de controle de MS&FT. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com as figuras 5.11 e 5.8.

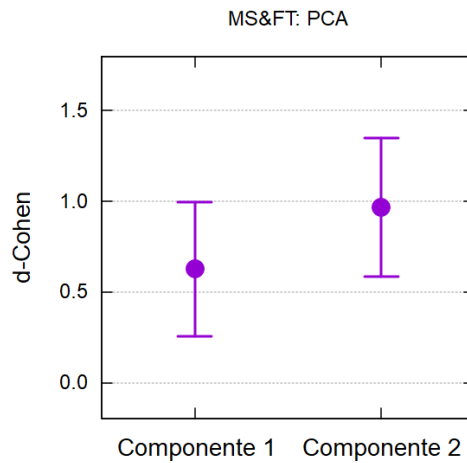


Figura 8.7: Tamanho de efeito nas questões das componentes 1 e 2, medido pelo d de Cohen para a diferença entre as notas dos grupos experimental e de controle de MS&FT. As barras correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com figura 5.12.

A PCA confirma, portanto, os resultados que obtivemos no capítulo 5. Em particular, encontramos novamente que a abordagem estatística tem um efeito marcante sobre o desempenho dos estudantes em questões relacionadas à segunda lei.

Também vemos que, tal como na classificação em *Lei 1*, a média do grupo experimental na componente 1 foi maior do que a do grupo de controle, embora o tratamento dos temas dessa componente fosse essencialmente o mesmo nos dois grupos. Conforme discutimos no capítulo 5, uma possível explicação para isso seria uma correlação maior entre os dois conjuntos de questões no grupo experimental do que no grupo de controle. Utilizando a PCA, a diferença entre essas correlações também aparece. Como vemos na figura 8.8, o grupo experimental apresenta uma correlação maior entre os resultados nas componentes 1 e 2 que o grupo de controle. A diferença é estatisticamente significativa, com valor- p igual a 0,025 para a hipótese nula de nenhuma diferença (na análise *Lei 1* – *Lei 2* o valor- p é 0,059). Com isso, é possível reforçar a explicação já dada para o ganho nas questões que não envolvem a segunda lei: devido à correlação entre as componentes 1 e 2, a maior compreensão da segunda lei melhora o entendimento de temas básicos da termodinâmica presentes na componente 1.

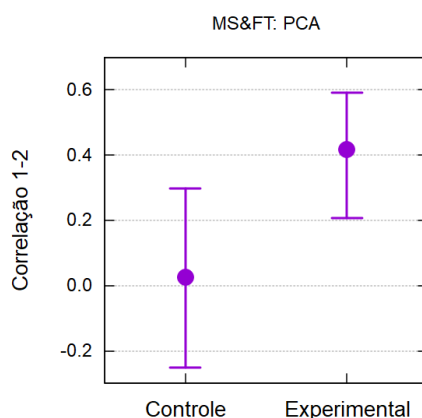


Figura 8.8: Correlação entre as notas nas componentes 1 e 2 dos grupos experimental e de controle de MS&FT. As barras correspondem a um intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 5.15.

8.4 PCA: Ensino Médio

No capítulo 6, discutimos os resultados no STPFaSL de estudantes de uma escola do ensino médio técnico, o CEFET, que tiveram curso de termodinâmica em que a abordagem da segunda lei seguiu a nossa proposta. Na ausência de um grupo de controle, comparamos os resultados dos alunos do CEFET (grupo experimental) com os obtidos pelos estudantes de MS&FT da UFRJ que tiveram a abordagem tradicional (grupo de comparação). Aqui, vamos comparar as médias dos alunos desses dois grupos nas questões das componentes 1 e 2 da PCA.

Na tabela 8.4, apresentamos os dados das turmas do CEFET e repetimos os dados dos alunos de MS&FT, já mostrados na seção 8.3 para facilitar a comparação entre os grupos. As médias dos grupos nas componentes 1 e 2 estão ilustradas na figura 8.9. Na componente 1, ambos os grupos possuem médias um pouco menores do que as encontradas em *Lei 1* e na componente 2 as médias são ligeiramente maiores do que em *Lei 2*, como pode ser visto comparando esses resultados com os da figura 6.2. Apesar dessas alterações, as conclusões são as mesmas do capítulo 6: na componente 1 as médias dos dois grupos são muito similares e na componente 2 o resultado dos alunos do CEFET é significativamente superior ao do grupo de comparação. Da mesma forma que anteriormente, como o grupo de comparação não é propriamente um grupo de controle, entendemos que o d de Cohen pode refletir efeitos de outras variáveis além da diferença de abordagens e, por isso, não o apresentamos como parâmetro a ser analisado.

	Experimental	Comparação	Diferença
Componente 1	0,40 [0,35; 0,46]	0,40 [0,36; 0,45]	0,00 [−0,08; 0,08]
Componente 2	0,50 [0,43; 0,57]	0,39 [0,35; 0,44]	0,11 [0,03; 0,19]

Tabela 8.6: Dados das turmas do CEFET (grupo experimental) e de MS&FT-UFRJ com abordagem convencional (grupo de comparação) obtidos com a PCA. Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%. Compare com a tabela 6.2.

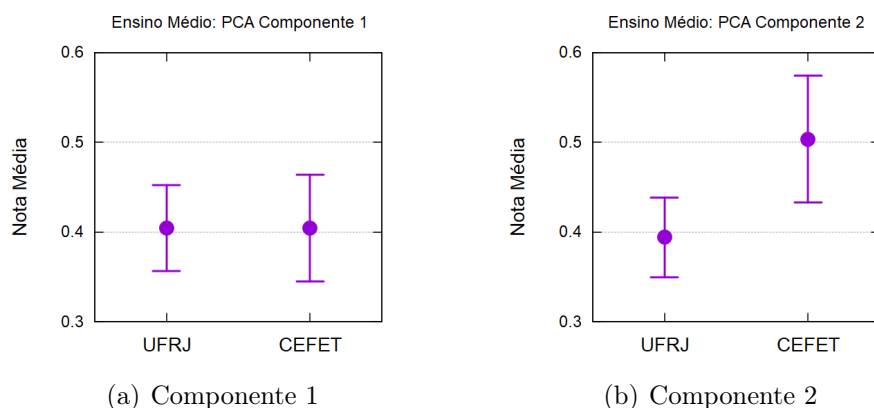


Figura 8.9: Nota média nas componentes 1 e 2 dos alunos do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 6.2.

A correlação entre as notas nas componentes 1 e 2 também foi calculada e está mostrada na figura 8.10. A correlação das notas do CEFET é maior do que a do grupo de comparação. Nesse caso, a diferença entre as correlações apresenta pouca significância estatística, com valor- p igual a 0,091 para a hipótese nula de nenhuma diferença (na análise *Lei 1 – Lei 2*, o valor- p é 0,040). Certamente mais dados são necessários para uma afirmação taxativa, mas o resultado parece alinhado à ideia de que uma maior compreensão da segunda lei melhora o entendimento de temas básicos da termodinâmica.

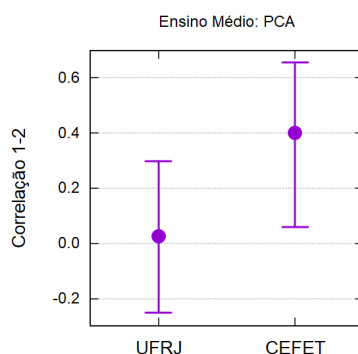


Figura 8.10: Correlação entre as notas nas componentes 1 e 2 do CEFET e do grupo de comparação da UFRJ. As barras correspondem a um intervalo de confiança de 95%. Compare com figura 6.3.

8.5 PCA: Anos Finais da Graduação e Pós-graduação

8.5.1 Anos Finais da Graduação

A primeira análise que fizemos dos resultados das turmas dos anos finais da graduação (Licenciatura em Física), no capítulo 7, não encontrou diferença estatisticamente significativa nos resultados dos grupos experimental e de controle. Parte da dificuldade para distinguir os dois grupos estava associada ao pequeno tamanho da amostra de alunos, que gerou uma grande incerteza estatística na análise. De qualquer modo, com aqueles dados era plausível afirmar que, nesse nível de ensino, a abordagem que propusemos deveria ter um efeito bem menor do que nos níveis introdutórios. Essa conclusão não muda substancialmente com os resultados da PCA, mostrados na tabela 8.7.

		Pré-teste	Pós-teste	$\delta = \langle \text{pós} \rangle - \langle \text{pré} \rangle$	d-Cohen
Comp 1	Exp	0,48 [0,38; 0,58]	0,79 [0,72; 0,85]	0,31 [0,19; 0,43]	-0,02 [-1,03; 0,99]
	Cont	0,37 [0,18; 0,56]	0,70 [0,53; 0,87]	0,32 [0,15; 0,48]	
Comp 2	Exp	0,46 [0,33; 0,59]	0,87 [0,79; 0,94]	0,41 [0,29; 0,52]	0,65 [-0,39; 1,68]
	Cont	0,40 [0,27; 0,55]	0,67 [0,41; 0,92]	0,26 [-0,03; 0,55]	

Tabela 8.7: Dados dos grupos experimental e de controle em Introdução à Termodinâmica nas questões das componentes 1 e 2 da PCA (pré e pós-teste). Os intervalos correspondem a um nível de confiança de 95%.

As notas médias nas componentes 1 e 2 da PCA, no pré e pós-teste dos grupos de controle e experimental, estão no gráfico da figura 8.11. Vemos que os resultados são muito semelhantes aos encontrados anteriormente com a classificação *Lei 1* – *Lei 2*, apresentados na figura 7.3 — as médias na componente 1 são ligeiramente menores do que em *Lei 1* e na componente 2 são um pouco maiores do que em *Lei 2*. A diferença entre as notas do pós e pré-teste está mostrada na figura 8.12 e, novamente, há pouca variação entre os resultados da PCA e os obtidos anteriormente (ver figura 7.4).

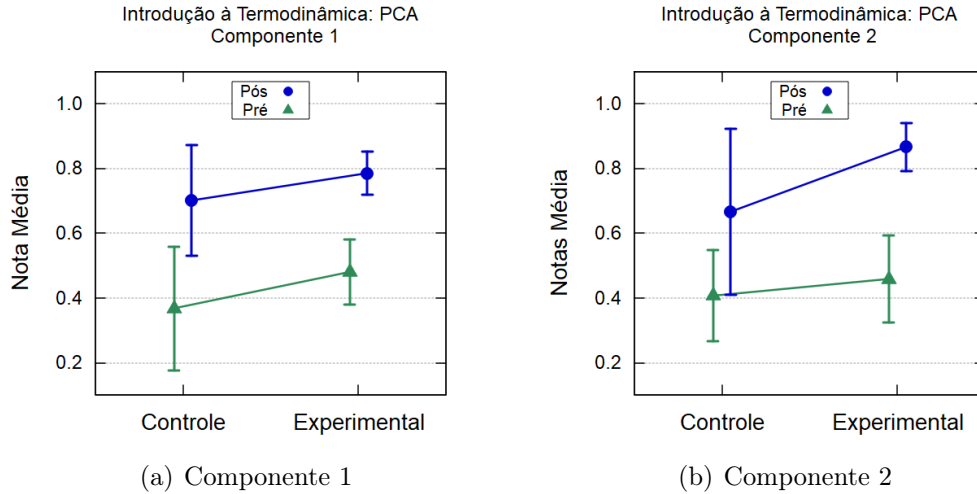


Figura 8.11: Notas dos grupos experimental e de controle em Introdução à Termodinâmica, nas componentes 1 e 2 da PCA (pré e pós-teste). As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com figura 7.3.

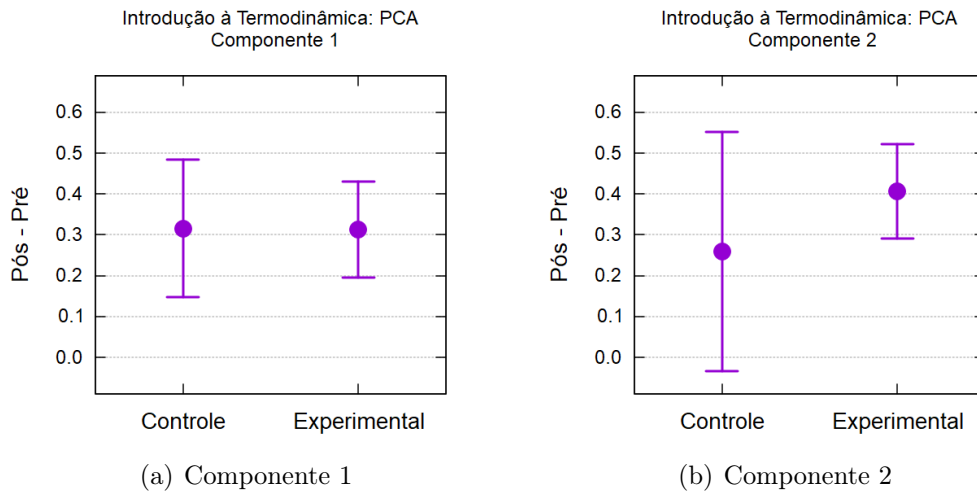


Figura 8.12: Diferença pós-pré nos grupos experimental e de controle em Introdução à Termodinâmica, nas componentes 1 e 2 da PCA. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 7.4.

O d de Cohen para as diferenças pós-pré nas componentes 1 e 2 está representado na figura 8.13. Comparado aos resultados anteriores (ver figura 7.5), o tamanho do efeito associado à abordagem da segunda lei tem um aumento expressivo na componente 2, mas ainda insuficiente para torná-lo estatisticamente distinguível de zero.

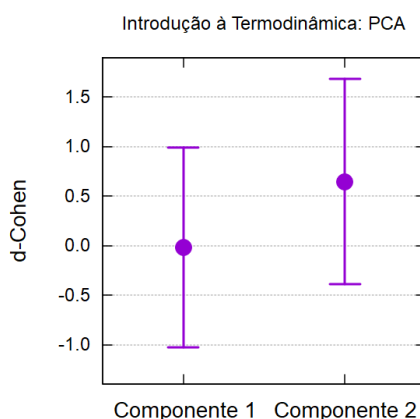


Figura 8.13: Tamanho de efeito medido pelo d de Cohen nas componentes 1 e 2 da PCA em Introdução à Termodinâmica. As barras de erro correspondem a um nível de confiança de 95%. Compare com a figura 7.5.

8.5.2 Pós-graduação

Na seção 7.2, analisamos os resultados de alunos da disciplina Termodinâmica, do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MPEF) da UFRJ, com base na classificação *Lei 1* – *Lei 2*. Aqui, vamos examinar os mesmos dados utilizando a PCA, lembrando que na pós-graduação não tivemos um grupo de controle. A tabela 8.8 traz os resultados dessa análise. Assim como aconteceu nos outros níveis de ensino, as médias na componente 1 são um pouco menores do que em *Lei 1* e na componente 2 são ligeiramente maiores do que em *Lei 2*. Isso acontece tanto no pré quanto no pós-teste. A figura 8.14 mostra as médias nas componentes 1 e 2 para ambas as aplicações.

	Pré-teste	Pós-teste	$\delta = \langle \text{pós} \rangle - \langle \text{pré} \rangle$
Componente 1	0,64 [0,55; 0,72]	0,79 [0,73; 0,86]	0,16 [0,10; 0,22]
Componente 2	0,54 [0,44; 0,64]	0,84 [0,77; 0,90]	0,30 [0,20; 0,39]

Tabela 8.8: Médias nas componentes da PCA das turmas de Termodinâmica (MPEF). O intervalo de confiança é 95%. Compare com a tabela 7.4.

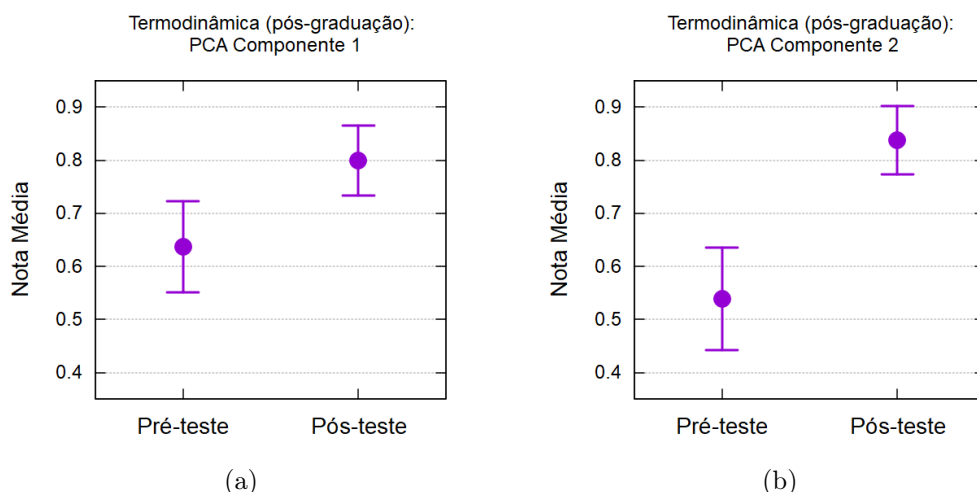


Figura 8.14: Notas médias nas componentes 1 e 2 (pré e pós-teste) dos alunos de Termodinâmica (MPEF). As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 7.9.

A diferença pós-pré nas componente 1 e 2 da PCA está na figura 8.15. Os resultados são semelhantes aos obtidos com a partição *Lei 1 – Lei 2*, mostrados na figura 7.10. Como no capítulo 7, a diferença pós-pré é maior na componente 2 do que na componente 1, mas não é possível garantir que isso se deva à abordagem estatística da segunda lei, pois não dispomos de um grupo de controle.

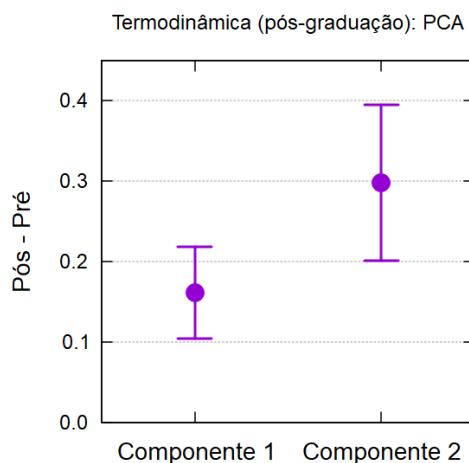


Figura 8.15: Diferença pós-pré nas componentes 1 e 2, para os alunos de Termodinâmica (MPEF). As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 7.10.

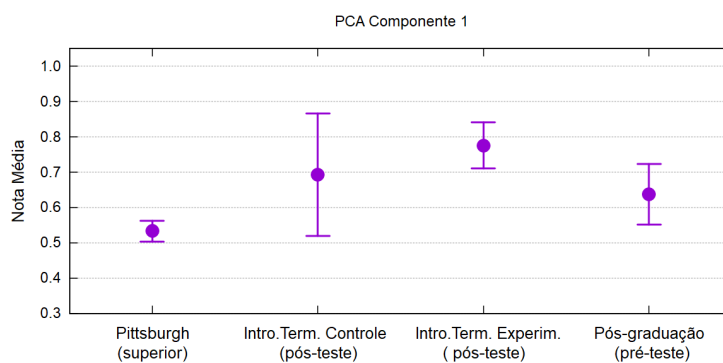
8.5.3 Comparação com Dados de Pittsburgh

Na seção 7.3, comparamos o desempenho no STPFaSL de um conjunto de alunos da Universidade de Pittsburgh, classificados por Brown [53] no grupo “superior” (final da graduação e início da pós-graduação), aos resultados do pós-teste em Introdução à Termodinâmica e ao pré-teste dos alunos de pós-graduação do MPEF-UFRJ. Vamos refazer essa comparação utilizando a PCA em vez da divisão *Lei 1* – *Lei 2*.

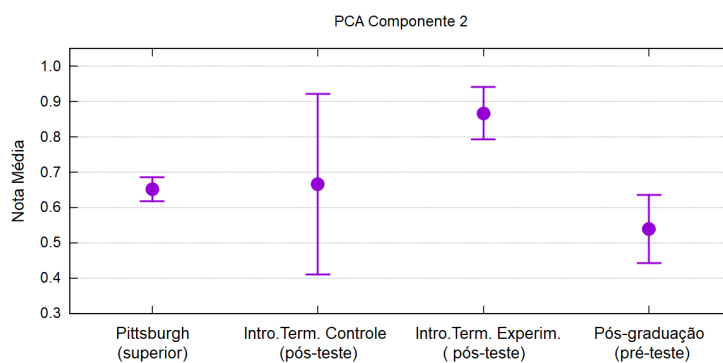
A figura 8.16 apresenta as médias dos alunos de Pittsburgh e da UFRJ nas componentes 1 e 2. Para todos os grupos de estudantes, as médias na componente 1 são menores do que em *Lei 1* e na componente 2 são maiores do que em *Lei 2*.

Comparando os estudantes de cada grupo brasileiro com os estadunidenses obtemos as mesmas conclusões apresentadas na seção 7.3: (1) o resultados do grupo experimental de Introdução à Termodinâmica é superior ao dos alunos de Pittsburgh em ambas as componentes, (2) o grupo de controle de Introdução à Termodinâmica não apresentou diferença estatisticamente significativa em relação aos alunos de Pittsburgh nas duas componentes, e (3) o

pré-teste dos estudantes da pós-graduação da UFRJ também não apresentou diferença estatisticamente importante nas componentes 1 e 2 em relação ao resultado dos alunos de Pittsburgh.



(a)



(b)

Figura 8.16: Médias nas componentes 1 (a) e 2 (b) dos alunos do grupo de nível superior (*upper level*) da Universidade de Pittsburgh, pós-teste do grupo de controle e experimental de Introdução à Termodinâmica e pré-teste dos estudantes da pós-graduação da UFRJ. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%. Compare com a figura 7.11.

Capítulo 9

A Disciplina Física 2

9.1 MS&FT e Física 2

Na UFRJ, *Física 2* é uma disciplina do ciclo básico de cursos de ciência e tecnologia como engenharia, física e química. Termodinâmica é parte do conteúdo ministrado e costuma ser abordada na maneira tradicional (macroscópica). Durante nossa investigação, aplicamos o STPFaSL a 383 alunos dessa disciplina, após a instrução e prova em termodinâmica. Os resultados, divididos em *Lei 1* e *Lei 2*, estão mostrados na figura 9.1, juntamente com as notas dos alunos que cursaram a disciplina Mecânica de Sistemas e Física Térmica (MS&FT) no grupo de controle, ou seja, com a mesma abordagem utilizada em Física 2. Apesar da semelhança curricular, a nota média em Física 2 foi muito maior que a nota média no grupo de controle de MS&FT, tanto em *Lei 1* quanto *Lei 2*.

A grande diferença entre essas notas explica porque Física 2 não foi incluída no grupo de controle das disciplinas introdutórias. Há várias possíveis razões para a diferença. MS&FT é oferecida em turno noturno e Física 2 é ministrada no turno diurno. Além disso, a seleção para cursos de ciência e tecnologia é tipicamente mais disputada que a dos cursos de licenciatura em física e química, o que pode estabelecer uma diferença na formação prévia dos estudantes das duas disciplinas. De toda forma, qualquer que seja a explicação, é evidente que esses dois grupos de alunos têm rendimentos muito

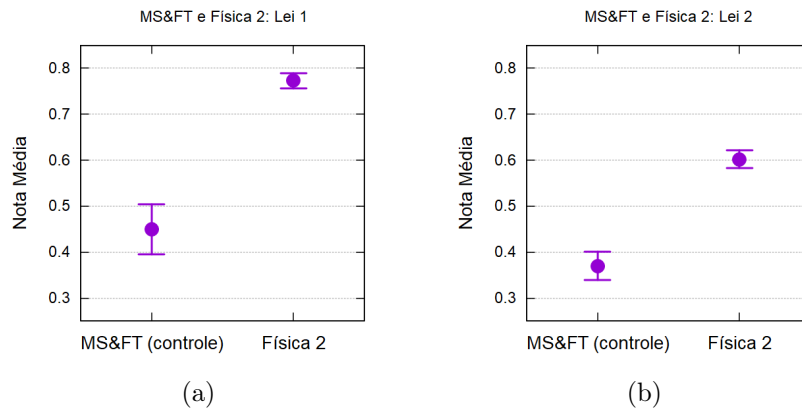


Figura 9.1: Nota médias dos alunos de Física 2 e do grupo de controle de MS&FT nas questões de (a) *Lei 1* e (b) *Lei 2*. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

diferentes no teste aplicado, o que impede que eles sejam considerados como integrantes de um único grupo de controle. Dividir as questões de acordo com a PCA não muda muito esse quadro, como mostra a figura 9.2.

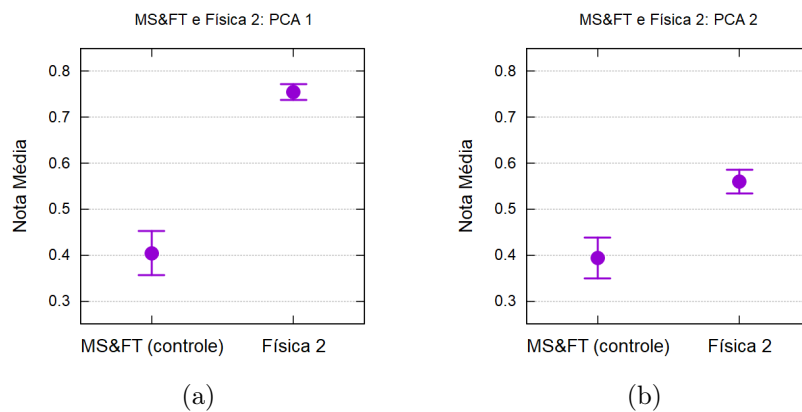


Figura 9.2: Nota média dos alunos de Física 2 e do grupo de controle de MS&FT nas componentes 1 e 2 da PCA. As barras de erro correspondem ao intervalo de confiança de 95%.

9.2 Análise em Subgrupos de Notas

Uma possibilidade para incluir Física 2 na comparação com MS&FT seria dividir os alunos de acordo com seu rendimento nas questões de *Lei 1*. Isso, idealmente, criaria subgrupos homogêneos do ponto de vista do domínio sobre temas apresentados de forma semelhante a todos os alunos, de Física 2 e MS&FT¹. Assim, poderíamos verificar se os alunos de MS&FT e Física 2 em uma mesma faixa de notas em *Lei 1* têm desempenho similar em *Lei 2*. A figura 9.3 apresenta essa comparação entre o grupo de controle de MS&FT e Física 2. Os subgrupos de notas em *Lei 1* foram criados em intervalos de 0,25 entre 0 a 1. Para os alunos de Física 2, não há nenhum estudante na primeira faixa, até 0,25 em *Lei 1*.

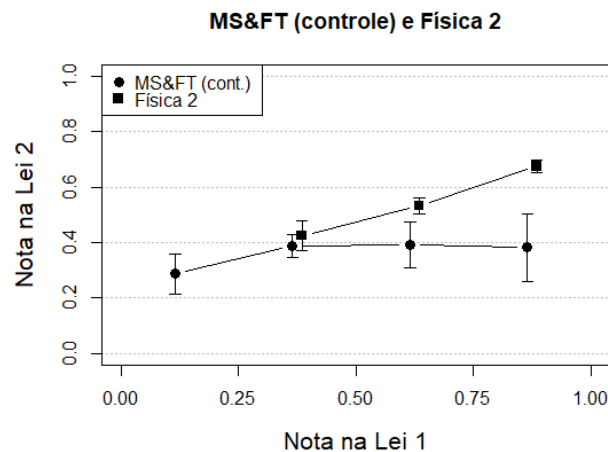


Figura 9.3: Resultados em *Lei 2* na Física 2 e no grupo de controle de MS&FT, por subgrupo de notas em *Lei 1*. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.

Apesar dos dois grupos apresentarem desempenho similar em *Lei 2* na faixa entre 0,25 e 0,5, para as faixas seguintes, os resultados tornam-se distintos, com Física 2 obtendo médias maiores em *Lei 2*. Isso se deve ao fato

¹Essa homogeneidade dos subgrupos deve ser encarada com cautela. Não é garantido que alunos com notas semelhantes em uma parte do teste formem agrupamentos estatisticamente homogêneos, pois existem diferenças sócio-econômicas e acadêmicas entre os que cursaram as duas disciplinas. Essas diferenças podem persistir nos subgrupos e influenciar a análise conjunta.

das notas médias em *Lei 2* do grupo de controle serem praticamente independentes da faixa de notas em *Lei 1*, um reflexo do pequeno coeficiente de correlação (0,27) já observado nesse grupo (ver a figura 5.15). O coeficiente de correlação *Lei 1* – *Lei 2* em Física 2 é 0,50, um valor maior que o do grupo de controle com razoável significância estatística.

Como resultado dessa análise, vemos que os alunos de Física 2 não formam um grupo que possa ser fundido ao grupo de controle de MS&FT — mesmo considerando subgrupos com compreensões semelhantes a respeito de tópicos básicos de termodinâmica, o desempenho na segunda lei foi muito diferente nesses subgrupos.

Apesar das diferenças, é interessante comparar os dados da Física 2 com o grupo experimental de MS&FT. Até para esse grupo as médias em *Lei 1* e *Lei 2* da Física 2 são consideravelmente maiores. Entretanto, considerando os subgrupos de notas em *Lei 1*, encontramos outro quadro, visto na figura 9.4. Agora não há diferença estatisticamente significativa entre Física 2 e o grupo experimental de MS&FT. Como também se nota na figura 9.4, a correlação *Lei 1* – *Lei 2* no grupo experimental é estatisticamente indistinguível da encontrada em Física 2.

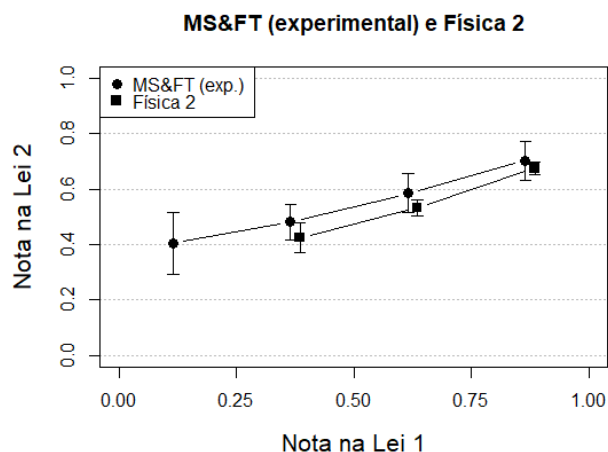


Figura 9.4: Resultados em *Lei 2* na Física 2 e no grupo experimental de MS&FT, por subgrupo de notas em *Lei 1*. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.

É interessante notar que, segundo a análise em subgrupos, a abordagem estatística da segunda lei compensou de alguma forma as diferenças pré-existent entre os dois grupos de alunos. Não seria possível perceber isso com base apenas na nota global dos grupos, e pode ser útil aplicar essa técnica em outras situações.

Ao contrário do que havíamos encontrado nos casos analisados no capítulo 8, os resultados descritos acima são qualitativamente alterados pela PCA. Na comparação do grupo de controle de MS&FT e Física 2, a figura 9.5 mostra que, dividindo os alunos em subgrupos de acordo com o rendimento na componente 1, as médias na componente 2 ficam mais próximas entre si em relação ao que eram na análise *Lei 1 – Lei 2*. Não é mais possível distinguir estatisticamente os dois grupos, o que sugere que Física 2 poderia ser integrada ao grupo de controle. Porém, é importante notar que, em parte, isso se deve ao aumento da barra de erro para os alunos de MS&FT de maior nota. As correlações entre as componentes 1 e 2 para os dois grupos são semelhantes estatisticamente.

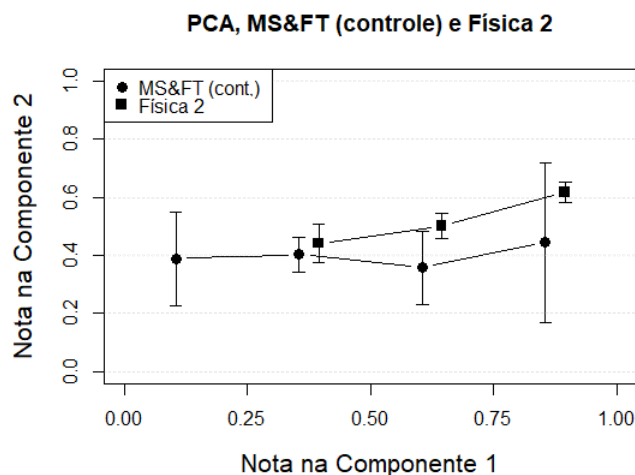


Figura 9.5: Resultados na componente 2 em Física 2 e no grupo de controle de MS&FT, por subgrupo de notas na componente 1. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.

A comparação via PCA entre o grupo experimental de MS&FT e Física 2 está na figura 9.6. Agora encontramos que o grupo experimental apresenta

resultados nitidamente superiores aos da Física 2, principalmente nos subgrupos de maior nota. A correlação entre as componentes 1 e 2 no grupo experimental, embora pareça maior, é estatisticamente indistinguível da encontrada em Física 2.

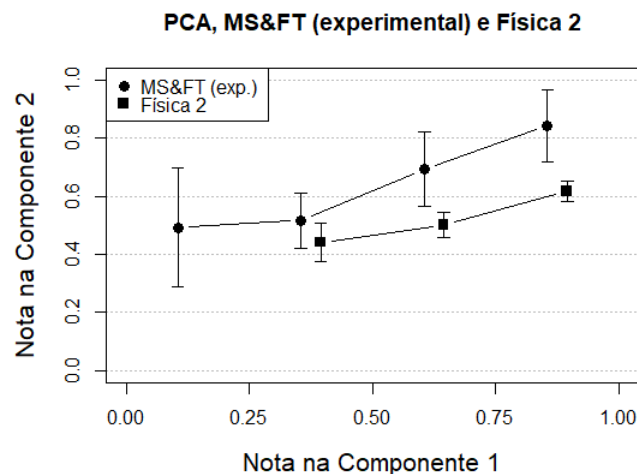


Figura 9.6: Resultados na componente 2 em Física 2 e no grupo de experimental de MS&FT, por subgrupo de notas na componente 1. As barras de erro correspondem a um intervalo de confiança de 95%.

Utilizando a PCA, a comparação entre MS&FT e Física 2 torna-se consistente com que temos encontrado neste trabalho: há um efeito positivo associado à abordagem estatística da segunda lei. É interessante ressaltar que, em nosso estudo, esse foi o único caso em que a mudança na classificação de questões introduzindo pela PCA gerou diferenças qualitativas em relação à análise *Lei 1 – Lei 2*.

Em conclusão, a análise por subgrupos de notas parece ter sido útil, restringindo o efeito da diferença existente entre os alunos de MS&FT e Física 2. Entretanto, esse efeito não foi totalmente eliminado, o que dificulta a integração de Física 2 ao grupo de controle das disciplinas introdutórias. Com a PCA, o efeito dessas diferenças ficou ainda menor, a ponto de se notar um resultado positivo associado à abordagem estatística da segunda lei. Isso não garante, porém, que a fusão dos dois grupos em um único grupo de controle seja possível. De qualquer forma, o efeito da abordagem estatística

sobre os alunos de Física 2 só será apropriadamente avaliado aplicando nossa proposta a cursos futuros dessa disciplina.

Capítulo 10

Considerações Finais

O ensino da segunda lei da termodinâmica é feito usualmente sob a perspectiva macroscópica, a partir do estudo das máquinas térmicas. Nessa abordagem, a entropia, conceito central para a compreensão da segunda lei, é apresentada apenas ao final da sequência didática. As dificuldades de aprendizagem encontradas nesse processo são reconhecidamente grandes, principalmente em cursos introdutórios, e muitas vezes persistem em cursos avançados, como mostra a pesquisa em ensino de física. Uma forma de tentar superar essas dificuldades, proposta por vários autores, é enfatizar o ponto de vista estatístico (microscópico) ao explorar o conteúdo tradicional da termodinâmica. A maioria dessas propostas, entretanto, é destinada a cursos avançados e não aos introdutórios. No ensino médio, onde os desafios do ensino e as dificuldades de aprendizagem são ainda maiores, não há sequer sugestões alternativas e, frequentemente, a segunda lei da termodinâmica não integra o programa da escola ou é deixada para o final do período letivo, quando facilmente é descartada.

A proposta de ensino da segunda lei da termodinâmica que apresentamos neste trabalho pode ser utilizada, com as devidas adaptações, em diferentes níveis de ensino, desde o médio até a pós-graduação. Nosso objetivo com essa proposta é reduzir as dificuldades encontradas na aprendizagem da segunda lei, com um enfoque mais simples e interessante ao aluno. Abrimos a sequência didática com uma discussão sobre a seta do tempo, tema que

costuma ser atraente para os estudantes. A entropia é apresentada logo em seguida, definida a partir da contagem de (micro)estados. Com essa abordagem, a seta do tempo é explicada estatisticamente e a formulação entrópica da segunda lei é enunciada. Em continuação, combinamos os conceitos de entropia e energia e chegamos à definição termodinâmica de temperatura, um ponto que ocupa posição importante em nossa abordagem. A partir dessa definição e da formulação entrópica da segunda lei, os enunciados de Clausius e Kelvin são demonstrados com surpreendente simplicidade. Da mesma forma, obtemos facilmente os teoremas de Carnot, a desigualdade de Clausius e outros resultados da termodinâmica clássica. Assim, nossa proposta de ensino da segunda lei pode ser utilizada em cursos nos quais os outros tópicos da termodinâmica são apresentados da maneira convencional, o que facilita sua inserção em estruturas curriculares já existentes.

Para avaliar se a proposta traz algum benefício aos estudantes, comparamos turmas que seguiram nossa abordagem e turmas que tiveram a apresentação convencional da segunda lei. A comparação foi realizada a partir das respostas dos estudantes a um teste de compreensão conceitual em termodinâmica (o STPFaSL), elaborado com base nas dificuldades de aprendizagem sobre o tema relatadas na pesquisa em ensino. Verificamos a qualidade do teste por meio de índices de validade estatística, obtidos em aplicações a alunos da UFRJ. Os valores encontrados são consistentes com a recomendação da literatura especializada e com outros testes conceituais do ensino de física.

Além da segunda lei, o STPFaSL engloba outros tópicos da termodinâmica. Por isso, sugerimos a divisão do teste em dois grupos de questões: um denominado *Lei 2*, composto por questões que envolvem entropia e/ou segunda lei, e outro denominado *Lei 1*, no qual esses temas não são tratados. Para verificar se a nossa divisão foi realizada sem ambiguidade ou viés que comprometesse os resultados obtidos, utilizamos uma técnica estatística, a análise de componentes principais (PCA), que, partir das respostas dos alunos, divide o teste em grupos de questões altamente correlacionadas. Com a PCA, encontramos que o teste tem dois grupos correlacionados (as componentes principais). A primeira componente é composta predominantemente por questões que não exploram entropia e segunda lei, e a segunda com-

ponente possui apenas questões em que esse tema é tratado. De maneira geral, os resultados no STPFaSL não dependeram muito do método empregado para subdividir o teste: as notas médias nas questões de *Lei 1* foram semelhantes às da componente 1, e o mesmo ocorreu com os conjuntos *Lei 2* e componente 2.

Analisando o rendimento no STPFaSL de estudantes em grupos de controle (com a abordagem convencional) e grupos experimentais (com a abordagem estatística), pudemos encontrar respostas a nossas questões de pesquisa:

1. A abordagem estatística facilita a compreensão da segunda lei da termodinâmica?
2. Com a abordagem estatística da segunda lei, os alunos compreendem melhor outros tópicos de termodinâmica?
3. Caso exista, o efeito da abordagem estatística depende do nível de ensino?

Vimos que, em cursos universitários introdutórios, o efeito da abordagem estatística é grande e estatisticamente significativo. Esse é um dos principais resultados de nosso trabalho. No ensino médio, apesar da ausência de um grupo de controle, encontramos evidência muito convincentes de que a abordagem estatística torna viável apresentar a segunda lei nesse nível e produz resultados surpreendentemente bons, melhores até que os obtidos em cursos do ensino superior baseados na abordagem convencional.

Já para alunos de cursos avançados da graduação, não conseguimos encontrar um efeito mensurável da abordagem estatística em comparação à convencional. Porém é importante destacar que, pelo menos em parte, isso se deve à incerteza gerada pelo pequeno número de estudantes nas turmas (o grupo de controle tinha apenas 6 alunos). Apesar de não podermos afirmar que o enfoque estatístico trouxe algum benefício, de acordo com percepção do professor que aplicou nossa proposta numa turma e seguiu a abordagem usual em outra, no primeiro caso os temas relacionados à segunda lei puderam ser abordados com mais eficiência, o que repercutiu positivamente no restante do curso ao tornar possível aumentar o tempo destinado a tópicos

mais avançados. No caso da pós-graduação, não pudemos avaliar se a abordagem estatística teve efeito positivo, por não dispormos de um grupo de controle.

Para avaliar se a abordagem estatística da segunda lei auxilia a compreensão de outros tópicos da termodinâmica, analisamos a correlação entre as notas dos alunos nas questões de *Lei 1* e *Lei 2* (ou das componentes 1 e 2, quando utilizamos a PCA). No nível introdutório da graduação, foi observada, com significância estatística razoável, uma maior correlação *Lei 1* – *Lei 2* no grupo experimental do que no grupo de controle. Isso sugere que uma melhor compreensão da segunda lei, no caso a produzida pela abordagem estatística, pode propiciar um entendimento mais profundo de outros temas da termodinâmica. Essa hipótese foi reforçada pelo fato dos estudantes do grupo experimental terem alcançado resultados melhores nas questões de *Lei 1* que os do grupo de controle, apesar de nesses temas o ensino ter sido o mesmo para todos. A PCA não alterou esse quadro; a correlação entre as notas nas componentes 1 e 2 também foi maior no grupo experimental do que no grupo de controle. No ensino médio a conclusão foi similar. A correlação *Lei 1* – *Lei 2* foi maior para o grupo experimental do que para o grupo de comparação e a PCA não mudou muito esse resultado. No nível avançado da graduação, a incerteza estatística não permitiu que a comparação entre os grupos fosse realizada com precisão aceitável. Analisados em conjunto, esses resultados sugerem que, pelo menos nos cursos introdutórios, a abordagem estatística da segunda lei favorece a aprendizagem de outros tópicos da termodinâmica.

A tentativa de incluir em nosso estudo disciplinas introdutórias de diferentes cursos universitários foi dificultada pela diversidade dos perfis sócio-econômicos e acadêmicos encontrados nos estudantes. Na disciplina Física 2, dos cursos básicos de ciência e tecnologia da UFRJ, a nota média no STPFaSL foi muito mais alta que a do grupo experimental de MS&FT, disciplina de cursos de formação de professores, apesar de no primeiro caso a termodinâmica ser lecionada da forma convencional e no segundo a abordagem estatística ter sido utilizada. A forma de ensinar a segunda lei é apenas uma das variáveis necessárias para explicar essa diferença de notas, e sem algum controle sobre

os demais fatores é difícil avaliar qual foi o efeito da abordagem estatística.

Num esforço para restringir a influência dos fatores externos à abordagem didática, nós dividimos os estudantes em subgrupos segundo seu rendimento nas questões de *Lei 1* (ou componente 1, quando utilizarmos a PCA) do STPFaSL. Em princípio, esses subgrupos seriam razoavelmente homogêneos do ponto de vista do domínio sobre temas da termodinâmica que não envolvem a segunda lei, o que permitiria avaliar melhor o efeito da abordagem estatística sobre os resultados em *Lei 2* (ou componente 2). Com isso foi possível perceber que os alunos do grupo experimental de MS&FT tiveram rendimento semelhante aos de Física 2 nas questões de *Lei 2*, ou seja, em certo sentido o método de ensino compensou os efeitos negativos dos demais fatores que diferenciavam os dois grupos de estudantes. Essa reversão apareceu de forma ainda mais acentuada na análise com a PCA, que mostrou um ganho expressivo dos alunos do grupo experimental sobre os de Física 2.

Em síntese, podemos então dizer que nossas respostas às questões de pesquisa são:

1. A abordagem estatística torna a segunda lei da termodinâmica mais compreensível a alunos de cursos universitários introdutórios.
2. Ao propiciar a esses alunos uma melhor compreensão da segunda lei, a abordagem estatística também leva a um entendimento melhor de outros temas da termodinâmica.
3. No ensino médio, a abordagem estatística da segunda lei mostrou-se uma forma muito eficaz de se apresentar um tema usualmente considerado inacessível a alunos pré-universitários. Nos cursos universitários avançados, entretanto, não encontramos evidência de que essa abordagem produza efeitos tão grandes quanto nos cursos introdutórios.

Ainda há muito a investigar sobre o ensino da segunda lei pelo enfoque estatístico. Por exemplo, a utilização dessa abordagem em disciplinas introdutórias não voltadas à formação de professores, como as dos cursos de física, engenharia, química e biologia. Ou a ampliação do que já fizemos em cursos avançados, nos quais não tivemos resultados muito conclusivos

devido ao pequeno tamanho das amostras estudadas. Outra possibilidade é investigar como a retenção pelos alunos dos conceitos estudados num curso de termodinâmica varia ao longo do tempo, e avaliar como essa retenção é afetada pelo tipo de abordagem no curso. Um projeto com esse objetivo começou a ser desenvolvido em paralelo ao trabalho relatado nesta tese, mas foi interrompido pela pandemia de Covid-19.

Concluindo, mostramos neste trabalho que é possível ensinar a segunda lei da termodinâmica a públicos que geralmente a consideram um tema difícil e árido, quando não incompreensível. Dada a relevância da segunda lei para o entendimento de fenômenos básicos de nosso dia-a-dia, como a seta do tempo ou a degradação da energia, é importante encontrar maneiras acessíveis de apresentá-la a estudantes dos mais variados níveis de ensino. Esperamos ter dado uma contribuição nesse sentido.

Apêndice A

Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica

A seguir apresentamos o texto didático *Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica*, utilizado nas aulas dos grupos *experimentais* descritos nesta tese. O texto foi elaborado a partir de nossa proposta de sequência didática para o ensino da segunda lei da termodinâmica. A maior parte de seu conteúdo foi desenvolvido na dissertação de mestrado *Entropia Estatística e o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica* [1].

Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica

MARCOS MOURA
CARLOS EDUARDO AGUIAR

MNPEF – UFRJ

Sumário

1	A Seta do Tempo	1
1.1	Irreversibilidade e a Seta do Tempo	1
1.2	Macroestado e Microestado: Jogo de Dados	3
1.3	Cara ou Coroa?	5
1.4	Multiplicidade	6
1.5	A Origem da Irreversibilidade	10
1.6	Entropia	11
2	Entropia e Temperatura	14
2.1	Entropia, Energia e Temperatura	14
2.1.1	O Conceito de Temperatura	14
2.1.2	Definição Termodinâmica de Temperatura	15
2.1.3	Da Definição ao Conceito de Temperatura	17
2.2	Máquinas Térmicas	20
2.2.1	A Máquina Perfeita é Possível?	20
2.2.2	A Máquina Térmica Possível	22
2.2.3	A Máquina de Carnot	24
2.3	A Desigualdade de Clausius	25
2.4	Entropia de um Gás Ideal	28
3	Entropia e Pressão	31
3.1	O Conceito de Pressão	31
3.2	A Definição Termodinâmica de Pressão	32
3.3	Da Definição ao Conceito Pressão	33
3.4	Pressão no Gás Ideal	34
3.5	A Identidade Termodinâmica	36
4	Equações de Estado	38
4.1	Gás Ideal: Entropia e Energia	38
4.2	Borracha Ideal: Entropia e Comprimento	41

MÓDULO 1

A Seta do Tempo

A origem da segunda lei da termodinâmica esteve relacionada ao estudo das máquinas térmicas. No entanto, essa lei possui aplicação muito mais ampla do que problemas de engenharia. Veremos a seguir como a segunda lei da termodinâmica e uma grandeza chamada entropia estão relacionados à “seta do tempo”, a ideia de que o fluxo do tempo não pode ser revertido.

1.1 Irreversibilidade e a Seta do Tempo

A cada dia que passa ficamos um pouco mais velhos. Nunca voltamos ao passado para repetir exatamente um dia que já vivemos. Sabemos que o tempo segue um sentido, ele sempre vai do passado para o futuro. Mas, por que isso ocorre? Quais leis da física explicam essa “propriedade” do tempo? Há alguma explicação para isso?

A figura 1.1 é uma fotografia estroboscópica. Olhando para a imagem, qualquer pessoa pode identificar a sequência cronológica do movimento. Sabemos intuitivamente que o movimento se inicia no trampolim e termina na piscina; é altamente improvável que nessa sequência de imagens a pessoa tenha saído da água e finalizado seu movimento em pé sobre o trampolim.

Muitos fenômenos do nosso dia a dia nos permitem reconhecer facilmente o sentido da passagem do tempo. Esse fenômenos são chamados de *irreversíveis*. Através deles somos capazes de perceber que do presente seguiremos para o futuro e não para o passado. Se não fosse assim, pipoca viraria milho e galinhas virariam pintinhos. O tempo segue um sentido único, do passado para o futuro. Sendo a irreversibilidade um aspecto tão geral do nosso dia a dia, seria de se esperar que existisse uma lei fundamental da física, válida para qualquer tipo de sistema, que explicasse isso. Entretanto, as leis físicas mais fundamentais, aquelas que descrevem as interações entre as partículas



Figura 1.1: Imagem estroboscópica de um salto de trampolim.

e campos que conhecemos, não distinguem passado de futuro.

Tomemos como exemplo o movimento de um planeta em torno de uma estrela, que é bem descrito pelas leis de Newton da mecânica e gravitação universal. Considerando o planeta e a estrela como partículas, não há nenhum sentido privilegiado para a passagem do tempo. Uma foto estroboscópica da órbita do planeta não permitiria identificar o sentido da rotação deste em torno da estrela.

Podemos pensar também na colisão elástica de dois átomos. Se pudéssemos filmar essa colisão e passássemos o filme de trás para frente, ainda assim a cena faria sentido, sem nenhuma estranheza que permitisse identificar a troca. Entretanto, quando um copo de vidro quebra após cair no chão a natureza irreversível desse processo fica evidente, embora ele seja o resultado de colisões atômicas em princípio reversíveis. Mesmo a primeira lei da termodinâmica não ajuda nesse caso. Podemos nos basear no princípio da conservação de energia para afirmar que ao longo da queda o copo perdeu energia potencial gravitacional e ganhou energia cinética até que, no impacto, essa energia cinética foi convertida em energia dos fragmentos e corpos vizinhos. Não há nada na primeira lei que impeça esses processos de ocorrerem no sentido contrário, desde que a energia seja conservada. A lei não contempla a dificuldade de se juntar os cacos de vidro e torná-los novamente copo sobre a pia.

A seta do tempo coloca, portanto, duas questões que devem ser respon-

didadas:

- Por que os fenômenos à nossa volta são irreversíveis?
- Porque essa irreversibilidade não aparece em sistemas “pequenos” (com poucas partículas)?

Para entender melhor essas questões é preciso conhecer os conceitos de microestado, macroestado e multiplicidade, que serão apresentados nas próximas seções.

1.2 Macroestado e Microestado: Jogo de Dados

Os conceitos de microestado e macroestado estão relacionados com a diferenciação ou não cada elemento que compõe um sistema. Para compreender de forma mais simples o significado de microestado e macroestado, vamos considerar o lançamento de dois dados de seis lados.

Para um único dado temos seis resultados possíveis e igualmente prováveis, considerando que os dados não são viciados. Somando os resultados dos dois dados, teremos 11 valores possíveis, de 2 a 12. Entretanto, esses valores não são equiprováveis. A figura 1.2 mostra isso; alguns resultados são mais facilmente obtidos do que outros, pois existem mais formas de se chegar a eles. Por exemplo, existem 6 diferentes maneiras da soma resultar em 7 e apenas uma maneira desse resultado ser 12.

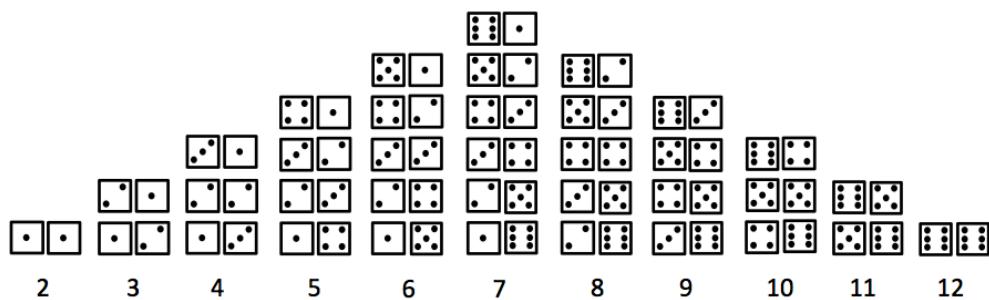


Figura 1.2: Possíveis resultados de jogo com dois dados. Os pares de dados representam microestados e os números (somadas) são os macroestados.

Temos então 36 (6×6) maneiras diferentes dos dois dados caírem, ilustradas pelos pares mostrados na figura 1.2. Cada uma dessas maneiras representa o que chamaremos de um *microestado*, ou seja, a descrição mais detalhada possível do resultado de um lançamento dos dois dados: qual o resultado do primeiro dado e qual o do segundo dado. No jogo de dados normalmente não estamos interessados no resultado individual de cada dado, só precisamos conhecer a soma deles. Nesse caso, o valor da soma especifica o *macroestado* do sistema. Por exemplo, o macroestado correspondente ao valor 10 da soma pode ser obtido com três microestados diferentes: 6 e 4, 5 e 5, e 4 e 6 (veja a coluna 10 na figura 1.2). Note que a descrição do microestado envolve a identificação do primeiro e segundo dados: 6 e 4 é um microestado diferente de 4 e 6.

Uma representação equivalente à da figura 1.2 está mostrada na figura 1.3 (esta representação parece ser a preferida pelos professores de matemática). A figura mostra os 36 microestados possíveis e equiprováveis, etiquetados pelo macroestado correspondente. Vemos novamente que alguns macroestados aparecem mais frequentemente do que outros. Por exemplo, o macroestado correspondente à soma 10 aparece 3 vezes, com já vimos.

+	•	• •	• • •	• • • •	• • • • •	• • • • • •
•	2	3	4	5	6	7
• •	3	4	5	6	7	8
• • •	4	5	6	7	8	9
• • • •	5	6	7	8	9	10
• • • • •	6	7	8	9	10	11
• • • • • •	7	8	9	10	11	12

Figura 1.3: Possíveis resultados de jogo com dois dados. Cada quadro identifica um microestado, etiquetado pelo macroestado correspondente. As três maneiras diferentes de se obter soma igual a 10 estão destacadas.

Num sistema físico mais típico, como um objeto macroscópico composto por muitas partículas, o microestado especificaria a posição e velocidade de cada partícula individualmente. Já o macroestado seria dado pelo volume, temperatura e outras grandezas macroscópicas necessárias para descrever a situação desse objeto.

1.3 Cara ou Coroa?

Microestados e macroestados também aparecem num jogo de cara ou coroa. Se a moeda não é viciada, ao jogá-la teremos iguais probabilidades de obter cara ou coroa (50% de chance para cada um dos resultados, desprezando a possibilidade de a moeda equilibrar-se na posição vertical). Podemos dizer que a moeda é um sistema de dois estados (cara ou coroa) e que eles são igualmente prováveis. Da mesma forma, se utilizarmos uma segunda moeda, esta também terá dois estados equiprováveis (cara ou coroa). Jogando as duas moedas teremos quatro resultados possíveis: cara e cara, cara e coroa, coroa e cara, coroa e coroa. Como esses resultados são igualmente prováveis, teremos uma probabilidade de 25% para cada um deles, como apresentado na tabela 1.1.

Moeda 1	Moeda 2	Probabilidade
Cara	Cara	1/4
Cara	Coroa	1/4
Coroa	Cara	1/4
Coroa	Coroa	1/4

Tabela 1.1: Resultados de cara ou coroa jogado com duas moedas: as quatro configurações são igualmente prováveis.

Os microestados do sistema de duas moedas são as quatro configurações mencionadas acima e mostradas na tabela 1.1. Conhecendo o microestado sabemos qual é a face visível de cada uma das moedas. Mas, vamos supor que não nos interessa ter uma descrição tão detalhada das moedas e que precisamos saber apenas quantas delas deram coroa. Nesse caso, teríamos apenas três resultados possíveis para uma jogada: nenhuma coroa, uma coroa e duas coroas. Esses são os nossos macroestados, e eles não seriam equiprováveis. A probabilidade de obter duas coroas é 25%, pois a esse macroestado só corresponde um microestado dos quatro possíveis. Pelo mesmo raciocínio, a probabilidade do resultado ser nenhuma coroa (ou seja, duas caras) também é 25%. Já a probabilidade de encontrar apenas uma coroa é 50%, pois a esse macroestado correspondem dois microestados (cara e coroa, coroa e cara). A tabela 1.2 mostra os macroestados e suas respectivas probabilidades.

Macroestado	Probabilidade
Nenhuma coroa	$1/4$
Uma coroa	$1/4 + 1/4 = 1/2$
Duas coroas	$1/4$

Tabela 1.2: Resultados de cara ou coroa com duas moedas, num jogo em que apenas o número de coroas é relevante. As probabilidades dos resultados (os macroestados) não são iguais.

1.4 Multiplicidade

Quando discutimos o jogo de dados, vimos que é mais provável encontrar a soma igual a 7 do que 12. A explicação para isso foi a de que existem seis maneiras diferentes de se obter a soma 7 e apenas uma forma de se chegar a 12. Encontramos algo semelhante no jogo de cara e coroa com duas moedas. É mais provável encontrar uma coroa do que nenhuma porque existem duas maneiras de se chegar ao primeiro resultado e apenas uma de se obter o segundo. Nos dois exemplos é fácil perceber que probabilidade de se encontrar um determinado macroestado é proporcional ao número de microestados que podem ser associados a esse macroestado. A esse número de microestados chamamos de *multiplicidade* do macroestado. Representaremos a multiplicidade pela letra grega Ω .

Falar em duas moedas, ou dois dados, para introduzir as ideias de microestado, macroestado e multiplicidade pode ser conveniente, mas esses não são sistemas físicos muito interessantes. Entretanto, eles fornecem uma base para a discussão de sistemas mais importantes do ponto de vista termodinâmico.

Dando um passo nesse sentido vamos estudar um modelo simplificado de gás ideal. Vamos considerar um sistema de partículas de dimensões desprezíveis no interior de um recipiente que tem dois lados, “esquerdo” e “direito”, de igual volume. A probabilidade de uma das partículas ser encontrada na metade da direita desse recipiente é igual à probabilidade dela ser encontrada no lado esquerdo. No modelo que discutiremos cada partícula tem apenas duas “posições”: esquerda ou direita. Iremos ignorar por enquanto a variação contínua das posições e as velocidades que deveriam ser consideradas em uma descrição mais realista. Nessa análise cada partícula se comporta como se fosse uma moeda; em vez de cara ou coroa temos esquerda ou direita.

Da mesma forma que nos exemplos anteriores, um microestado desse gás é determinado pela especificação do lado do recipiente em que se encontra cada partícula, ou seja, pela descrição mais detalhada possível (dentro do modelo)

da configuração do sistema. Já o macroestado será dado pelo número de partículas que está de cada lado, uma descrição menos detalhada do que a de um microestado porém mais útil do ponto de vista macroscópico.

Por exemplo, em um recipiente com apenas uma partícula há dois microestados igualmente prováveis: partícula do lado esquerdo ou partícula do lado direito. A figura 1.4 ilustra essas configurações. Note que não há uma barreira física entre os dois lados do recipiente; na figura, a linha divisória marca apenas a fronteira entre as duas metades. Nesse caso (não muito interessante do ponto de vista termodinâmico), os macroestados coincidem com os microestados e portando também são equiprováveis.

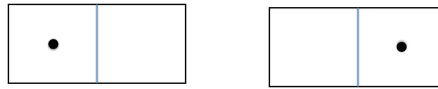
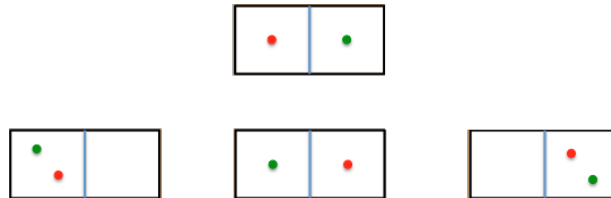


Figura 1.4: Microestados de uma única partícula num recipiente. Nesse caso os macroestados (se insistirmos em falar neles) coincidem com os microestados.

Microestados:



Macroestados:

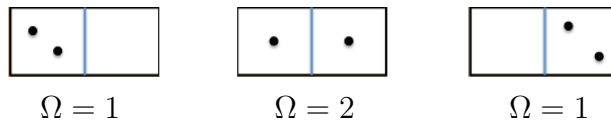


Figura 1.5: Microestados e macroestados de um sistema de duas partículas. As multiplicidades Ω dos macroestados estão indicadas.

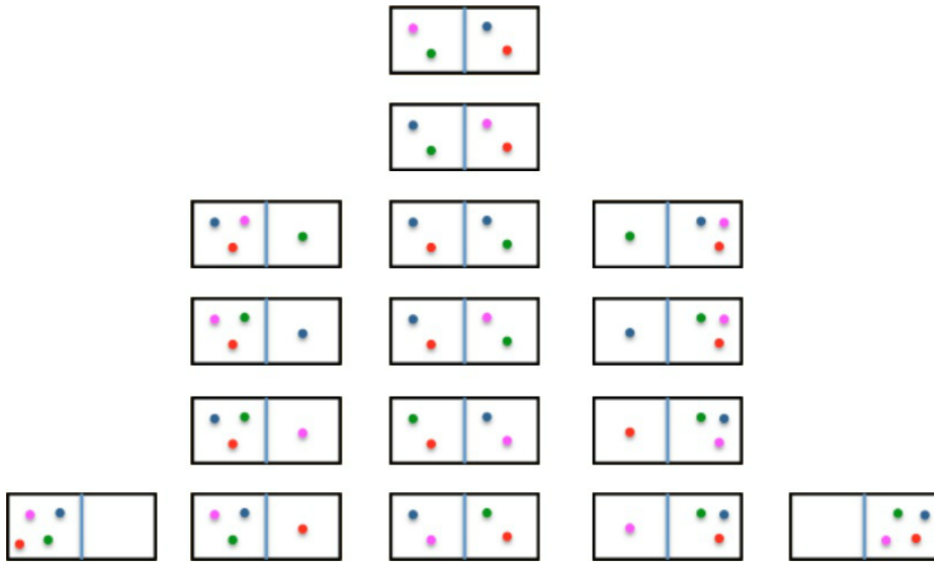
Com duas partículas, temos uma situação um pouco mais interessante que a anterior. Como no caso das duas moedas, temos quatro microestados igualmente prováveis e três macroestados que ocorrem com diferentes probabilidades. As configurações correspondentes a esses microestados e macroestados estão mostradas na figura 1.5. Acima de cada macroestado estão os

microestados associados a ele. A figura 1.5 também mostra as multiplicidades dos macroestados, facilmente encontradas contando as “caixinhas” sobre o cada um desses estados.

A multiplicidade do macroestado com uma partícula de cada lado é $\Omega = 2$, enquanto a dos macroestados com as duas partículas do mesmo lado é $\Omega = 1$. Por essa razão, nesse caso é duas vezes mais provável encontrar as partículas uniformemente distribuídas do que concentradas em um determinado lado.

No caso de quatro partículas, os microestados, macroestados e multiplicidades estão mostrados na figura 1.6. A situação é semelhante à encontrada com duas partículas, com uma diferença importante: agora a multiplicidade do macroestado em que as partículas estão uniformemente distribuídas é seis vezes maior (não apenas duas vezes maior) que a do macroestado com todas as partículas de um certo lado.

Microestados:



Macroestados:

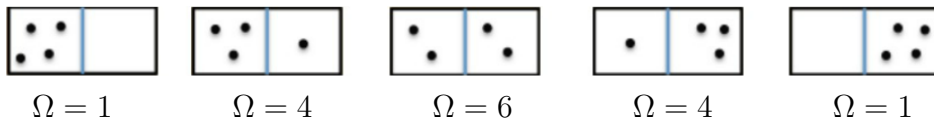


Figura 1.6: Microestados, macroestados e multiplicidades para um sistema de quatro partículas.

Vimos nesses exemplos que a multiplicidade depende do número total de

partículas e de quantas estão em cada parte do recipiente. A multiplicidade nada mais é que o número de maneiras diferentes de escolher n partículas (as que ficarão do lado esquerdo) de um total de N partículas, ou seja, é a combinação de N elementos agrupados n a n , $C(N, n) = N!/[n!(N - n)!]$. Portanto, a multiplicidade de um macroestado de um sistema de N partículas em que n estão num dos lados (como mostrado na figura 1.7) é dada por

$$\Omega(N, n) = \frac{N!}{n!(N - n)!}. \quad (1.1)$$

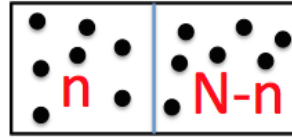


Figura 1.7: N partículas, das quais n ocupam o lado esquerdo do recipiente e $N - n$ o lado direito.

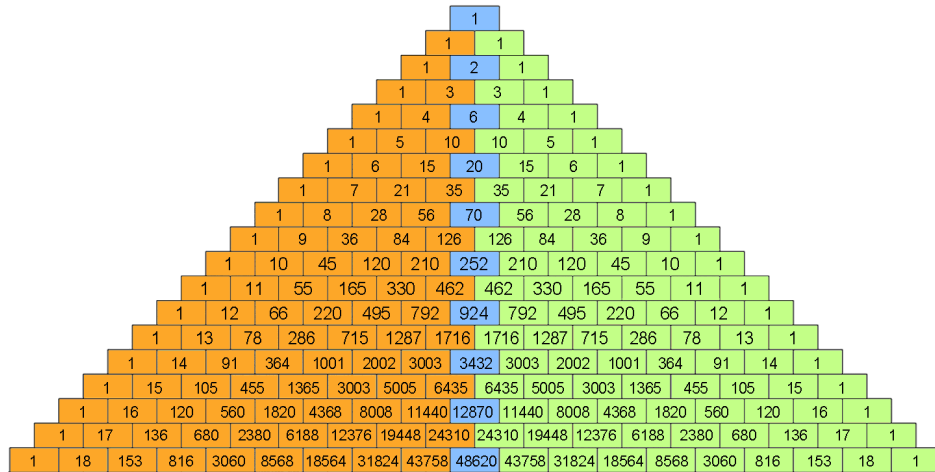


Figura 1.8: Triângulo de Pascal

Uma forma simples de se calcular as multiplicidades dadas pela equação (1.1) é construindo o triângulo de Pascal. Um triângulo de Pascal com N indo de 1 a 18 está mostrado na figura 1.8 (o número n varia ao longo de uma das linhas e N aumenta do topo para a base do triângulo). Analisando o triângulo linha a linha vemos que, à medida que N aumenta, a multiplicidade

dos macroestados em que as partículas estão uniformemente distribuídas pelo recipiente ($n \approx N/2$ torna-se muitíssimo maior que a multiplicidade dos macroestados em que as partículas concentram-se em um dos lados ($n \approx 0$ ou $n \approx N$). Por exemplo, para $N = 18$, a última linha mostrada na figura 1.8, a multiplicidade do macroestado com $n = N/2$ é $\Omega = 48.620$, quase 50 mil vezes maior que a multiplicidade do macroestado correspondente a $n = 0$. Se somarmos a esse número a multiplicidade dos estados com $n = N/2 \pm 1$ e $n = N/2 \pm 2$ encontraremos cerca de 200 mil microestados. O número total de microestados de um sistema de N partículas é 2^N , o que dá cerca de 260 mil. Portanto, para $N = 18$ os macroestados próximos à distribuição uniforme de partículas correspondem à grande maioria dos microestados acessíveis ao sistema.

É importante notar que $N = 18$ não é um número grande, pelo menos se comparado ao número de moléculas encontradas em uma quantidade típica de gás, que é da ordem de 10^{23} . O triângulo de Pascal não é uma grande ajuda em casos dessa magnitude, mas é possível mostrar que para esses números a imensa maioria (na verdade, a quase totalidade) dos microestados acessíveis correspondem à uma distribuição praticamente homogênea de partículas pelo recipiente.

1.5 A Origem da Irreversibilidade

O estudo sobre microestados, macroestados e multiplicidade nos permite agora compreender a origem da seta do tempo. Um exemplo tradicional de processo irreversível é a chamada expansão livre de um gás. Imaginemos um recipiente dividido em duas partes iguais por uma parede. Um gás ocupa uma dessas partes e a outra está vazia. Se a divisória entre os dois lados for removida, todos sabemos que o gás fluirá para a metade vazia até ocupar uniformemente todo o recipiente, atingindo o que chamamos de estado de *equilíbrio*. Esse é um exemplo padrão de irreversibilidade porque, afinal, ninguém diria que o gás pode voltar espontaneamente a ocupar uma metade do recipiente deixando um vácuo na outra.

Para entender a causa dessa irreversibilidade, vamos retornar ao modelo simples de gás da seção anterior. O estado inicial do sistema, no momento da retirada da parede, corresponde a todas as partículas em um dos lados do recipiente. A multiplicidade desse macroestado é $\Omega = 1$, como vimos nos exemplos que discutimos. Já o estado de equilíbrio, que corresponde a macroestados com distribuição homogênea de partículas, tem multiplicidade imensamente maior ($\Omega \gg 1$). A irreversibilidade surge porque é muito mais fácil ir de um macroestado de baixa multiplicidade (e portanto pouco

provável) para um de alta multiplicidade (muito provável) do que realizar espontaneamente o caminho inverso. Se o número de partículas for muito grande, ou seja, se o sistema for macroscópico, será praticamente obrigatório ir para o estado de equilíbrio e praticamente impossível sair dele. A figura 1.9 ilustra essa relação entre a seta do tempo e o aumento da multiplicidade em sistemas macroscópicos. É importante notar que nossa explicação mostra que a seta do tempo é um efeito estatístico, causado pelo fato de vivermos num mundo com muitas partículas. Num mundo microscópico, com poucas partículas, é possível e comum encontrarmos processos reversíveis.

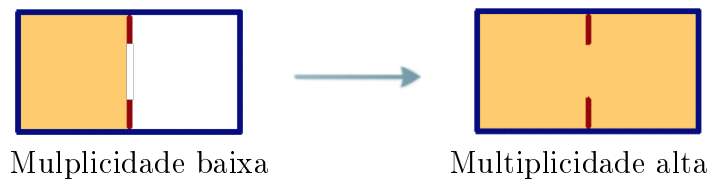


Figura 1.9: Expansão livre de um gás. Em um sistema com muitas partículas, é muitíssimo provável (obrigatório) a evolução de baixa multiplicidade para alta multiplicidade e pouquíssimo provável (impossível) uma evolução de alta multiplicidade para baixa multiplicidade. A seta do tempo está indicada na figura.

Desse ponto de vista estatístico, o estado de equilíbrio corresponderá ao macroestado de maior multiplicidade do sistema. Chegamos com isso a um enunciado da segunda lei da termodinâmica: *a multiplicidade de um sistema isolado nunca diminui*. Nas palavras de Ludwig Boltzmann, o responsável pela solução estatística da questão da seta do tempo:

“Na maioria dos casos o estado inicial será um estado muito improvável. A partir dele o sistema evolui rapidamente para estados mais prováveis até finalmente atingir o estado mais provável, isto é, o estado de equilíbrio térmico. [...] O sistema de partículas sempre evolui de um estado improvável para um estado provável.”

1.6 Entropia

Uma característica da multiplicidade é que para um sistema composto por dois subsistemas (1 e 2) de multiplicidades Ω_1 e Ω_2 , a multiplicidade é determinada pelo produto $\Omega_1 \times \Omega_2$. Ou seja, a multiplicidade não é uma grandeza

aditiva. Esse “problema” é resolvido pela introdução de uma nova grandeza, a *entropia*, representada pela letra S e definida como

$$S = k \ln \Omega, \quad (1.2)$$

onde k é a constante de Boltzmann, introduzida nessa definição por razões históricas ($k \approx 1,38 \times 10^{-23}$ J/K).

O logaritmo torna a entropia uma grandeza aditiva (ou extensiva, como se diz na termodinâmica). Para um sistema composto por dois subsistemas de entropias $S_1 = k \ln \Omega_1$ e $S_2 = k \ln \Omega_2$ (figura 1.10), a entropia total é a soma das entropias de cada parte:

$$\begin{aligned} S_{Total} &= k \ln \Omega_{Total} \\ &= k \ln(\Omega_1 \times \Omega_2) \\ &= k(\ln \Omega_1 + \ln \Omega_2) \\ &= S_1 + S_2 \end{aligned}$$

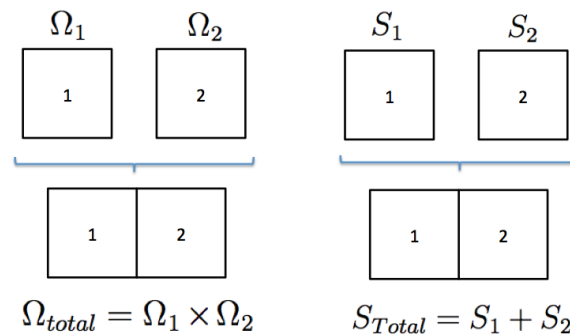


Figura 1.10: A multiplicidade e entropia de um sistema composto. A entropia é uma grandeza aditiva (extensiva), ao contrário da multiplicidade.

Além dessa propriedade, é importante ressaltar que a entropia é sempre positiva, já que $\Omega \geq 1$. Ela também é uma função crescente da multiplicidade, ou seja, se a multiplicidade nunca é reduzida num sistema isolado, o mesmo ocorre para entropia. Isso nos leva a reescrever a segunda lei da termodinâmica da seguinte forma:

A entropia de um sistema isolado nunca diminui.

Esta é uma das formulações canônicas da segunda lei da termodinâmica. Nenhuma outra lei física define um sentido para a passagem do tempo como a segunda lei. Como vimos, as leis microscópicas da física não distinguem passado de futuro. Dizer que a entropia de um sistema isolado nunca diminui significa afirmar que ela aumenta ou permanece constante. Se a entropia aumentar durante o processo, este não pode ser revertido, pois isso violaria a segunda lei. Processos desse tipo são ditos *irreversíveis*, caracterizados por $\Delta S > 0$. Se a entropia permanecer constante no processo ($\Delta S = 0$), esse pode ser revertido sem violar a segunda lei. Muito naturalmente, processos como esse são ditos *reversíveis*.

MÓDULO 2

Entropia e Temperatura

2.1 Entropia, Energia e Temperatura

Já vimos como a noção de entropia (ou multiplicidade) levou à explicação da seta do tempo e à segunda lei da termodinâmica. Discutiremos agora o que acontece quando combinamos os conceitos de energia e entropia. Veremos que isso leva a uma compreensão mais profunda do que seja temperatura e a novas formulações da segunda lei.

2.1.1 O Conceito de Temperatura

Temperatura é um dos conceitos mais fundamentais da termodinâmica e também um dos mais difíceis de compreender e definir. Usualmente, chamamos de temperatura *a quantidade que informa quão quente ou frio é um objeto em relação a algum padrão*. Essa descrição, embora correta, não é muito precisa (o que é “algum padrão?”). Uma formulação mais cuidadosa é a definição termométrica: *temperatura é aquilo que se mede com um termômetro*. Essa definição obviamente não favorece a compreensão do conceito de temperatura, na medida em que depende de uma escolha mais ou menos arbitrária do que seja um termômetro.

A temperatura também é associada à propriedade fundamental dos sistemas termodinâmicos de atingirem o equilíbrio após contato térmico. Temperatura é a “coisa” que é igual quando dois objetos estão em equilíbrio. Nesse contexto, contato (térmico) significa que os objetos podem trocar energia espontaneamente na forma de calor e a temperatura é a grandeza que se torna igual para os objetos quando o equilíbrio é estabelecido, ou seja, quando não há mais troca de calor. Isso leva a uma caracterização da temperatura como uma medida da tendência de um objeto dar espontaneamente energia

ao entorno. Para dois corpos em contato térmico, *o calor tende a fluir espontaneamente do corpo que possui a maior temperatura para o corpo de menor temperatura.*

A caracterização da temperatura a partir do equilíbrio térmico está na base da noção de termômetro, mas não ajuda a escolher uma substância ou escala termométrica, ou seja, não resolve a ambiguidade inerente à definição operacional.

Outra maneira usual de compreender o conceito de temperatura é associá-lo ao grau de agitação das partículas de um corpo. Contudo, essa relação entre temperatura e agitação térmica não é a mesma para diferentes tipos de sistema. Outro problema dessa associação é que existem sistemas termodinâmicos que não são formados por átomos, mas mesmo assim podem possuir temperatura, como a radiação eletromagnética.

Na próxima seção discutiremos uma definição mais abrangente e menos ambígua de temperatura, que engloba as características apresentadas acima e que nos permite explorar as consequências da segunda lei com grande facilidade.

2.1.2 Definição Termodinâmica de Temperatura

A entropia de um sistema termodinâmico é definida a partir do conceito de multiplicidade, ou seja, quantos microestados estão associados a um determinado estado macroscópico. Esse estado é caracterizado por quantidades igualmente macroscópicas como o volume V , o número de partículas N e a energia interna U . Como diferentes macroestados têm diferentes multiplicidades, a entropia deve ser uma função dessas variáveis, $S = S(U, V, N)$. Vamos supor, por hora, que o volume e o número de partículas estão fixos, de modo que podemos pensar na entropia como função apenas da energia interna, $S = S(U)$. Uma relação típica entre a entropia e a energia está ilustrada no gráfico da figura 2.1.

A definição termodinâmica de temperatura (T) é

$$\frac{1}{T} = \frac{\Delta S}{\Delta U} \quad (2.1)$$

onde ΔU é uma pequena variação da energia interna e ΔS a correspondente mudança na entropia. Essas variações estão mostradas na figura 2.1. Essa definição é equivalente a dizer que

$$T = \frac{\Delta U}{\Delta S}, \quad (2.2)$$

embora essa forma seja menos usada pois é mais comum trabalharmos com a função $S(U)$ do que com sua inversa.

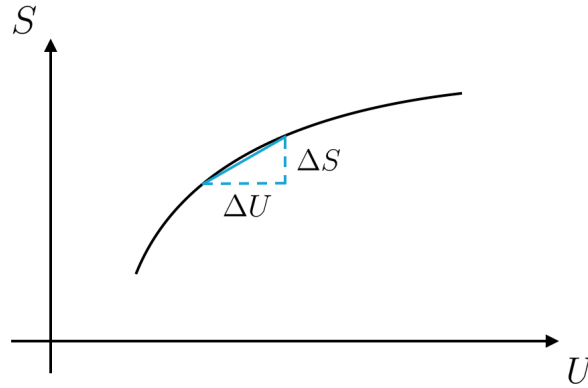


Figura 2.1: Gráfico típico da entropia (S) em função da energia interna (U) de um sistema termodinâmico. A temperatura T é dada pela inclinação da curva: $1/T = \Delta S/\Delta U$.

Uma aplicação importante desses conceitos pode ser realizada no caso dos sistemas conhecidos como *reservatórios térmicos*. Estes são definidos como sistemas tão grandes que podem perder ou ganhar calor sem alteração de sua temperatura e de variáveis termodinâmicas como volume e número de partículas. Um reservatório térmico só interage termicamente com outros sistemas. Trocas de energia com um reservatório envolvem apenas transferências de calor, sem realização de trabalho. Se o trabalho W é nulo, a primeira lei da termodinâmica nos permite afirmar que a variação da energia deve-se somente à troca de calor Q :

$$\Delta U = Q - W,$$

$$W = 0 \implies \Delta U = Q.$$

Então, a variação da entropia em um reservatório térmico pode ser escrita como

$$\Delta S = \frac{Q}{T}, \quad (2.3)$$

Deve-se notar que, como a temperatura do reservatório é constante, a expressão (2.3) pode ser utilizada para qualquer valor de Q , não apenas para pequenas trocas de calor.

A definição termodinâmica nos permite caracterizar altas e baixas temperaturas da seguinte maneira. Para uma mesma variação de energia, teremos:

- pequenas variações de entropia em altas temperaturas;
- grandes variações de entropia em baixas temperaturas.

Como veremos, essa caracterização facilita muito a aplicação da segunda lei a uma variedade de sistemas.

2.1.3 Da Definição ao Conceito de Temperatura

Apresentamos a definição termodinâmica de temperatura com o argumento que esta seria mais abrangente que as definições usuais como “a coisa que é igual quando dois objetos estão em equilíbrio térmico” ou “a grandeza que indica a tendência de um corpo dar espontaneamente energia a outro”. Entretanto, essas propriedades são importantes e representam conceitualmente a temperatura. Nesta seção, queremos mostrar que a definição termodinâmica leva naturalmente a essas características. Mais precisamente, queremos usar a definição termodinâmica para mostrar que as temperaturas de dois corpos são iguais no equilíbrio térmico e que, quando há contato térmico entre dois corpos com temperaturas diferentes, o calor é transferido do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura. Um produto da discussão nesta seção será o enunciado de Clausius para a segunda lei da termodinâmica.

Começaremos pela questão do fluxo de calor. Vamos considerar um sistema isolado composto por dois objetos (1 e 2) em contato térmico. Por simplicidade vamos supor também que esses objetos são reservatórios térmicos, que a temperatura de 1 é maior que a de 2 ($T_1 > T_2$) e que uma quantidade positiva de calor Q passa de 1 para 2. Vimos ao final da seção 2.1.2 que, como a temperatura do objeto 1 é “alta”, a perda de uma energia Q gera uma “pequena” diminuição na entropia. Por outro lado, o ganho dessa energia Q pelo corpo 2, de temperatura “baixa”, gera uma “grande” variação na entropia. Assim, a entropia total do sistema aumenta e esse processo está de acordo com a segunda lei da termodinâmica. A figura 2.2 descreve esse processo.

Reproduzindo esse argumento matematicamente, teríamos que a variação da entropia do objeto 1 seria

$$\Delta S_1 = -\frac{Q}{T_1}$$

onde o sinal de menos, que indica que a entropia diminuiu, vem do fato desse corpo perder energia ($\Delta U_1 = -Q$). Da mesma forma, a entropia do corpo 2 varia de

$$\Delta S_2 = \frac{Q}{T_2}.$$

Essa variação é positiva pois o corpo ganha energia ($\Delta U_2 = Q$). Como $T_1 > T_2$,

$$\frac{Q}{T_1} < \frac{Q}{T_2}.$$

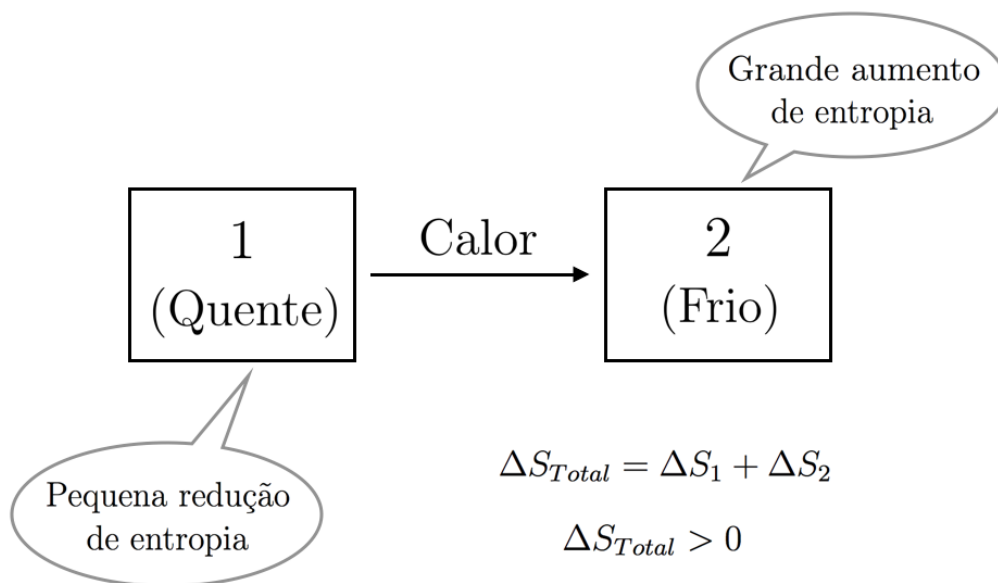


Figura 2.2: Sistema composto por dois objetos em contato térmico. A entropia total do sistema aumenta quando o calor flui de um corpo quente para um corpo frio.

Devido a essa desigualdade, a variação da entropia do sistema total, dada por

$$\Delta S_{Total} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2} \quad (2.4)$$

será positiva:

$$\Delta S_{Total} > 0.$$

Assim, vemos que nossa definição de temperatura é consistente com o fato de que o calor flui do quente para o frio.

Consideremos agora o caso oposto, em que o corpo 2 perde uma quantidade de calor positiva Q para o corpo 1, como mostrado na figura 2.3. Como o corpo 2 é “frio”, sua entropia diminui muito. Já a entropia do corpo 1 aumenta pouco, pois este é “quente”. Assim, a entropia total diminuiria se calor passasse espontaneamente de um corpo frio para um quente. Portanto, esse processo é impossível.

Matematicamente, teremos

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= Q, \\ \Delta U_2 &= -Q, \end{aligned}$$

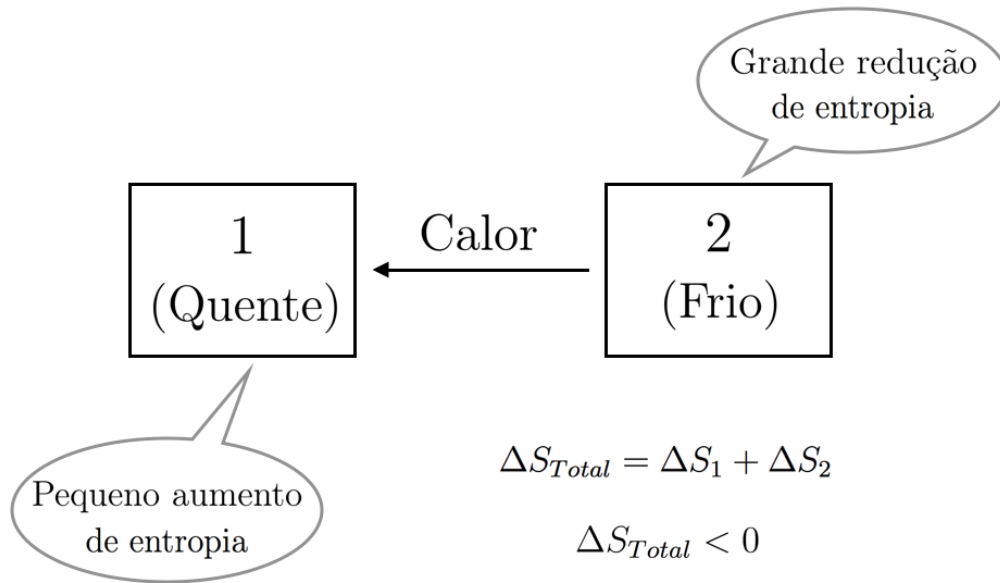


Figura 2.3: Sistema composto por dois objetos em contato térmico. A transferência espontânea de calor de um corpo frio para um corpo quente viola a segunda lei da termodinâmica.

de forma que

$$\Delta S_1 = \frac{Q}{T_1},$$

$$\Delta S_2 = -\frac{Q}{T_2}.$$

Como ainda temos que $T_1 > T_2$, mantém-se a desigualdade

$$\frac{Q}{T_1} < \frac{Q}{T_2}.$$

Dessa forma a variação da entropia do sistema total será

$$\Delta S_{Total} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{Q}{T_1} - \frac{Q}{T_2}$$

que é negativa,

$$\Delta S_{Total} < 0,$$

um resultado incompatível com a segunda lei da termodinâmica, como já vimos acima, pois a entropia de um sistema isolado não pode diminuir. Logo, calor não passa espontaneamente de um corpo frio para um quente.

A conclusão acima é, essencialmente, o enunciado de Clausius para a segunda lei da termodinâmica:

“É impossível realizar um processo cujo único efeito seja transferir calor de um corpo mais frio para um corpo mais quente.”

Embora este enunciado tenha sido formulado empiricamente, vimos que ele tem uma demonstração simples a partir da formulação entrópica da segunda lei e da definição termodinâmica de temperatura.

Outro aspecto que a definição termodinâmica de temperatura deve contemplar é a condição de equilíbrio térmico. Vamos considerar novamente um sistema isolado formado por dois objetos, 1 e 2, de volumes constantes e em contato térmico. Já vimos que, se $T_1 > T_2$, calor fluirá espontaneamente de 1 para 2, aumentando a entropia do sistema total. Da mesma forma, se se $T_2 > T_1$, calor fluirá espontaneamente de 2 para 1 e a entropia também aumentará. Portanto, só haverá uma situação sem troca de calor, ou seja, de equilíbrio, aquela em que $T_1 = T_2$. Assim, dois corpos estarão em equilíbrio térmico se e somente se estiverem à mesma temperatura.

2.2 Máquinas Térmicas

Uma máquina térmica utiliza o calor fornecido por uma fonte térmica quente para realizar trabalho. Como toda boa máquina ela deve operar em ciclos, que podem ser repetidos indefinidamente. Após cada um desses ciclos a máquina retorna ao seu estado (macroscópico) inicial. O estudo da eficiência dessas máquinas é um tema obviamente importante que, historicamente, está na origem da segunda lei da termodinâmica. Veremos como o conceito estatístico de entropia e a definição termodinâmica de temperatura facilitam a compreensão do funcionamento das máquinas térmicas. Um produto dessa discussão será mais um enunciado da segunda lei, proposto por Kelvin.

2.2.1 A Máquina Perfeita é Possível?

A primeira pergunta que poderíamos fazer sobre máquinas térmicas é se é possível construir uma máquina “perfeita”, que opere sem desperdício transformando todo o calor que recebe da fonte quente ao longo de um ciclo em trabalho. Na figura 2.4 temos a representação de uma dessas máquinas perfeitas. Nesse exemplo, o calor absorvido pela máquina é integralmente utilizado para suspender uma carga. Em outras palavras, o trabalho realizado pelo motor aumenta a energia potencial da massa erguida.

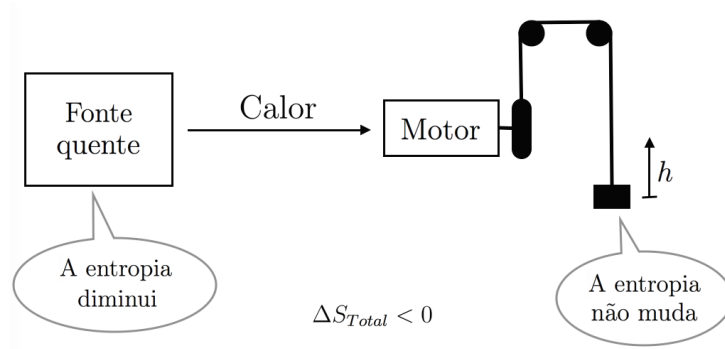


Figura 2.4: A máquina térmica “perfeita”. A fonte quente está à temperatura T_{quente} e cede calor a um motor responsável por erguer uma massa, sob ação de gravidade, até uma altura h . Esse motor viola a segunda lei da termodinâmica.

O rendimento (ou eficiência) η de uma máquina térmica é definido pela razão entre o trabalho realizado W e o calor positivo Q_{quente} recebido da fonte quente pelo motor:

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{quente}}}. \quad (2.5)$$

Na máquina perfeita da figura 2.4, o rendimento é $\eta = 1$, já que $W = Q_{\text{quente}}$. Isso significa que 100% da energia “paga” (o calor Q_{quente} retirado da fonte) é utilizada para realizar o trabalho W desejado – nada é desperdiçado.

Para saber se é possível construir essa máquina vamos analisar o que acontece com a entropia. Sabemos que $\Delta S_{\text{total}} \geq 0$ para um sistema isolado. Não deve ser diferente para o sistema formado pela fonte quente, o motor e a massa a ser levantada. A fonte quente é, por hipótese, um reservatório térmico, e, portanto, a variação da entropia S_{quente} da fonte quente, após um ciclo do motor é

$$\Delta S_{\text{quente}} = -\frac{Q_{\text{quente}}}{T_{\text{quente}}},$$

onde T_{quente} é a temperatura da fonte.

A variação da entropia S_{motor} do motor é nula após um ciclo, pois os estados inicial e final do motor são os mesmos:

$$\Delta S_{\text{motor}} = 0.$$

Para a massa que está sendo erguida, a mudança de altura não altera sua entropia S_{massa} . Afinal, se a forma e a temperatura do corpo são mantidas,

o número de maneiras de as partículas que o compõe se organizarem (a multiplicidade do macroestado do corpo) não se altera devido à mudança de altura. Se a multiplicidade é constante, não há variação de entropia e

$$\Delta S_{\text{massa}} = 0.$$

Então, para a entropia total do sistema teríamos

$$\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{quente}} + \Delta S_{\text{motor}} + \Delta S_{\text{massa}} = -\frac{Q_{\text{quente}}}{T_{\text{quente}}},$$

ou seja,

$$\Delta S_{\text{total}} < 0,$$

o que viola a segunda lei da termodinâmica. A máquina perfeita não pode ser construída!

Este resultado coincide com o enunciado da segunda lei da termodinâmica proposto por Kelvin:

“É impossível realizar um processo cujo único efeito seja remover calor de um reservatório térmico e produzir uma quantidade equivalente de trabalho.”

Se é impossível construir uma máquina térmica com rendimento 100%, somos levados à próxima pergunta: que máquinas seriam possíveis? A resposta será dada na próxima seção.

2.2.2 A Máquina Térmica Possível

A máquina perfeita viola a segunda lei da termodinâmica porque a variação da entropia em um ciclo é negativa ($\Delta S_{\text{total}} < 0$). Uma máquina térmica possível deve ter variação de entropia maior ou igual a zero ($\Delta S_{\text{total}} \geq 0$). Logo, o sistema deve ter pelo menos um elemento cuja entropia aumente. Um reservatório térmico de baixa temperatura pode fazer isso, pois já vimos que a pequenas temperaturas a entropia aumenta mais facilmente que a altas temperaturas. Assim, se rejeitarmos parte do calor que retiramos da fonte quente para o reservatório frio, podemos ter um aumento da entropia total sem comprometer a capacidade de realizar algum trabalho. Essa máquina está representada na figura 2.5.

Vamos chamar de Q_{quente} ao calor (positivo) que o motor recebe da fonte em um ciclo e Q_{frio} o calor (positivo) rejeitado para o reservatório frio. Pela primeira lei da termodinâmica, o trabalho W realizado pelo motor durante esse ciclo será

$$W = Q_{\text{quente}} - Q_{\text{frio}}. \quad (2.6)$$

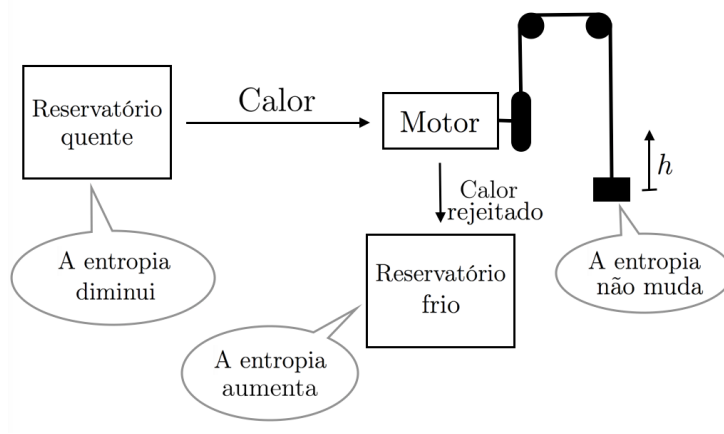


Figura 2.5: A máquina térmica possível. Parte do calor recebido da fonte quente é rejeitado para o reservatório frio, de modo que $\Delta S_{total} \geq 0$.

Como a máquina deve realizar algum trabalho, devemos ter $W > 0$ e, portanto, $Q_{quente} > Q_{frio}$. Mas, apenas isso não basta: devemos ter $\Delta S_{total} \geq 0$. A mudança da entropia do reservatório quente é

$$\Delta S_{quente} = -\frac{Q_{quente}}{T_{quente}},$$

e a do reservatório frio é

$$\Delta S_{frio} = \frac{Q_{frio}}{T_{frio}},$$

onde T_{quente} e T_{frio} são as temperaturas dos reservatórios. Já vimos que em um ciclo a entropia do motor e da massa erguida não mudam, de modo que a variação da entropia total do sistema é

$$\Delta S_{Total} = \Delta S_{quente} + \Delta S_{frio} = -\frac{Q_{quente}}{T_{quente}} + \frac{Q_{frio}}{T_{frio}}. \quad (2.7)$$

Como $\Delta S_{Total} \geq 0$, temos que

$$\frac{Q_{frio}}{T_{frio}} \geq \frac{Q_{quente}}{T_{quente}}, \quad (2.8)$$

o que é equivalente a

$$\frac{Q_{frio}}{Q_{quente}} \geq \frac{T_{frio}}{T_{quente}}. \quad (2.9)$$

Assim, uma máquina térmica que opere entre dois reservatórios de temperaturas diferente pode ser construída desde que a condição imposta pela

segunda lei da termodinâmica, expressa nas desigualdades (2.8) ou (2.9), seja satisfeita.

Como uma máquina térmica necessariamente deve rejeitar uma parte do calor recebido da fonte quente, seu rendimento sempre será inferior a 100%. Para determinar o limite que a segunda lei impõe ao rendimento de máquinas reais, notemos, utilizando a equação (2.6), que η pode ser escrito como

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{quente}}} = \frac{Q_{\text{quente}} - Q_{\text{frio}}}{Q_{\text{quente}}} = 1 - \frac{Q_{\text{frio}}}{Q_{\text{quente}}}. \quad (2.10)$$

O maior valor possível para esse rendimento será alcançado quando a razão $Q_{\text{frio}}/Q_{\text{quente}}$ for a menor possível. Da desigualdade (2.9), vemos que isso ocorre quando

$$\frac{Q_{\text{frio}}}{Q_{\text{quente}}} = \frac{T_{\text{frio}}}{T_{\text{quente}}}. \quad (2.11)$$

Portanto, o valor máximo para o rendimento é

$$\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_{\text{frio}}}{T_{\text{quente}}}, \quad (2.12)$$

ou seja, para qualquer máquina térmica,

$$\eta \leq 1 - \frac{T_{\text{frio}}}{T_{\text{quente}}}. \quad (2.13)$$

2.2.3 A Máquina de Carnot

Deve-se notar que a segunda lei da termodinâmica não determina qual será o rendimento de uma dada máquina, isso dependerá de sua construção. Ela apenas determina um limite que deve ser obedecido qualquer que seja o mecanismo de operação da máquina. Entretanto, podemos dizer algo sobre as máquinas que apresentam rendimento máximo ($\eta = \eta_{\text{max}}$): elas devem ser *reversíveis*. Para demonstrar isso, vemos que a condição de eficiência máxima, a equação (2.11), é equivalente a

$$\frac{Q_{\text{frio}}}{T_{\text{frio}}} = \frac{Q_{\text{quente}}}{T_{\text{quente}}}, \quad (2.14)$$

e portanto

$$\Delta S_{\text{Total}} = -\frac{Q_{\text{quente}}}{T_{\text{quente}}} + \frac{Q_{\text{frio}}}{T_{\text{frio}}} = 0, \quad (2.15)$$

ou seja, essas máquinas são reversíveis.

Além de serem as máquinas mais eficientes possíveis, as máquinas reversíveis têm outra propriedade importante, seu rendimento depende apenas das temperaturas entre as quais ela opera, não de seu mecanismo específico, desde que este seja reversível. Isso foi notado por Sadi Carnot em 1824 e as máquinas reversíveis operando entre dois reservatórios térmicos são chamadas de *máquinas de Carnot*.

2.3 A Desigualdade de Clausius

A discussão sobre a variação de entropia numa troca de calor entre dois reservatórios térmicos, feita na Seção 2.1, nos mostrou que a definição termodinâmica de temperatura implica no enunciado de Clausius para a segunda lei da termodinâmica. Podemos também considerar o que ocorre quando a troca de calor se dá entre um reservatório térmico R e um sistema termodinâmico qualquer, como representado na figura 2.6. O sistema em contato térmico com o reservatório R não é necessariamente um outro reservatório térmico, ou seja, ele pode passar por variações de temperatura e volume, realizar trabalho, etc.

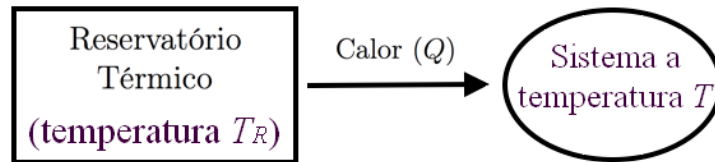


Figura 2.6: Um reservatório térmico a temperatura T_R troca calor com um sistema termodinâmico a temperatura T .

Vamos supor que o reservatório térmico tem temperatura T_R e cede uma quantidade de calor Q para o sistema termodinâmico, que está inicialmente à temperatura T . A variação de entropia S_{Total} do conjunto $R + A$ é a soma das variações das entropias do reservatório, S_R , e do sistema, S ,

$$\Delta S_{Total} = \Delta S + \Delta S_R.$$

Como a variação de entropia do reservatório térmico é dada por

$$\Delta S_R = -\frac{Q}{T_R}$$

e entropia de um sistema isolado não pode diminuir ($\Delta S_{Total} \geq 0$), temos que

$$\Delta S - \frac{Q}{T_R} \geq 0.$$

Portanto, a variação da entropia do sistema deve ser tal que

$$\Delta S \geq \frac{Q}{T_R}, \quad (2.16)$$

um resultado conhecido como *desigualdade de Clausius*.

Se o processo de troca de calor for reversível, teremos $\Delta S_{Total} = 0$ e

$$\Delta S = \frac{Q}{T_R}. \quad (2.17)$$

Uma forma conveniente da equação (2.17) é obtida escrevendo-a em termos da temperatura T do sistema. Para isso, notemos que uma troca de calor reversível não tem um sentido preferencial e, portanto, a troca reversível não pode ocorrer entre um corpo quente e outro mais frio. Isso significa que o reservatório e o sistema devem estar à mesma temperatura, ou seja, $T_R = T$.[†] Assim, em um *processo reversível*, a variação da entropia é dada por

$$\Delta S = \frac{Q}{T}, \quad (2.18)$$

onde T é a temperatura do sistema. Como a temperatura deve manter-se constante, igual a T_R , a relação (2.18) só é válida para um processo reversível isotérmico (ou se o calor Q for tão pequeno que a mudança de temperatura pode ser ignorada).

Os resultados acima podem ser estendidos para processos em que a temperatura não é constante. Vamos supor que o sistema termodinâmico troca calor sucessivamente com n reservatórios térmicos $R_1, R_2, \dots, R_n$, a temperaturas $T_{R_1}, T_{R_2}, \dots, T_{R_n}$. Nesse caso a variação da entropia total é dada por

$$\begin{aligned} \Delta S_{Total} &= \Delta S + \Delta S_{R_1} + \Delta S_{R_2} + \dots + \Delta S_{R_n} \\ &= \Delta S + \sum_{i=1}^n \Delta S_{R_i}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

[†]A demonstração de que $T_R = T$ deve ser feita com algum cuidado, pois se T for exatamente igual a T_R não haverá troca de calor e teremos $Q = 0$. Uma troca de calor reversível corresponde, na verdade, ao caso limite em que a diferença de temperaturas é muito pequena. Se no início do processo tivermos $T_R = T + \Delta T$ e ao final a temperatura do sistema for T_R , é fácil mostrar que $Q = C\Delta T$ e $\Delta S_{Total} = C(\Delta T)^2/T_R^2$, onde C é a capacidade térmica do sistema. Vemos que se $\Delta T \rightarrow 0$, ΔS_{Total} tende a zero mais rapidamente que Q , ou seja, o processo pode tornar-se praticamente reversível mesmo para valores não nulos de Q .

onde ΔS_{R_i} é a variação da entropia do reservatório R_i , dada por

$$\Delta S_{R_i} = -\frac{Q_i}{T_{R_i}},$$

Q_i sendo o calor cedido por R_i ao sistema. Como $\Delta S_{Total} \geq 0$ temos

$$\Delta S - \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_{R_i}} \geq 0$$

e, finalmente,

$$\Delta S \geq \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_{R_i}}, \quad (2.20)$$

que generaliza a desigualdade (2.16) para o caso de múltiplas fontes térmicas a diferentes temperaturas.

Se as n trocas de calor forem *reversíveis* teremos $\Delta S_{Total} = 0$ e a cada troca a temperatura T_i do sistema deverá ser igual à do reservatório correspondente, T_{R_i} . Assim,

$$\Delta S = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i}. \quad (2.21)$$

Como cada uma das n trocas reversíveis de calor é um processo isotérmico, após interagir com um reservatório o sistema deve passar por uma transformação adiabática reversível que leve sua temperatura até aquela do próximo reservatório.

Se o número de reservatórios tende a infinito, com diferenças infinitesimais de temperatura de um reservatório para o seguinte, podemos reescrever as somas nas equações (2.20) e (2.21) como integrais, obtendo

$$\Delta S \geq \int_a^b \frac{dQ}{T_R}. \quad (2.22)$$

Para *processos reversíveis*,

$$\Delta S = \int_a^b \frac{dQ}{T}, \quad (2.23)$$

onde T é a temperatura do sistema, que varia continuamente. Nessas integrais os limites a e b representam os estados inicial e final do sistema, ou seja, $\Delta S = S_b - S_a$.

É importante lembrar que a quantidade infinitesimal de calor dQ encontrada nas integrais (2.22) e (2.23) não é uma “diferencial exata”; ela não

corresponde à variação de uma quantidade Q associada ao estado do sistema. O calor absorvido durante uma transformação termodinâmica não é determinado apenas pelos estados inicial e final do sistema, mas também pela maneira como a transformação foi realizada – dizemos que o calor Q é uma *variável de processo*, não uma *função de estado*. Para evitar confusão, algumas vezes a “diferencial inexata” dQ é escrita como $\text{đ}Q$ ou δQ . Da mesma forma, o trabalho infinitesimal dW também é uma diferencial inexata e, por isso, é às vezes representado por $\text{đ}W$ ou δW . Não utilizaremos essas notações no presente texto.

A equação (2.23) é muito útil, pois nos permite obter a variação da entropia de um sistema termodinâmico sem ter que calcular as multiplicidades Ω_a e Ω_b dos macroestados a e b . É importante notar que o caminho utilizado na integral (2.23) pode ser qualquer, desde que leve de a até b e seja reversível. Se estivermos estudando uma situação concreta, na qual o sistema passa de a para b por um processo complicado e possivelmente irreversível, podemos calcular ΔS utilizando na integração um caminho reversível simples que conecte os mesmos estados a e b .

No caso de um *processo cíclico*, como nas máquinas térmicas, os estados inicial e final do sistema coincidem e temos $\Delta S = 0$. Com isso a equação (2.22) torna-se

$$\oint \frac{dQ}{T_R} \leq 0, \quad (2.24)$$

onde a integral é realizado sobre um ciclo do sistema (o círculo no sinal de integração representa isso). Essa é formulação usual da desigualdade de Clausius, um pouco diferente mas equivalente àquela que introduzimos na equação (2.16). Para *ciclos reversíveis* a desigualdade de Clausius torna-se uma identidade:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (2.25)$$

2.4 Entropia de um Gás Ideal

Um gás ideal monoatômico é caracterizado pelas equações de estado

$$PV = nRT$$

e

$$U = \frac{3}{2}nRT.$$

Vamos usar essas equações para calcular a variação da entropia do gás entre dois estados quaisquer. Para uma pequena mudança *reversível* de estado, a

primeira lei da termodinâmica diz que

$$dQ = dU + PdV.$$

Com auxílio das equações de estado obtemos

$$dQ = \frac{3}{2}nRdT + \frac{nRT}{V}dV$$

e a variação da entropia é dada por

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{3}{2}nR\frac{dT}{T} + nR\frac{dV}{V}.$$

Em uma transformação qualquer de um estado a para um estado b , a mudança da entropia do gás será então

$$\Delta S = \frac{3}{2}nR \int_{T_a}^{T_b} \frac{dT}{T} + nR \int_{V_a}^{V_b} \frac{dV}{V}.$$

Fazendo as integrações encontramos finalmente

$$\Delta S = \frac{3}{2}nR \ln \left(\frac{T_b}{T_a} \right) + nR \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right). \quad (2.26)$$

A equação (2.26) pode ser utilizada para calcular ΔS em vários processos de interesse, alguns dos quais estão discutidos abaixo.

- *Processo isotérmico*

Nesse caso $T_a = T_b$. Da equação (2.26) temos então que

$$\Delta S = nR \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right).$$

Num processo isotérmico, $P_a V_a = P_b V_b$ (a lei de Boyle). Com isso, em termos das pressões a mudança na entropia pode ser escrita como

$$\Delta S = -nR \ln \left(\frac{P_b}{P_a} \right).$$

- *Expansão livre*

Esta é uma expansão adiabática irreversível ($V_b > V_a$). Não há troca de calor nem realização de trabalho ($Q = W = 0$), o que implica em

$\Delta U = 0$ e, conseqüentemente, em $T_a = T_b$. Portanto a expansão livre é um processo isotérmico e vale o resultado anterior:

$$\Delta S = nR \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right) .$$

Note, entretanto, que numa expansão livre o gás está isolado de seu meio exterior e por isso sua entropia (e conseqüentemente seu volume) só pode aumentar. Num processo isotérmico mais geral o gás pode interagir com o ambiente ($Q = W \neq 0$) de modo que apenas a entropia total do sistema gás/ambiente fica impedida de diminuir. Nada proíbe que a entropia do gás diminua (e seu volume também), desde que isso seja compensado pelo aumento da entropia do meio externo.

- *Processo isobárico*

Num processo isobárico a pressão permanece constante e $V_b/V_a = T_b/T_a$ (a lei de Charles). Com isso, a equação (2.26) torna-se

$$\Delta S = \frac{5}{2}nR \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right) = \frac{5}{2}nR \ln \left(\frac{T_b}{T_a} \right) .$$

- *Processo isovolumétrico*

Num processo isovolumétrico (também chamado isocórico ou isométrico) o volume do gás é mantido constante, ou seja, $V_b = V_a$. Nesse caso a equação (2.26) leva a

$$\Delta S = \frac{3}{2}nR \ln \left(\frac{T_b}{T_a} \right) .$$

A volume constante temos que $P_b/P_a = T_b/T_a$ (a lei de Gay-Lussac), de modo que ΔS também pode ser escrito como

$$\Delta S = \frac{3}{2}nR \ln \left(\frac{P_b}{P_a} \right) .$$

- *Processo adiabático reversível*

Num processo adiabático, $dQ = 0$. Se além de adiabático o processo for reversível, a equação (2.23) implicará em

$$\Delta S = 0 .$$

Esse resultado não está restrito a gases ideais. Em qualquer sistema termodinâmico um processo adiabático reversível é *isentrópico*, ou seja, a entropia do sistema é conservada.

MÓDULO 3

Entropia e Pressão

O estudo da relação entre entropia, energia e temperatura, feito no módulo anterior, mostrou-se produtivo. Algo semelhante pode ser realizado com outras grandezas. Neste módulo, discutiremos a relação que há entre entropia, volume e pressão.

3.1 O Conceito de Pressão

O conceito usual de pressão (p) é que esta grandeza é dada pela razão entre a força F e a área A sobre a qual esta atua:

$$p = \frac{F}{A}. \quad (3.1)$$

A partir dessa relação entre pressão e força, podemos determinar condições de equilíbrio mecânico para sistemas envolvendo fluidos. Dois resultados, análogos aos que tratamos no caso da temperatura, são importantes:

- Na ausência de outras forças (gravitacional, etc.), a pressão em um fluido será constante se este estiver em equilíbrio mecânico.
- Um corpo imerso em um fluido será empurrado por este na direção da maior para a menor pressão.

Na próxima seção, mostraremos como a pressão pode ser calculada a partir de quantidades termodinâmicas como entropia e volume, o que simplifica a análise de problemas de física térmica que envolvem o equilíbrio mecânico. A compatibilidade dessa definição termodinâmica com o conceito usual de pressão será demonstrado em seguida.

3.2 A Definição Termodinâmica de Pressão

Já vimos que a entropia pode ser função da energia U , do volume V e do número de partículas N , $S = S(U, V, N)$. Vamos supor, agora, que a energia e o número de partículas estão fixos. Nesse caso, podemos pensar na entropia como uma função apenas do volume, $S = S(V)$. O gráfico na figura 3.1 mostra uma relação típica entre a entropia e o volume.

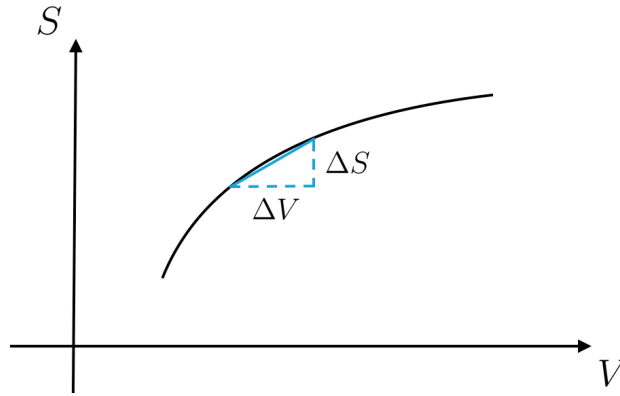


Figura 3.1: Gráfico da entropia (S) em função do volume (V) de um sistema termodinâmico. A pressão é dada pela inclinação da curva e pela temperatura: $p/T = \Delta S/\Delta V$.

A definição termodinâmica da pressão p é

$$\frac{p}{T} = \frac{\Delta S}{\Delta V}, \quad (3.2)$$

onde ΔV é uma pequena variação do volume e ΔS a mudança correspondente na entropia. De forma mais direta,

$$p = T \frac{\Delta S}{\Delta V}. \quad (3.3)$$

A presença da temperatura na definição da pressão será justificada mais à frente, mas é fácil constatar a sua necessidade por razões puramente dimensionais: a razão entre entropia e volume não tem dimensão de pressão, e sim de pressão dividida por temperatura.

A definição termodinâmica de pressão mostra uma propriedade desta grandeza que não é percebida em abordagens puramente mecânicas. Mantidos constantes U e N , para uma mesma variação de volume teremos:

- pequena variação de entropia se a pressão for baixa;
- grande variação de entropia se a pressão for alta.

3.3 Da Definição ao Conceito Pressão

Para entender como a definição termodinâmica é coerente com a noção usual de pressão, vamos considerar uma caixa preenchida com gás e dividida em duas partes por um pistão diatérmico, que permite troca de calor. As temperaturas das duas partes são iguais ($T_1 = T_2$) e, inicialmente o pistão está fixo através de uma trava. A pressão p_1 do gás contida na parte esquerda da caixa (compartimento 1) é um pouco maior que a pressão p_2 na porção direita (compartimento 2). Essa configuração está ilustrada no lado esquerdo da figura 3.2.

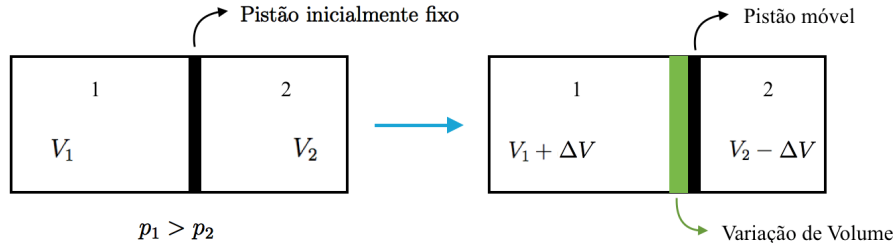


Figura 3.2: À esquerda, sistema composto por dois gases a diferentes pressões separados por um pistão inicialmente travado. À direita, sistema com o pistão destravado. A variação de volume na parte 1 é ΔV e na parte 2 é $-\Delta V$.

Se permitirmos que o pistão se mova livremente, soltando a trava, os volumes V_1 e V_2 , dos respectivos compartimentos 1 e 2, podem sofrer alteração. Se o volume do compartimento 1 aumentar ($\Delta V_1 = \Delta V > 0$), o compartimento 2 sofrerá uma redução de volume ($\Delta V_2 = -\Delta V$).

Vamos agora usar a segunda lei da termodinâmica para verificar se essa variação de volume é possível. A entropia da parte 1 da caixa sofre uma variação dada pela equação (3.2),

$$\Delta S_1 = \frac{p_1 \Delta V}{T},$$

e, da mesma forma, para a parte 2 temos

$$\Delta S_2 = -\frac{p_2 \Delta V}{T}.$$

A variação da entropia total do sistema será, então,

$$\Delta S_{\text{Total}} = \frac{p_1 \Delta V}{T} - \frac{p_2 \Delta V}{T}.$$

Como $p_1 > p_2$ a entropia aumenta, $\Delta S_{\text{Total}} > 0$, e esse processo ocorre espontaneamente. Portanto o pistão foi empurrado pelo lado de maior pressão no sentido do de menor pressão. Esse é o comportamento que esperamos a partir da noção usual de pressão. O deslocamento em sentido contrário ao da redução da pressão ($\Delta V < 0$) é proibido pela segunda lei da termodinâmica, pois acarretaria uma diminuição da entropia, $\Delta S_{\text{Total}} < 0$.

A condição de equilíbrio mecânico também é facilmente obtida. Se $p_1 > p_2$, já vimos que o pistão move-se para a direita (de 1 para 2). Da mesma forma, se $p_1 < p_2$, ele irá mover-se para a esquerda. Portanto, o equilíbrio ocorre se e somente se $p_1 = p_2$, como esperado.

3.4 Pressão no Gás Ideal

Além de explicar a seta do tempo, fundamentar a segunda lei da termodinâmica e ampliar os conceitos de temperatura e pressão, a abordagem estatística da entropia também nos permite calcular a equação de estado de alguns sistemas simples. Agora faremos um primeiro estudo sobre o caso do gás ideal.

Durante a introdução do conceito estatístico de entropia, que realizamos no módulo I, analisamos um sistema de partículas pontuais (um “gás ideal”) contido num recipiente dividido em duas partes iguais que se comunicam. Vamos considerar que cada uma dessas partes possui um volume V_0 , gerando um volume total $V = 2V_0$. No modelo que desenvolvemos, cada partícula teria apenas duas possíveis “posições” (lado esquerdo ou direito do recipiente). Considerando N partículas, teremos 2^N maneiras diferentes de organizar esse sistema (duas opções para cada partícula). A multiplicidade de microestados é portanto $\Omega = 2^N$.

Se aumentarmos o volume total para $V = 3V_0$, criando uma nova divisão idêntica às outras duas que já existiam, teremos 3 regiões possíveis e equiprováveis para cada partícula. Para um número N de partículas, teremos 3^N maneiras diferentes de organizar o sistema (três opções para cada partícula). A multiplicidade de microestados nesse caso é $\Omega = 3^N$. Esses dois recipientes estão ilustrados na figura 3.3.

Por fim, se o volume total for $V = k \times V_0$, com K divisões virtuais de volume V_0 cada, teremos K posições possíveis para cada partícula. Ou seja, para um número N de partículas, existirão K^N maneiras diferentes dessas partículas se organizarem no sistema e a multiplicidade será $\Omega = K^N$. Como K é o volume V em unidades de V_0 , é conveniente escrever a multiplicidade

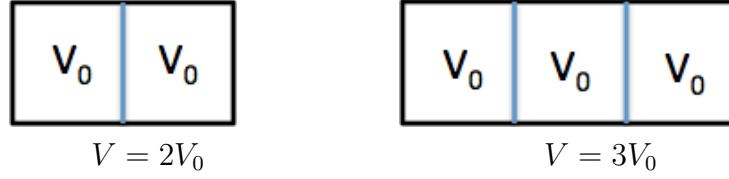


Figura 3.3: O recipiente do gás, com duas e três unidades de volume V_0 .

como

$$\Omega(V) = \left(\frac{V_{total}}{V_0} \right)^N. \quad (3.4)$$

Com isso obtemos que a entropia $S(V) = k \ln \Omega(V)$ é

$$S(V) = Nk \ln V + C, \quad (3.5)$$

onde C é uma constante, dada por $-Nk \ln V_0$ mais termos que dependem das quantidades que estamos considerando fixas, como a energia U e o número de partículas N .

Usando a definição termodinâmica de pressão,

$$\frac{p}{T} = \frac{\Delta S}{\Delta V},$$

e a entropia dada pela equação (3.5), encontramos que

$$\begin{aligned} \frac{p}{T} &= \frac{S(V + \Delta V) - S(V)}{\Delta V} \\ &= Nk \frac{\ln(V + \Delta V) - \ln V}{\Delta V} \\ &= Nk \frac{\ln(1 + \Delta V/V)}{\Delta V}. \end{aligned}$$

Esse resultado pode ser simplificado se lembrarmos que ΔV deve ser muito pequeno, $\Delta V \ll V$, de modo que podemos usar a aproximação

$$\ln(1 + x) \approx x, \quad (3.6)$$

válida para x pequeno (como pode ser observado na tabela 3.1). Com isso obtemos

$$\frac{p}{T} = Nk \frac{1}{V}, \quad (3.7)$$

que pode ser finalmente escrito como a *equação de Clapeyron*

$$pV = NkT. \quad (3.8)$$

Substituindo Nk pelo produto entre o número de moles n e a constante dos gases ideais R , obtemos a forma usual da equação de Clapeyron:

$$pV = nRT. \quad (3.9)$$

x	$\ln(1+x)$
0,001	0,0009995
0,002	0,0019980
0,003	0,0029955
0,01	0,00995
0,02	0,01980
0,03	0,02956
0,1	0,0953
0,2	0,1823
0,3	0,2623

Tabela 3.1: Valores de $\ln(1+x)$ para x pequeno: $\ln(1+x) \approx x$.

É interessante notar que a equação de Clapeyron resulta apenas do fato da entropia aumentar (de forma logarítmica) com o volume. Em outras palavras, a pressão em um gás ideal é um efeito entrópico. A pressão, que tenta aumentar o volume, reflete a tendência do sistema em ir para estados de maior entropia.

3.5 A Identidade Termodinâmica

Até aqui exploramos dois resultados importantes, que relacionam os conceitos de temperatura e pressão à entropia. No entanto, até agora, a aplicação desses resultados foi voltada a processos nos quais o volume ou a energia interna permaneciam constantes. No primeiro caso, com volume constante, aplicamos a equação da definição termodinâmica da temperatura:

$$\frac{1}{T} = \frac{\Delta S}{\Delta U}. \quad (3.10)$$

Já com a energia interna constante, aplicarmos a definição termodinâmica de pressão:

$$\frac{p}{T} = \frac{\Delta S}{\Delta V}. \quad (3.11)$$

Como tratar um sistema que possui energia e volume variáveis (supondo que o número de partículas continua fixo)? Para compreender como combinar as

equações (3.10) e (3.11), vamos considerar um sistema que sofre pequenas variações do volume (ΔV) e da energia interna (ΔU), concomitantemente. A variação da entropia pode ser dividida em duas etapas. Na primeira, a energia interna varia, enquanto o volume permanece constante. Em seguida, consideramos a variação de volume com energia interna fixa. A variação de entropia será a soma das variações em cada etapa

$$\Delta S = (\Delta S)_V + (\Delta S)_U, \quad (3.12)$$

onde os índices V e U referem-se a transformações com volume e energia constante. Usando as equações (3.10) e (3.11) encontramos

$$\Delta S = \frac{\Delta U}{T} + \frac{p\Delta V}{T},$$

que pode ser escrita como

$$\Delta U = T\Delta S - p\Delta V, \quad (3.13)$$

uma equação conhecida como *identidade termodinâmica*.

Num processo reversível, já vimos (equação 2.18) que

$$Q_{rev} = T\Delta S, \quad (3.14)$$

onde escrevemos o calor trocado como Q_{rev} para enfatizar a reversibilidade da troca. Com esse resultado, podemos comparar a primeira lei da termodinâmica, $\Delta U = Q - W$, à identidade termodinâmica (3.13) e obter que o trabalho realizado num processo reversível é

$$W_{rev} = p\Delta V. \quad (3.15)$$

É interessante notar que, sem a introdução da temperatura no denominador da definição de pressão (3.2), a expressão para o trabalho não seria $W_{rev} = p\Delta V$. Esta é uma justificativa mais sólida que o argumento dimensional para a introdução desse denominador.

MÓDULO 4

Equações de Estado

O conhecimento sobre entropia permite obter equações de estado de alguns sistemas. Neste módulo, aprofundaremos nosso estudo sobre o gás ideal e apresentaremos um modelo de fita elástica. Para o gás ideal, vamos estudar como a entropia depende da energia interna do gás e, em seguida, vamos discutir como se pode obter a energia cinética média das partículas de um gás monoatômico ideal. Notaremos que a obtenção de equação de estado nesse caso se dá de forma similar ao desenvolvimento feito no módulo II. Dessa forma, estudaremos a equação de estado do sistema que chamaremos de "borracha ideal".

4.1 Gás Ideal: Entropia e Energia

Vamos agora analisar como a multiplicidade depende da energia interna de um gás ideal. Em um gás monoatômico, a energia interna é dada pela soma das energias cinéticas de cada partícula. Imaginemos, para começar, que o gás tem energia U e uma única partícula, restrita a mover-se apenas em uma dimensão (o eixo x). Numa situação como essa,

$$U = \frac{1}{2}mv^2$$

e, portanto,

$$v = \pm \sqrt{\frac{2U}{m}}.$$

Então, há 2 valores de velocidade para essa energia (um valor positivo e outro negativo) e a multiplicidade de estados não depende de U :

$$\Omega \propto U^0$$

A partícula sobre um eixo tem um grau de liberdade. Com dois graus de liberdade a partícula poderá se movimentar em duas dimensões (o plano xy), e haverá infinitos vetores velocidade associados à mesma energia U , respeitando a condição

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = \frac{2U}{m},$$

que é a equação da circunferência de raio

$$R = \sqrt{\frac{2U}{m}} \quad (4.1)$$

mostrada na figura 4.1.

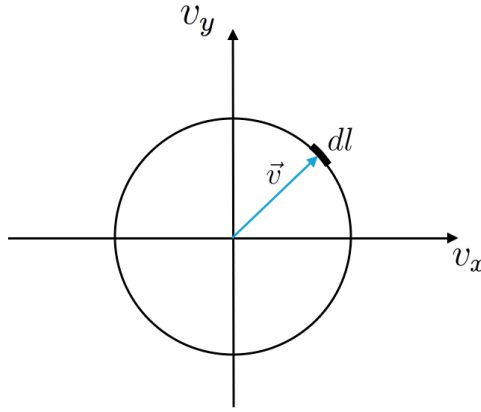


Figura 4.1: Circunferência formada pelos vetores velocidade em um sistema com dois graus de liberdade.

A multiplicidade dos estados de energia U (o “número” de vetores velocidade compatíveis com essa energia) será proporcional ao perímetro da circunferência,

$$\Omega \propto 2\pi R \propto \sqrt{\frac{2U}{m}},$$

ou seja, dependerá da energia como

$$\Omega \propto U^{1/2}.$$

Em três dimensões a partícula terá três graus de liberdade e as velocidades possíveis devem obedecer à condição

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = \frac{2U}{m},$$

a equação de uma esfera com o mesmo raio R da equação (4.1). Essa esfera está mostrada na figura 4.2.

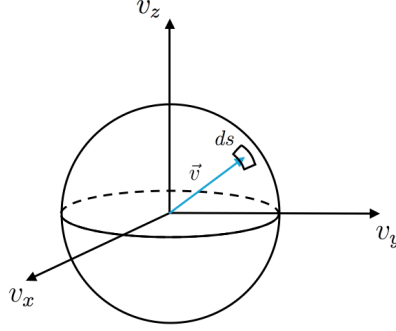


Figura 4.2: Esfera formada pelos vetores velocidade em um sistema com três graus de liberdade.

Nesse caso, a multiplicidade será proporcional à área da superfície da esfera,

$$\Omega \propto 4\pi R^2$$

ou seja, dependerá da energia como

$$\Omega \propto U.$$

Notamos que, a cada grau de liberdade acrescentado ao sistema, a multiplicidade é multiplicada por $U^{1/2}$. Com quatro graus de liberdade – por exemplo, duas partículas movendo-se num plano – a multiplicidade será

$$\Omega \propto U \times U^{1/2} = U^{3/2}.$$

De maneira geral, num sistema com f graus de liberdade, a multiplicidade será então

$$\Omega \propto U^{(f-1)/2}.$$

Em um gás monoatômico, cada partícula tem três graus de liberdade. Assim, para N partículas temos $f = 3N$ e a multiplicidade será

$$\Omega \propto U^{(3N-1)/2}.$$

Em um gás temos $N \gg 1$, de modo que $3N - 1 \approx 3N$ e, finalmente, podemos escrever que

$$\Omega(U) \propto U^{3N/2}. \quad (4.2)$$

Com isso obtemos a entropia $S(U) = k \ln \Omega(U)$:

$$S(U) = \frac{3}{2} Nk \ln U + C, \quad (4.3)$$

onde C é uma constante, ou melhor, uma função das quantidades que estamos tomando como fixas (V e N) e da unidade de medida da energia.

Usando a definição termodinâmica de temperatura,

$$\frac{1}{T} = \frac{\Delta S}{\Delta U},$$

e a entropia dada pela equação (4.3), encontramos que

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} &= \frac{S(U + \Delta U) - S(U)}{\Delta U} \\ &= \frac{\frac{3}{2} Nk \ln(U + \Delta U) - \frac{3}{2} Nk \ln U}{\Delta U} \\ &= \frac{\frac{3}{2} Nk \ln(1 + \Delta U/U)}{\Delta U}. \end{aligned}$$

Utilizando a mesma aproximação empregada no cálculo da pressão, $\ln(1+x) \approx x$, obtemos

$$\frac{1}{T} = \frac{3}{2} Nk \frac{1}{U}, \quad (4.4)$$

de onde obtemos a relação entre a energia e a temperatura de um gás ideal:

$$U = \frac{3}{2} NkT. \quad (4.5)$$

A energia cinética média das moléculas será $\langle E_{cin} \rangle = U/N$, o que leva a

$$\langle E_{cin} \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (4.6)$$

uma expressão que justifica a associação usual entre temperatura e agitação térmica que discutimos no módulo II.

4.2 Borracha Ideal: Entropia e Comprimento

Vimos que, para um gás ideal, podemos calcular como a entropia depende do volume e da energia. Com isso, obtivemos a equação de estado desse gás. É possível fazer o mesmo com outros sistemas simples. Agora estudaremos uma fita elástica, usando um modelo no qual a entropia estatística pode ser

facilmente calculada. Como resultado obteremos força elástica exercida pela fita e a lei de Hooke.

A borracha é constituída de moléculas muito longas, em forma de cadeia. Para simplificar, vamos considerar apenas uma cadeia com N elementos (chamados monômeros). Cada monômero será descrito como uma barra rígida de comprimento a , com somente dois estados possíveis, apontando para a direita ou para a esquerda, como ilustrado pela figura 4.3. Chamaremos esse modelo de *borracha ideal*.

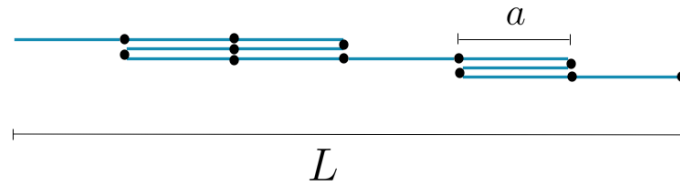


Figura 4.3: Modelo de borracha ideal

Nesse modelo, N_D monômeros apontam para a direita e N_E para a esquerda. O número total N de elementos e o comprimento total L da fita elástica são dados respectivamente por:

$$N = N_D + N_E, \quad (4.7)$$

$$L = (N_D - N_E)a. \quad (4.8)$$

Resolvendo essas equações obtemos

$$N_D = \frac{N}{2} \left(1 + \frac{L}{Na} \right) \quad (4.9)$$

$$N_E = \frac{N}{2} \left(1 - \frac{L}{Na} \right). \quad (4.10)$$

Vamos supor que $L \geq 0$, de modo que $N_D \geq N_E$. O comprimento máximo da fita ($N_D = N$, $N_E = 0$) é

$$L_{max} = Na. \quad (4.11)$$

Há várias maneiras microscópicas de formar uma fita de comprimento L . A multiplicidade desses microestados pode ser calculada por uma análise combinatória semelhante à utilizada no módulo I. O resultado é

$$\Omega(L) = \frac{N!}{N_D!N_E!}, \quad (4.12)$$

de onde podemos calcular a entropia da fita:

$$S(L) = k \ln \Omega(L). \quad (4.13)$$

A força elástica exercida pela fita pode ser calculada pela expressão

$$\frac{f}{T} = \frac{\Delta S(L)}{\Delta L}, \quad (4.14)$$

análoga à definição termodinâmica de pressão se fizermos a equivalência

$$f \leftrightarrow p, \quad L \leftrightarrow V.$$

A figura 4.4 compara comportamentos típicos da entropia como função do volume, em um gás ideal, e do comprimento, em uma borracha ideal. A entropia da borracha diminui à medida que o comprimento aumenta, já que há cada vez menos configurações microscópicas capazes de produzir grandes comprimentos (por exemplo, $\Omega(L_{max}) = 1$).

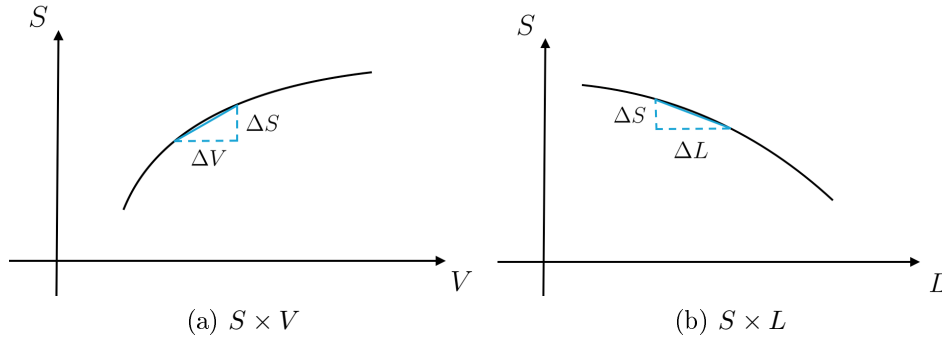


Figura 4.4: (a) Entropia em função do volume para um gás ideal. (b) Entropia em função do comprimento para uma borracha ideal.

Para calcular a força f precisamos encontrar a variação ΔS correspondente a um pequeno ΔL . O menor deslocamento que podemos ter é $\Delta L = 2a$, como mostrado na figura 4.5. O deslocamento $L \rightarrow L + 2a$ corresponde a $N_D \rightarrow N_D + 1$ e $N_E \rightarrow N_E - 1$, de modo que a multiplicidade muda para

$$\Omega(L) = \frac{N!}{N_D!N_E!} \quad \longrightarrow \quad \Omega(L + 2a) = \frac{N!}{(N_D + 1)!(N_E - 1)!}.$$

Usando as propriedades do fatorial, é fácil mostrar que a razão entre essas multiplicidades é

$$\frac{\Omega(L + 2a)}{\Omega(L)} = \frac{N_E}{N_D + 1}$$

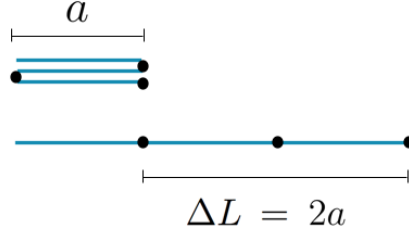


Figura 4.5: Variação mínima de comprimento na borracha ideal.

Como N_D é muito grande, podemos escrever que

$$\frac{\Omega(L + 2a)}{\Omega(L)} = \frac{N_E}{N_D} = \frac{1 - L/L_{max}}{1 + L/L_{max}}. \quad (4.15)$$

onde o último resultado foi obtido com auxílio das equações (4.9), (4.10) e (4.11). A variação de entropia correspondente ao deslocamento $\Delta L = 2a$ é, então,

$$\Delta S = k \ln \Omega(L + 2a) - k \ln \Omega(L) = k \ln \left(\frac{\Omega(L + 2a)}{\Omega(L)} \right),$$

que, com a equação (4.15), pode ser escrita como

$$\Delta S = k \ln \left(\frac{1 - L/L_{max}}{1 + L/L_{max}} \right).$$

Logo, força elástica será

$$f = \frac{kT}{2a} \ln \left(\frac{1 - L/L_{max}}{1 + L/L_{max}} \right). \quad (4.16)$$

Para pequenos comprimentos $L \ll L_{max}$ podemos usar a aproximação $\ln(1 + x) \approx x$ e obter

$$f = \frac{kT}{2a} \ln(1 - L/L_{max}) - \frac{kT}{2a} \ln(1 + L/L_{max}) \approx \frac{kT}{2a} (-2L/L_{max}).$$

Com isso obtemos a *lei de Hooke*:

$$f = -\frac{kT}{Na^2} L = -\kappa L, \quad (4.17)$$

onde κ é a “constante elástica”.

É interessante notar que a constante elástica da borracha aumenta com a temperatura. Portanto, ao esquentarmos uma fita elástica esticada ela tenderá a se contrair. Esse comportamento é surpreendente, pois é muito diferente da dilatação térmica encontrada em sólidos e da expansão de um gás aquecido.

Apêndice B

Exercícios sobre Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica

A seguir apresentamos uma lista de exercícios envolvendo entropia e a segunda lei da termodinâmica, elaborada para os cursos em que a proposta de ensino desta tese foi aplicada. Deve-se notar que, como a proposta foi planejada para ser facilmente integrada a um curso tradicional, a maioria das questões não faz menção *direta* à abordagem estatística.

Lista de Termodinâmica: Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica

(1) Você lança dois dados de seis lados. De quantas maneiras pode-se obter um resultado com a soma igual a 10? Represente cada uma dessas maneiras.

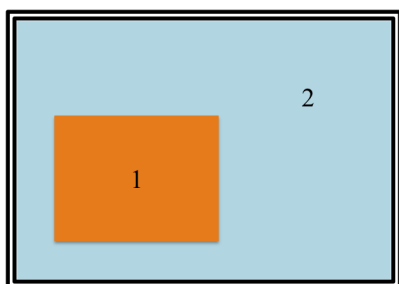
(2) Numa quarta-feira, véspera de feriado, os alunos da turma da segunda série do ensino médio pedem para o professor de física liberá-los 30 minutos mais cedo que o normal. O professor, então, propõe um jogo de dados. Se os alunos ganharem terão seu desejo realizado. Caso contrário, o professor continuará dando aula até que toque o sinal do colégio. No jogo com dois dados, um estudante da turma escolherá um número de 2 a 12 (inclusive) para representar o professor e outro número para representar os alunos. Após a escolha, o professor jogará os dois dados até que um dos números seja obtido. Este número será o vencedor.

- Qual número você escolheria para representar o professor?
- Qual número você escolheria para representar os alunos?
- Explique por que você escolheu os números selecionados anteriormente?

(3) Você tem uma bandeja cheia de moedas, se você jogar todas para cima, fazendo-as girar no ar, é mais provável:

- todas as moedas caíam com a “cara” voltada para cima.
- todas as moedas caíam com a “coroa” voltada para cima.
- aproximadamente metade das moedas caíam com a “cara” voltada para cima (e o restante com a “coroa”).
- as três opções são equivalentes.

(4) Um objeto (1) é colocado em uma sala termicamente isolada que contém ar (2). O objeto e o ar na sala podem trocar energia um com o outro, mas o ar na sala não troca energia com o resto do mundo ou com as paredes isolantes. A imagem abaixo ilustra esse sistema.



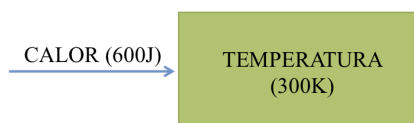
Sistema Isolado

Após um processo termodinâmico a entropia do objeto, do ar e do sistema composto (objeto + ar) sofre variação. Indique, dada as possibilidades abaixo, se as variações de entropia correspondem a um processo reversível, irreversível ou impossível.

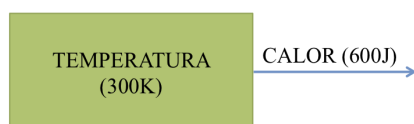
- $\Delta S_1 = +20\text{J/K}$ e $\Delta S_2 = -15\text{J/K}$
- $\Delta S_1 = -15\text{J/K}$ e $\Delta S_2 = +15\text{J/K}$
- $\Delta S_1 = +20\text{J/K}$ e $\Delta S_2 = -25\text{J/K}$

(5) Determine a variação de entropia sofrida pelos reservatórios térmicos a seguir devido a troca de calor representada em cada caso.

- a) **recebe** calor



- b) **cede** calor



(6) Um copo contendo 250 g de gelo a 0 °C (273 K) é deixado sobre uma mesa num dia em que a temperatura ambiente é 27 °C (300 K). Desprezando a capacidade térmica do copo e considerando o calor latente de fusão do gelo $L_{\text{fusão}} = 80 \text{ cal/g} = 333 \text{ kJ/kg}$, determine:

- A quantidade de calor necessária para derreter completamente o gelo;
- A variação de entropia do gelo durante o derretimento;
- A variação de entropia total (gelo+ambiente) para o derretimento do gelo.

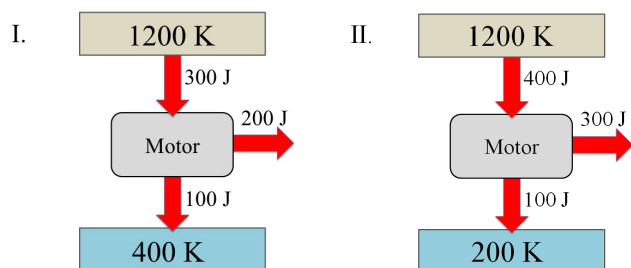
(7) Considere novamente o bloco de gelo da questão anterior, que derreteu até tornar-se água. Se $\Omega(\text{gelo})$ e $\Omega(\text{água})$ são, respectivamente, as multiplicidades dos macroestados “gelo” e “água”, quanto vale a razão $\Omega(\text{gelo})/\Omega(\text{água})$? Qual é a probabilidade da água tornar-se gelo espontaneamente?

(8) Um gás ideal de calor específico molar a volume constante c_v encontra-se contido num recipiente de capacidade térmica desprezível. Inicialmente o gás está a temperatura T_i . Este gás é colocado em contato térmico com um reservatório de temperatura $T_R > T_i$. Após algum tempo o contato térmico é interrompido e a temperatura do gás é T_f . Ao longo do processo o volume do gás permanece constante (processo isovolumétrico ou isocórico).

- Qual é a quantidade de calor recebida pelo gás?
- Qual é a variação de entropia do gás?
- Escreva o resultado do item anterior em função das pressões inicial p_i e final p_f .

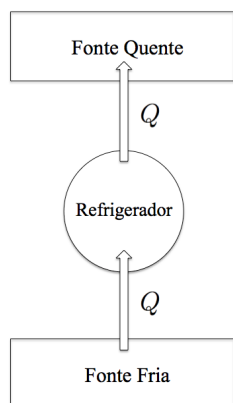
(9) Uma máquina térmica utiliza o calor fornecido por uma fonte para realizar trabalho. Nos motores de automóvel a mistura gasolina-ar atua como substância de trabalho. A temperatura máxima atingida pela explosão do combustível no interior de um cilindro pode variar em função de diferentes fatores. Podemos considerar que em um determinado motor a mistura gasolina-ar atinja $T_Q = 1200$ K após a combustão e que a temperatura do meio ao redor dos cilindros desse motor seja $T_F = 400$ K. Qual seria o rendimento máximo para uma máquina que opera entre essas temperaturas?

(10) A seguir, estão representadas duas máquinas térmicas (I e II).



- Qual é o rendimento de cada uma das máquinas?
- Uma delas corresponde a uma máquina de Carnot. Qual?

(11) Vimos, através da 2ª lei da termodinâmica, que motores ideais (rendimento igual a 100%) não podem ser construídos. A luz dos argumentos utilizados para demonstrar essa inviabilidade, analise o funcionamento da máquina frigorífica (ou refrigeradora) perfeita¹ representada na figura e responda:



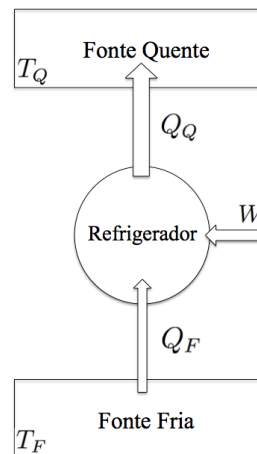
- Ela viola a 1ª lei da termodinâmica?
- Essa máquina viola a 2ª lei da termodinâmica?

¹O Refrigerador perfeito transfere calor de um reservatório frio para um reservatório quente sem precisar de uma fonte externa de energia (trabalho).

(12) O objetivo de um refrigerador é remover calor (Q_F) de um reservatório a temperatura mais baixa, chamado de fonte fria, transferindo calor (Q_Q) para outro reservatório a temperatura mais alta. Para isso, é indispensável fornecer um trabalho (W). A eficiência de um refrigerador é obtida analisando-se a quantidade de calor Q_F (“o que se deseja”) e a quantidade de trabalho W (“o que se paga”). Define-se, então a eficiência e de um refrigerador pela razão:

$$e = \frac{Q_F}{W}.$$

Essa razão também é conhecida como coeficiente de desempenho.



- Mostre, utilizando a 1ª lei da termodinâmica, que

$$e = \frac{Q_F}{Q_Q - Q_F} = \frac{1}{\frac{Q_Q}{Q_F} - 1}.$$

- Usando a 2ª lei da termodinâmica ($\Delta S_{Total} \geq 0$), demonstre que

$$\frac{Q_Q}{Q_F} \geq \frac{T_Q}{T_F},$$

onde T_F e T_Q são as temperaturas das fontes fria e quente, respectivamente.

- Mostre que a eficiência máxima $e_{\max}$ é obtida quando $\Delta S_{Total} = 0$.
- Encontre a equação da eficiência máxima $e_{\max}$ em função das temperaturas dos reservatórios T_F e T_Q .

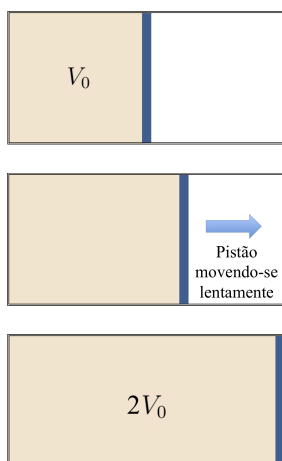
(13) Uma lâmpada é embalada numa caixa fechada e isolada termicamente. Considere que no interior da lâmpada há vácuo e que o ar dentro da caixa seja um gás ideal. Em certo instante, a lâmpada se quebra. Se desprezarmos o volume e a massa dos componentes da lâmpada (vidro, suporte, filamento...) e a variação de energia associada à sua quebra, é incorreto afirmar que:

- a) a energia interna do gás permanecerá a mesma após a quebra da lâmpada.
- b) a entropia do gás aumentará após a quebra da lâmpada.
- c) a temperatura do gás permanecerá a mesma após a quebra da lâmpada.
- d) a pressão do gás diminuirá após a quebra da lâmpada.
- e) após a quebra da lâmpada, o gás realizará um trabalho positivo para se expandir e ocupar o volume onde anteriormente havia vácuo.

(14) Um gás ideal está contido em um recipiente diatérmico, ou seja, que permite a troca de calor com o ambiente. Este gás, inicialmente com volume V_i , sofre uma expansão isotérmica reversível até atingir um volume final V_f . A temperatura do ambiente, considerado um reservatório térmico, é T .

- a) Qual é o trabalho realizado pelo gás?
- b) Qual é a quantidade de calor absorvida pelo gás?
- c) Qual é a variação de entropia do gás?
- d) Qual é a variação de entropia do ambiente?
- e) Qual é a variação de entropia total (gás + ambiente)?

(15) Um gás ideal é mantido por meio de um pistão em uma das metades de um recipiente de paredes diatérmicas (que permitem trocas de calor). Inicialmente o gás ocupa um volume V_0 e está a temperatura T_0 e pressão p_0 . Num dado instante, o pistão é movido lentamente e o gás se expande reversivelmente, mantendo sempre a temperatura T_0 , até ocupar todo o recipiente, como mostra a sequência de figuras a seguir.



- a) Qual é o trabalho realizado pelo gás durante a expansão?
- b) Qual é a variação de energia interna do gás entre o início e o final do processo?
- c) Qual a quantidade de calor trocada pelo gás com a sua vizinhança durante a expansão?
- d) Qual é a variação de entropia do gás para este processo?

(16) Uma recipiente de paredes adiabáticas (que não permitem passagem de calor) está dividido em duas partes iguais, cada uma de volume V . Um gás ideal a temperatura T está confinado em uma dessas metades. A outra metade está completamente vazia. A divisão entre as duas partes é removida e o gás preenche todo o volume, como mostra a figura. A esse processo, damos o nome de *expansão livre*.



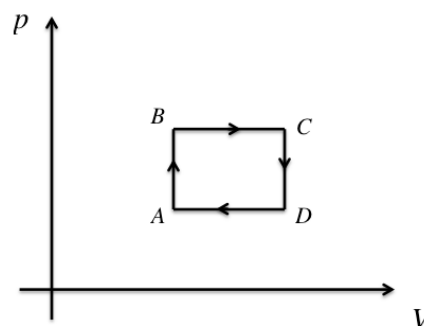
- a) Qual a pressão final do gás?
- b) Qual é o trabalho realizado pelo gás durante a expansão?
- c) Qual a quantidade de calor absorvida (ou cedida) pelo gás durante a expansão?
- d) Qual é a variação de energia interna do gás entre o início e o final do processo?
- e) Qual é a variação de entropia do gás para este processo?
- f) Esse processo é reversível?

(17) Um gás ideal sofre uma expansão a pressão constante (processo isobárico). Durante esse processo, a temperatura varia de T_i para T_f . O calor específico molar a pressão constante do gás é c_p .

- a) Qual é a quantidade de calor recebida pelo gás?
- b) Qual é a variação de entropia do gás?
- c) Escreva o resultado do item anterior em função dos volumes inicial V_i e final V_f .

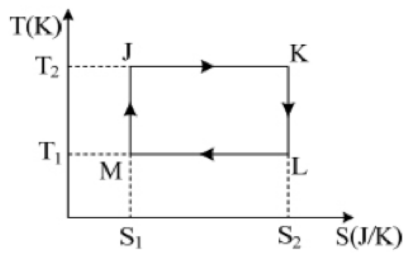
(18) Um gás monoatômico ideal realiza o ciclo representado no diagrama $p \times V$ abaixo.

Considere $p_A = p_0$, $V_A = V_0$, $p_C = 2p_0$ e $V_C = 2V_0$



- a) Qual é o trabalho realizado pelo gás em um ciclo completo?
- b) Qual é a quantidade de calor adicionada por ciclo durante a etapa ABC?
- c) Qual é a eficiência de uma máquina que opere de acordo com esse ciclo?
- d) Qual é a eficiência da máquina máxima de uma máquina que opere entre a maior e a menor temperatura presentes no ciclo?

(19) Uma máquina térmica opera segundo o ciclo JKLMJ mostrado no diagrama $T \times S$ da figura.



Pode-se afirmar que:

- processo JK corresponde a uma compressão isotérmica.
- o trabalho realizado pela máquina em um ciclo é $W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$.
- o rendimento da máquina é dado por $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$.
- durante o processo LM, uma quantidade de calor $Q_{LM} = T_1(S_2 - S_1)$ é absorvida pelo sistema.
- outra máquina térmica que opere entre T_2 e T_1 poderia eventualmente possuir um rendimento maior que a desta.

(20) Assinale a seguir a alternativa que não é compatível com a segunda lei da Termodinâmica.

- A variação de entropia de qualquer sistema que sofre uma transformação termodinâmica é sempre positiva ou nula.
- A temperatura de zero absoluto é inatingível.
- Um refrigerador com a porta aberta jamais conseguirá por si só esfriar uma cozinha fechada.
- Nem todo calor produzido no motor a combustão de um automóvel é convertido em trabalho mecânico.
- O ar de uma sala de aula jamais se concentrará completa e espontaneamente em uma pequena fração do volume disponível.

(21) Um subsistema A está em contato térmico com o ambiente B e, em conjunto, formam um sistema isolado que sofre uma transformação **irreversível**. Considere as seguintes situações:

- A entropia de A aumenta em 5 J/K, a entropia do ambiente B diminui em 5 J/K.
- A entropia de A aumenta em 5 J/K, a entropia do ambiente B diminui em 3 J/K.
- A entropia de A aumenta em 3 J/K, a entropia do ambiente B diminui em 5 J/K.
- A entropia de A diminui em 3 J/K, a entropia do ambiente B aumenta em 5 J/K.

Quais das quatro situações descritas acima podem acontecer?

- I, somente.
- II, somente.
- III, somente.
- II e IV, somente.
- I, II e IV, somente.

Forneça uma motivação para sua resposta.

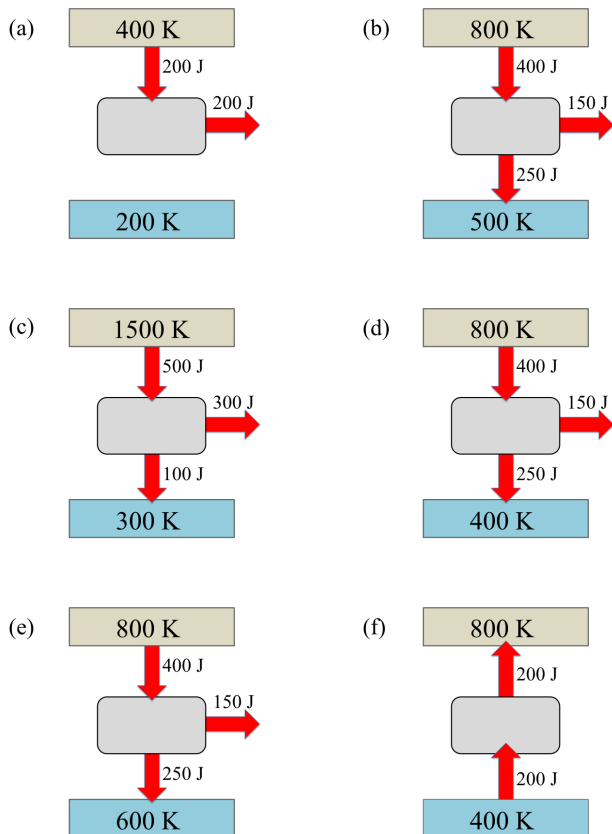
(22) Para cada um dos itens a seguir, considere um sistema submetido a um processo natural (espontâneo). Esse sistema pode trocar energia com os seus arredores.

- Durante esse processo, a entropia do sistema (S_{sistema}) aumenta, diminui, continua a mesma ou isso não pode ser determinado com as informações fornecidas? Explique sua resposta.
- Durante esse processo, a entropia dos arredores (S_{meio}) aumenta, diminui, continua a ser a mesma ou isso não pode ser determinado com as informações fornecidas? Explique sua resposta.
- Durante este processo, a entropia do sistema mais a entropia do ambiente ($S_{\text{sistema}} + S_{\text{meio}}$) aumenta, diminui, permanece a mesma ou isso não pode ser determinado com as informações fornecidas? Explique sua resposta.

(23) Um objeto é colocado em uma sala termicamente isolada que contém ar. O objeto e o ar na sala estão inicialmente em temperaturas diferentes. O objeto e o ar na sala podem trocar energia um com o outro, mas o ar na sala não troca energia com o resto do mundo ou com as paredes isolantes.

- Durante esse processo, a entropia do objeto (S_{objeto}) aumenta, diminui, continua a mesma ou isso não pode ser determinado com as informações fornecidas? Explique sua resposta.
- Durante esse processo, a entropia do ar contido na sala (S_{ar}) aumenta, diminui, continua a ser a mesma ou isso não pode ser determinado com as informações fornecidas? Explique sua resposta.
- Durante esse processo, a entropia do objeto mais a entropia do ar ($S_{\text{objeto}} + S_{\text{ar}}$) aumenta, diminui, permanece a mesma ou isso não pode ser determinado com as informações fornecidas? Explique sua resposta.
- Durante esse processo, a entropia do universo (S_{universo}) aumenta, diminui, permanece a mesma ou isso não pode ser determinado com as informações fornecidas? Explique sua resposta.

(24) Abaixo estão representados seis máquinas térmicas (ou frigoríficas) que operam entre dois reservatórios, trocando calor com eles e realizando (ou recebendo) trabalho, conforme mostram as figuras. As temperaturas dos reservatórios estão indicadas nas imagens, assim como os módulos dos trabalhos e das quantidades de calor trocadas. O sentido do fluxo de energia associado ao trabalho e ao calor está indicado pelas setas. Quais desses dispositivos podem funcionar e quais não podem? Justifique suas respostas.



Você pode acessar um material sobre a Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica em:

<http://www.if.ufrj.br/~carlos/fisterm/livro-2a-lei.pdf>

Apêndice C

Questionário STPFaSL

A seguir apresentamos a Avaliação sobre Processos Termodinâmicos, a Primeira e a Segunda Lei traduzido do original em inglês *Survey of Thermodynamic Processes and First and Second Laws* (STPFaSL) [53].

Avaliação sobre Processos Termodinâmicos, a Primeira e a Segunda Lei

- Seleccione **apenas** uma das cinco alternativas, (a) - (e), para cada uma das 33 perguntas.
- Todas as temperaturas T são temperaturas **absolutas**.
- Todos os experimentos envolvendo um gás como sistema são realizadas com uma quantidade fixa de gás.
- As seguintes equações, onde os símbolos têm o significado usual, podem ser úteis para um sistema composto por um gás monoatômico ideal: energia interna $E_{int} = \frac{3}{2}NkT$, $PV = NkT$.
- Os reservatórios térmicos são significativamente maiores do que o sistema de modo que a troca de calor entre o sistema e o reservatório não altera a temperatura do reservatório.
- Um processo adiabático é aquele em que não há troca de calor entre um sistema e seus arredores.

As seguintes abreviaturas são utilizadas ao longo do questionário:

- W = trabalho realizado pelo sistema.
- Q = quantidade total de calor recebido pelo sistema.

Além disso, Q_1 , Q_2 num problema particular referem-se à quantidade total de calor transferida para o sistema no processo 1 e no processo 2, respectivamente, etc.

- Confira se a numeração dos dois cartões de resposta são iguais.

Figure 1 shows a 10x5 grid of cells. The columns are labeled A, B, C, D, and E from left to right. The rows are numbered 1 to 50 on the right side, starting from the top row (row 1) and ending at the bottom row (row 50). Each cell contains either a black square, a white circle, or is empty. The pattern of symbols is as follows:

Row	A	B	C	D	E
1	Black square	Black square	Black square	Black square	Black square
2	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
3	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
4	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
5	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
6	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
7	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
8	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
9	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
10	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
11	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
12	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
13	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
14	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
15	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
16	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
17	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
18	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
19	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
20	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
21	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
22	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
23	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
24	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
25	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
26	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
27	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
28	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
29	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
30	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
31	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
32	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle
33	Black square	White circle	White circle	White circle	White circle

Ao marcar uma resposta, preencha **TODO** o círculo.

Ao marcar uma resposta, preencha **TODO** o círculo.

DRE: _____ Curso: _____

Sala: _____ () Presencial ou () Semi-presencial

Assinatura: _____

Nome: _____

Assinatura: _____

Nome: _____

Tester: X

Teste: X

As numerações do Teste nos dois cartões de resposta devem ser iguais!!!

Parte I

Você realiza um experimento com um gás de tal forma que ele sofre uma expansão adiabática reversível. Responda às perguntas (1) e (2) abaixo sobre este experimento.

(1) Qual das seguintes afirmativas é verdadeira sobre a mudança na entropia do gás?

- a) A entropia do gás aumenta porque o gás se expande.
- b) A entropia do gás diminui porque o gás se expande.
- c) A entropia do gás permanece constante para este processo reversível porque o processo é adiabático.
- d) A entropia do gás permanece constante porque a entropia do gás não muda para um processo reversível.
- e) Nenhuma das anteriores.

(2) Qual das seguintes afirmativas é verdadeira para o gás que sofre um processo de expansão adiabática reversível?

- a) A energia interna deve diminuir e o trabalho realizado pelo gás deve ser positivo.
- b) A energia interna deve diminuir e o trabalho realizado pelo gás deve ser negativo.
- c) A energia interna deve aumentar, e o trabalho realizado pelo gás deve ser positivo.
- d) A energia interna deve aumentar, e o trabalho realizado pelo gás deve ser negativo.
- e) Nenhuma das anteriores.

Você realiza um experimento com um gás monoatômico ideal de modo que ele sofra uma compressão isotérmica reversível. Responda às perguntas (3) e (4) abaixo sobre este experimento.

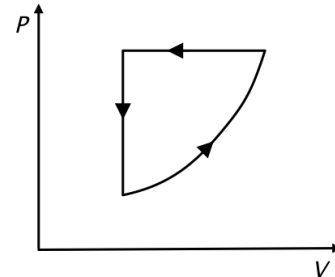
(3) Qual das seguintes afirmativas é verdadeira sobre a quantidade total de calor transferida durante a compressão isotérmica reversível?

- a) O calor é recebido pelo gás.
- b) O calor é cedido pelo gás.
- c) O calor não é recebido nem cedido pelo gás.
- d) O calor pode ser recebido ou cedido pelo gás dependendo dos valores de P e V .
- e) Nenhuma das anteriores

(4) Qual das seguintes afirmativas é verdadeira a respeito da entropia do gás para a compressão isotérmica reversível?

- a) Ela aumenta.
- b) Ela diminui.
- c) Ela permanece a mesma.
- d) Ela poderia aumentar ou diminuir dependendo dos valores iniciais de P e V .
- e) Nenhuma das anteriores.

Você realiza um experimento com um gás contido em um recipiente com um pistão e obtém o ciclo mostrado no diagrama PV abaixo, no qual o ciclo é percorrido no sentido anti-horário. Use este diagrama PV para responder às perguntas (5), (6), (7) e (8).



Em cada uma das perguntas (5), (6), (7) e (8) abaixo, escolha a afirmativa que é verdadeira sobre o sistema para um ciclo completo:

(5) Para o ciclo completo mostrado, a energia interna final do gás

- a) é a mesma que a energia interna inicial.
- b) é maior que a energia interna inicial.
- c) é menor que a energia interna inicial.
- d) poderia ser maior ou menor que a energia interna inicial dependendo dos detalhes do ciclo mostrado apenas esquematicamente aqui.
- e) é a mesma que a energia interna inicial se o processo for reversível, caso contrário seria menor.

(6) Qual das seguintes afirmativas é verdadeira em relação ao trabalho total realizado pelo gás para o ciclo completo mostrado?

- a) O trabalho total realizado pelo gás é positivo.
- b) O trabalho total realizado pelo gás é negativo.
- c) O trabalho total realizado pelo gás é zero.
- d) O trabalho total realizado pelo gás pode ser positivo ou negativo, dependendo dos detalhes do ciclo mostrado apenas esquematicamente aqui.
- e) O trabalho total realizado pelo gás é zero somente se o processo for reversível, caso contrário seria negativo.

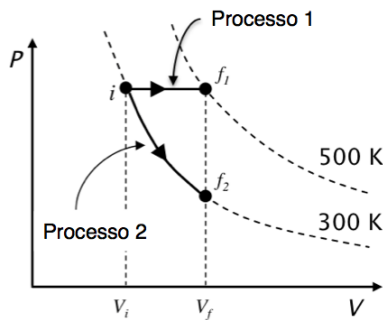
(7) Para o ciclo completo mostrado, a entropia final do gás

- a) é maior que a entropia inicial.
- b) é menor que a entropia inicial.
- c) é a mesma que a entropia inicial.
- d) pode ser maior ou menor que a entropia inicial dependendo dos detalhes do ciclo mostrado apenas esquematicamente aqui.
- e) é a mesma que a entropia inicial se o processo for reversível, mas de outra forma seria maior.

(8) Qual das seguintes afirmativas é verdadeira em relação à quantidade total de calor transferida no ciclo completo mostrado?

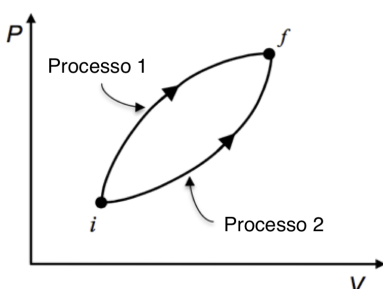
- O gás não recebe nem cede calor.
- O gás recebe calor.
- O gás cede calor.
- O gás poderia receber ou perder calor dependendo dos detalhes do ciclo mostrado apenas esquematicamente aqui.
- No total, o gás não recebe nem cede calor se o processo for reversível, caso contrário a quantidade de calor total seria cedida pelo gás.

(9) Você realiza dois experimentos, cada um utilizando um mol de um gás monoatômico ideal, começando no mesmo ponto i mostrado no diagrama PV abaixo. As duas curvas tracejadas no diagrama PV mostram duas isotermas diferentes, a 300 K e 500 K. O processo 1 é um processo a pressão constante começando a 300 K e terminando no ponto f_1 a 500 K, enquanto que o processo 2 (que começa no mesmo ponto do processo 1) transcorre ao longo da isoterma de 300 K até o ponto f_2 como mostrado abaixo. Os dois processos terminam com o mesmo volume final V_f . Qual das seguintes afirmativas é verdadeira a respeito das relações entre os trabalhos realizados pelo gás e as quantidades de calor recebidas pelo gás nos dois processos?



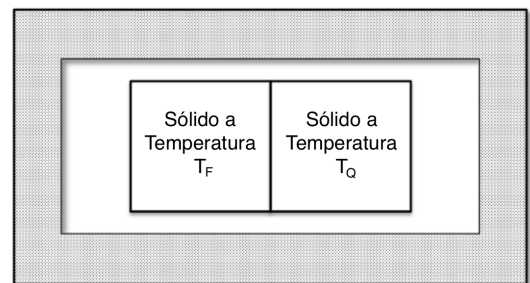
- $W_1 < W_2$ e $Q_1 < Q_2$.
- $W_1 > W_2$ e $Q_1 < Q_2$.
- $W_1 < W_2$ e $Q_1 > Q_2$.
- $W_1 > W_2$ e $Q_1 = Q_2$.
- $W_1 > W_2$ e $Q_1 > Q_2$.

(10) Você executa dois processos diferentes, cada um utilizando um mol de um gás. Os dois processos começam no estado termodinâmico i e terminam no estado f , mostrados no diagrama PV abaixo. Q_1 é a quantidade de calor recebida pelo gás no processo 1; Q_2 é a quantidade de calor recebida pelo gás no processo 2. Qual das seguintes afirmativas relaciona corretamente Q_1 e Q_2 ?



- $Q_1 = Q_2$, porque o mesmo de trabalho é realizado nos dois processos.
- $Q_1 = Q_2$, porque os dois processos compartilham os mesmos estados inicial e final.
- $Q_1 < Q_2$, porque o trabalho realizado no processo 2 é maior.
- $Q_1 < Q_2$, porque o trabalho realizado no processo 1 é maior.
- $Q_1 > Q_2$, porque o trabalho realizado no processo 1 é maior.

Você realiza um experimento envolvendo dois sólidos que estão inicialmente com temperaturas T_F e T_Q , respectivamente (onde $T_F \ll T_Q$). Você os coloca em contato um com o outro dentro de um recipiente que os isola de qualquer outra coisa. Despreze expansões térmicas, tensões mecânicas, etc. e responda às perguntas de (11) a (13) relacionadas a este sistema.



(11) Escolha dentre as afirmativas a seguir *todas* as que são verdadeiras para o processo que termina quando o equilíbrio térmico entre os dois sólidos é estabelecido.

- A energia interna do sistema composto pelos dois sólidos aumenta.
- A energia interna do sólido inicialmente à temperatura T_Q aumenta.

- I, apenas.
- II, apenas.
- Nem I, nem II.
- Tanto I quanto II.
- Não há informações suficientes.

(12) Escolha dentre as afirmativas a seguir *todas* as que são verdadeiras após o equilíbrio térmico entre os dois sólidos ser estabelecido.

- A entropia do sólido inicialmente à temperatura T_F aumentou.
- A entropia do sólido inicialmente à temperatura T_Q aumentou.
- A entropia do sistema composto pelos dois sólidos aumentou.

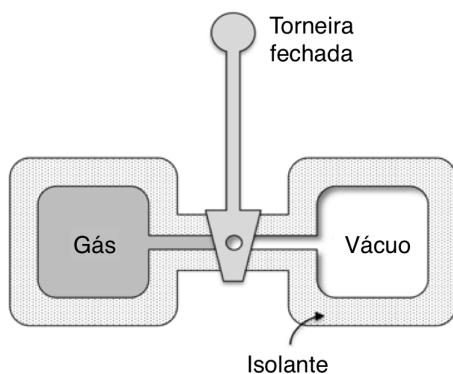
- I, apenas.
- II, apenas.
- III, apenas.
- I e III, apenas.
- I, II e III.

(13) Quando os sólidos são colocados em contato, no total, o sólido a temperatura mais baixa T_F não cede espontaneamente calor para o sólido a temperatura mais alta T_Q . Escolha dentre as afirmativas a seguir *todas* as que explicam por que este processo não ocorre.

- I. Este processo violaria a segunda lei de Newton.
- II. Este processo violaria a primeira lei da termodinâmica.
- III. Este processo violaria a segunda lei da termodinâmica.

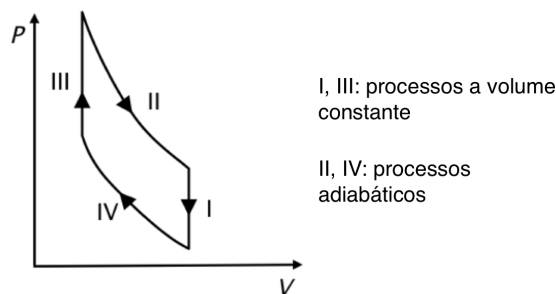
- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) III, apenas.
- d) I e II, apenas.
- e) II e III, apenas.

(14) A figura abaixo mostra o estágio inicial de um processo de expansão livre que você realiza no laboratório utilizando um recipiente isolado dividido em duas metades idênticas. Um gás está inicialmente em equilíbrio térmico e confinado através de uma torneira em uma das metades desse recipiente. Então, você abre a torneira e o gás expande-se livremente até encher as duas metades do recipiente e atingir um estado de equilíbrio. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira em relação ao sistema para este processo de expansão livre?



- a) A entropia permanece a mesma; nenhum trabalho é realizado; a energia interna permanece a mesma.
- b) A entropia permanece a mesma; um trabalho positivo é realizado; a energia interna diminui.
- c) A entropia aumenta; um trabalho positivo é realizado; a energia interna permanece a mesma.
- d) A entropia aumenta; um trabalho positivo é realizado; a energia interna diminui.
- e) A entropia aumenta; nenhum trabalho é realizado; a energia interna permanece a mesma.

(15) Você realiza um experimento com um mol de gás envolvendo um processo termodinâmico cíclico reversível mostrado abaixo no diagrama PV . Qual das seguintes afirmativas a respeito do gás é verdadeira para um ciclo do processo (no sentido horário)?



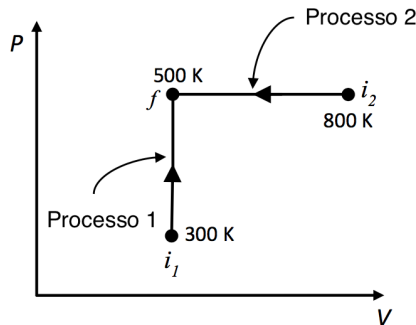
- a) A entropia final é igual à entropia inicial; a energia interna final é igual à energia interna inicial; a quantidade total de calor trocada é zero.
- b) A entropia final é igual à entropia inicial; a energia interna final é maior que a energia interna inicial; a quantidade total de calor trocada é zero.
- c) A entropia final é maior que a entropia inicial; a energia interna final é maior que a energia interna inicial; a quantidade total de calor trocada é zero.
- d) A entropia final é maior que a entropia inicial; a energia interna final é igual à energia interna inicial; uma quantidade total de calor é recebida pelo gás.
- e) A entropia final é igual à entropia inicial; a energia interna final é igual à energia interna inicial; uma quantidade total de calor é recebida pelo gás.

(16) Escolha todas as afirmativas a seguir que são verdadeiras:

- I. A entropia de qualquer sistema que não pode trocar energia com o ambiente ao seu redor permanece inalterada.
- II. Entre dois reservatórios, um de alta temperatura e outro de baixa temperatura, nenhuma máquina térmica pode ser mais eficiente do que uma máquina reversível.
- III. O calor que um sistema recebe de um reservatório quente não pode ser completamente convertido em trabalho mecânico em um processo cíclico.

- a) I, apenas.
- b) I e II, apenas.
- c) I e III, apenas.
- d) II e III, apenas.
- e) I, II e III.

(17) Você realiza dois experimentos, cada um utilizando um mol de um gás monoatômico ideal, de tal forma que os dois processos terminam no mesmo estado, como mostrado no diagrama PV abaixo. O processo 1 é um processo a volume constante começando no ponto i_1 a 300 K e terminando no ponto f a 500 K, enquanto que o processo 2 é um processo a pressão constante começando no ponto i_2 a 800 K e terminando no ponto f a 500 K. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira em relação à mudança na energia interna do gás para os dois processos?



- A energia interna não muda para o processo 1 e a energia interna diminui para o processo 2.
- A energia interna não muda para o processo 1 e a energia interna aumenta para o processo 2.
- A energia interna aumenta para os dois processos.
- A energia interna não muda para nenhum dos processos.
- A energia interna aumenta para o processo 1 e diminui para o processo 2.

(18) Escolha entre os seguintes processos termodinâmicos todos aqueles em que NÃO há, no total, troca de calor entre o sistema e os arredores:

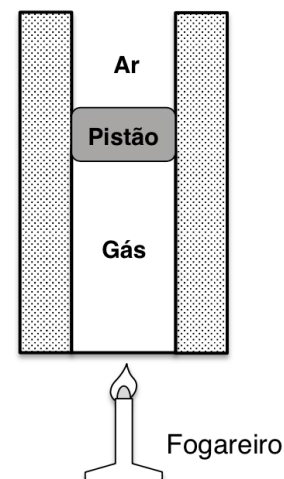
- Qualquer processo cíclico.
- Qualquer processo adiabático.
- Qualquer processo isotérmico.

- I, apenas.
- II, apenas.
- III, apenas.
- I e II, apenas.
- II e III, apenas.

(19) Uma máquina térmica opera usando uma substância de trabalho apropriada (sistema) que se expande e contrai durante cada ciclo. $|Q_Q|$ = módulo da quantidade de calor trocada entre o sistema e o reservatório quente, $|Q_F|$ = módulo da quantidade de calor trocada entre o sistema e o reservatório frio, T_Q = temperatura do reservatório quente, T_F = temperatura do reservatório frio. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira para uma máquina de Carnot?

- Como a máquina de Carnot é uma máquina reversível, sua eficiência é 100%.
- $\left| \frac{Q_Q}{T_Q} \right| > \left| \frac{Q_F}{T_F} \right|$
- $\left| \frac{Q_Q}{T_Q} \right| < \left| \frac{Q_F}{T_F} \right|$
- Em um ciclo completo, a variação da entropia da substância de trabalho é diferente de zero e é compensada por uma mudança oposta da entropia total dos reservatórios quente e frio.
- Em um ciclo completo, o aumento da entropia do reservatório frio é compensado por uma diminuição correspondente da entropia do reservatório quente.

(20) Cristiano aquece um gás ideal em um recipiente fechado com um pistão que pode se mover livremente, sem atrito. À medida que o gás é aquecido pela chama de um fogareiro, ele se expande e o pistão se move lentamente. Não existe outro contato térmico entre o gás e o ambiente. Escolha dentre os processos termodinâmicos a seguir todos os que são descrições aproximadas razoáveis para a situação apresentada:

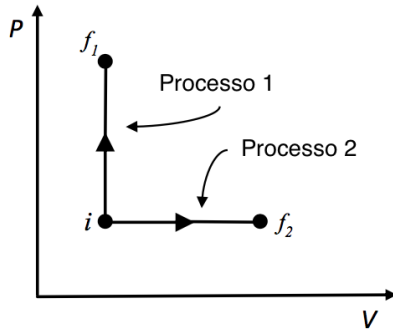


- Processo a pressão constante (isobárico).
- Processo isotérmico.
- Processo adiabático.

- I, apenas.
- II, apenas.
- III, apenas.
- I e II, apenas.
- II e III, apenas.

Parte II

(21) Você realiza dois experimentos cada um com um mol de um gás monoatômico ideal de modo que ambos os processos comecem no mesmo estado i , como mostrado no diagrama PV a seguir. O processo 1 é um processo a volume constante (isocórico) e o processo 2 é um processo a pressão constante (isobárico). Escolha dentre as afirmativas a seguir todas as que estão corretas em relação aos dois processos:



- I. Entre o gás e o ambiente, no total, não há troca de calor no processo 1, mas há troca de calor no processo 2.
- II. Há trabalho realizado pelo gás no processo 2.
- III. Não há variação na energia interna do gás no processo 1, mas há variação na energia interna no processo 2.

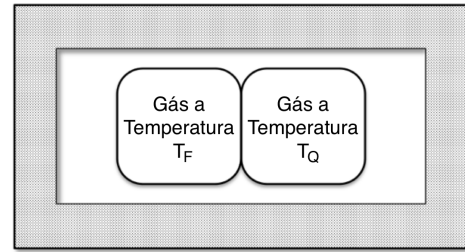
- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) III, apenas.
- d) I e II, apenas.
- e) II e III, apenas.

(22) Para um dado sistema termodinâmico escolha, dentre as grandezas a seguir, todas cujos valores são determinados pelo estado do sistema e não pelo processo que levou a esse estado.

- I. Trabalho realizado pelo sistema.
- II. Energia interna do sistema.
- III. Entropia do sistema.

- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) I e II, apenas.
- d) II e III, apenas.
- e) I, II e III.

Você realiza um experimento em que duas câmaras idênticas adjacentes, cada uma com um mol do mesmo tipo de gás, que estão inicialmente a temperaturas T_F e T_Q , com $T_F \ll T_Q$. Você coloca as duas câmaras em uma caixa que as mantém isoladas de todo o resto, mas permite o contato de uma com a outra. As moléculas de gás são confinados em suas câmaras originais, porém pode haver transferência de calor livremente entre as duas câmaras. O volume total de cada câmara permanece fixo ao longo do processo. Responda às perguntas de (23) a (25) relacionadas a este sistema.



(23) Escolha dentre as afirmativas a seguir todas as que são verdadeiras para o processo que termina quando o equilíbrio térmico estiver estabelecido:

- I. O trabalho realizado pelo sistema composto pelos gases nas duas câmaras é zero.
- II. A energia interna do sistema composto pelos gases aumentou.

- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) Nem I, nem II.
- d) Tanto I como II.
- e) Não há informação suficiente.

(24) Escolha dentre as afirmativas a seguir todas as que são verdadeiras após o estabelecimento do equilíbrio térmico entre os gases nas duas câmaras:

- I. A entropia do gás na câmara inicialmente a temperatura T_F aumentou.
- II. A entropia do gás na câmara inicialmente a temperatura T_Q aumentou.
- III. A entropia do sistema composto pelos dois gases aumentou.

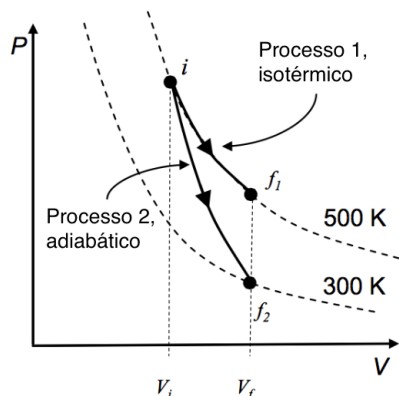
- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) III, apenas.
- d) I e III, apenas.
- e) I, II e III.

(25) Não há transferência espontânea de calor da câmara a temperatura mais baixa T_F para a câmara a temperatura mais alta T_Q quando as duas câmaras a diferentes temperaturas são colocadas inicialmente em contato. Escolha dentre as afirmativas a seguir todas as que explicam por que este processo não ocorre:

- I. Este processo violaria a segunda lei de Newton.
- II. Este processo violaria a primeira lei da termodinâmica.
- III. Este processo violaria a segunda lei da termodinâmica.

- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) III, apenas.
- d) I e II, apenas.
- e) II e III, apenas.

(26) Você realiza dois experimentos, cada um com um mol de gás, mostrados no diagrama PV abaixo. Os processos 1 e 2 (que são isotérmico e adiabático, respectivamente) começam no mesmo ponto i , a 500 K. Ao final de ambos os processos, o gás tem o mesmo volume final V_f . Qual das seguintes afirmativas é verdadeira sobre os dois processos? W é o trabalho realizado pelo gás.



- a) Nenhum trabalho é realizado no processo isotérmico uma vez que a temperatura não muda, mas W é positivo na expansão adiabática.
- b) W é maior para a expansão adiabática porque a mudança na pressão entre os pontos inicial e final é maior nesse processo.
- c) W é igual para os dois processos porque ambos possuem os mesmos volumes final e inicial.
- d) W é maior na expansão adiabática porque deve ser feito um trabalho adicional para mudar a temperatura.
- e) W é maior na expansão isotérmica porque nesse processo a pressão é maior para cada pequena mudança no volume de gás entre os pontos inicial e final.

(27) Você expande um gás monoatômico ideal isotermicamente. Escolha dentre as afirmativas a seguir todas as que são verdadeiras sobre este processo:

- I. Não há troca de calor entre o gás e o ambiente.
- II. A energia interna do gás não muda.
- III. O trabalho realizado pelo gás é positivo.

- a) I, apenas.
- b) I e II, apenas.
- c) I e III, apenas.
- d) II e III, apenas.
- e) I, II e III.

(28) Você realiza um experimento com um gás monoatômico ideal em um recipiente fechado com um pistão móvel e em contato com um reservatório térmico de modo que o gás sofra uma expansão isotérmica reversível. O gás recebe calor durante o processo. Escolha dentre as afirmativas a seguir *todas* as que são verdadeiras para a expansão isotérmica reversível:

- I. A entropia do gás aumenta.
- II. A entropia do gás e do reservatório térmico considerados em conjunto não muda.
- III. A energia interna do gás não muda.

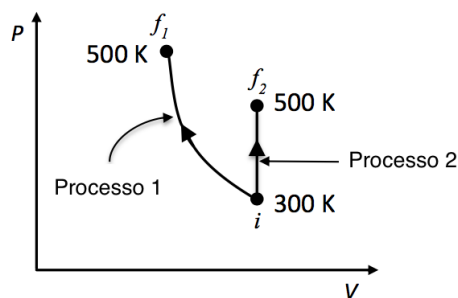
- a) I, apenas.
- b) I e II, apenas.
- c) I e III, apenas.
- d) II e III, apenas.
- e) I, II e III.

(29) Você realiza um experimento com um gás ideal monoatômico contido em um recipiente fechado e em contato com um reservatório térmico. O gás sofre um processo termodinâmico *irreversível* a volume constante (isocórico). O gás recebe calor durante o processo. Escolha dentre as afirmativas a seguir *todas* as que são verdadeiras para o processo isocórico irreversível:

- I. A entropia do gás aumenta.
- II. A entropia do gás e do reservatório térmico considerados em conjunto não muda.
- III. A energia interna do gás não muda.

- a) I, apenas.
- b) I e II, apenas.
- c) I e III, apenas.
- d) II e III, apenas.
- e) I, II e III.

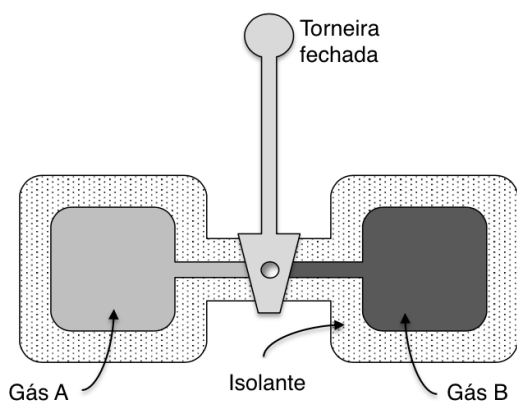
(30) Você realiza dois experimentos cada um com um mol de um gás ideal monoatômico. Os dois processos começam a 300 K no mesmo ponto i e terminam a 500 K, mas em pontos diferentes f_1 e f_2 como mostrado no diagrama PV abaixo. Os processos 1 e 2 são adiabático e isocórico (volume constante), respectivamente. Escolha dentre as afirmativas a seguir todas as que são verdadeiras em relação a esses processos:



- I. A variação da energia interna do gás é igual para os processos 1 e 2.
- II. O módulo do trabalho realizado pelo gás no processo 1 é igual ao módulo da quantidade de calor transferida ao gás no processo 2.

- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) Nem I, nem II.
- d) Tanto I como II.
- e) Não há informação suficiente.

Você realiza um experimento com um mol de um gás ideal A em uma câmara e um mol de um gás ideal B diferente em uma câmara separada idêntica à primeira. As duas câmaras estão à mesma temperatura e pressão. Você coloca as duas câmaras em uma caixa que as isola de todo o resto, mas as mantém em contato uma com a outra. As moléculas do gás quimicamente inerte podem se mover livremente entre as duas câmaras quando a torneira que as separa é aberta. O volume total do sistema permanece fixo ao longo do processo. Responda às perguntas de (31) a (33) relativas a este sistema com os seguintes estados inicial e final: estado inicial = um mol de gás A na câmara esquerda e um mol de gás B na câmara direita; estado final = gás A e gás B misturados uniformemente em todo o volume.



(31) Selecione dentre as afirmativas a seguir todas as que são verdadeiras para o processo que termina quando o equilíbrio é estabelecido:

- I. O trabalho realizado pelo sistema composto pelos dois gases é zero.
- II. A energia interna do sistema composto aumentou.

- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) Nem I, nem II.
- d) Tanto I como II.
- e) Não há informação suficiente.

(32) Escolha dentre as afirmativas a seguir *todas* as que são verdadeiras após o estabelecimento do equilíbrio:

- I. A entropia do gás A aumentou em relação a seu valor inicial.
- II. A entropia do gás B aumentou em relação a seu valor inicial.
- III. A entropia do sistema composto pelos dois gases aumentou.

- a) III, apenas.
- b) I e II, apenas.
- c) I, II e III.
- d) Nem I, nem II, nem III.
- e) Não há informação suficiente.

(33) O processo reverso ao descrito nas perguntas (31) e (32) não ocorre espontaneamente, isto é, nenhum processo espontâneo começará com o gás A e o gás B misturados uniformemente por todo o volume e terminará com o gás A em uma câmara e o gás B na outra. Escolha dentre as afirmativas a seguir todas as que explicam por que este processo não ocorre:

- I. Este processo violaria a segunda lei de Newton.
- II. Este processo violaria a primeira lei da termodinâmica.
- III. Este processo violaria a segunda lei da termodinâmica.

- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) III, apenas.
- d) I e II, apenas.
- e) II e III, apenas

Referências Bibliográficas

- [1] M. Moura, *Entropia Estatística e o Ensino da Segunda Lei da Termodinâmica*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física), Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro (2016).
- [2] B. W. Dreyfus, B. D. Geller, D. E. Meltzer, V. Sawtelle, *Resource Letter TTSM-1: Teaching Thermodynamics and Statistical Mechanics in Introductory Physics, Chemistry, and Biology*, American Journal of Physics, v. 83, p. 5 (2015).
- [3] T. I. Smith, W. M. Christensen, D. B. Mountcastle, J. R. Thompson, *Identifying Student Difficulties with Entropy, Heat Engines, and the Carnot Cycle*, Physical Review Special Topics – Physics Education Research, v. 11, art. 020116 (2015).
- [4] B. Bucy, *What is entropy? Advanced undergraduate performance comparing ideal gas processes*, AIP Conference Proceedings, v. 818, p. 81 (2006).
- [5] D. Meltzer, *Student learning in upper-level thermal physics: comparisons and contrast with students in introductory course*, AIP Conference Proceedings, v. 790, p. 31 (2005).
- [6] W. M. Christensen, D. E. Meltzer, C. A. Ogilvie, *Student ideas regarding entropy and the second law of thermodynamics in an introductory physics course*, American Journal of Physics, v. 77, p. 907 (2009).
- [7] M. J. Cochran, P. R. L. Heron. *Development and assessment of research-based tutorials on heat engines and the second law of thermodynamics*, American Journal of Physics, v. 74, p. 734 (2006).
- [8] T. R. Shultz and M. Coddigton, *Development of the concept of energy conservation and entropy*, Journal of Experimental Psychology, v. 31, p. 131 (1981).

- [9] S. Kesidou and R. Duit, *Students' conceptions of the second law of thermodynamics – an interpretive study*, Journal of Research in Science Teaching, v. 30, p. 85 (1993).
- [10] P. Thomas, R. Schuwenz, *College physical chemistry students' conceptions of equilibrium and fundamental thermodynamics*, Journal of Research in Science Teaching, v. 35, p. 1151 (1998).
- [11] M. Granville, *Student misconceptions in thermodynamics*, Journal of Chemical Education, v. 62, p. 847 (1985).
- [12] M. W. Zemansky, R. H. Dittman, *Heat and Thermodynamics*, 7ª edição (McGraw Hill, 1997).
- [13] H. L. Scott, *Review of Books on Thermal Physics*, American Journal of Physics, v. 66, p. 164 (1998).
- [14] H. M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, v. 2. 4ª edição (Edgard Blucher, 2002).
- [15] D. Halliday, R. Resnick, K. Krane, *Os Fundamentos da Física*, v. 2, 5ª edição (LTC, 2003).
- [16] F. Reif, *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics* (McGraw-Hill, 1965).
- [17] C. Kittel, H. Kroemer, *Thermal Physics*, 2ª edição (Freeman, 1997).
- [18] F. Reif, *Statistical Physics*, Berkeley Physics Course v. 5 (Mcgraw-Hill, 1967).
- [19] J. K. Pribram, *Review of 'An Introduction to Thermal Physics'*, American Journal of Physics, v. 67, p. 1284 (1999).
- [20] R. Baierlein, *Thermal Physics* (Cambridge U. P., 1999).
- [21] D. V. Schroeder, *An Introduction to Thermal Physics* (Addison-Wesley, 2000).
- [22] G. Cook, *Review of 'Thermal Physics'*, American Journal of Physics, v. 67, p. 1284 (1999).
- [23] F. Reif, *Thermal physics in the introductory physics course: Why and how to teach it from a unified atomic perspective*, American Journal of Physics v. 67, p. 1051 (1999).

- [24] R. Baierlein, *Teaching the approach to thermodynamic equilibrium: Some pictures that help*, American Journal of Physics, v. 46, p. 1042 (1978).
- [25] R. Baierlein, *Entropy and the second law: A pedagogical alternative*, American Journal of Physics, v. 62, p. 15 (1999).
- [26] K. Lee, *How to teach statistical thermal physics in an introductory physics course*, American Journal of Physics, v. 69, p. 68 (2001).
- [27] D. Schoepf, *A statistical development of entropy for the introductory physics course*, American Journal of Physics, v. 70, p. 128 (2002).
- [28] E. Kincanon, *Entropy simulation helps to reinforce physics concepts*, Physics Education, p. 379 (2004)
- [29] Z. T. S. Santos, M. M. C. A. Pernambuco, *Uma perspectiva histórica e epistemológica para o ensino de entropia no ensino médio*, Anais do XI Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, Curitiba (2008).
- [30] B. Alvarenga, A. Máximo, *Física*, v. 2, 1ª edição (Scipione, 2006).
- [31] R. H. Doca, N. Villas Boas, G. J. Biscuola, *Tópicos de Física*, v. 2, 16ª edição (Saraiva, 2001).
- [32] F. Ramalho Jr., N. G. Ferraro, P. A. T. Soares, *Os Fundamentos da Física*, v. 2, 9ª edição (Moderna, 2007).
- [33] A. Gaspar, *Compreendendo a Física*, v. 2 (Atica, 2012)
- [34] M. Pietrocola, A. Poggibend, T. R. Romero, R. Andrade, *Física em Contextos*, v. 2 (FTD, 2010).
- [35] L. C. Menezes, V. M. Alves, C. A. Kantor, M. C. Bonetti, O. Canato Jr., L. A. Paoliello Jr., *Quanta Física*, v. 2 (PD, 2010).
- [36] E. Mortimer, A. Horta, A. Mateus, A. Panzera, E. Garcia, M. Pimenta, D. Munford, L. Franco, S. Matos, *Matéria, Energia e Vida: Uma Abordagem Interdisciplinar*, v. 3 (Scipione, 2020).
- [37] P. V. S. Souza, P. M. C. Dias, F. M. P. Santos, *Ensinando a natureza estatística da segunda lei da termodinâmica no Ensino Médio*, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 35, n. 2, art. 2502 (2013).
- [38] H. Leff, *Thermodynamic entropy: The spreading and sharing of energy*, American Journal of Physics, v. 64, p. 1261 (1996).

- [39] L. Boltzmann, *On the Relationship between the Second Fundamental Theorem of the Mechanical Theory of Heat and Probability Calculations Regarding the Conditions for Thermal Equilibrium*, tradução para o inglês de K. Sharp e F. Matschinsky, *Entropy*, v. 17, p. 1971 (2015).
- [40] P. G. Hewitt, *Física Conceitual*, 9ª edição (Bookman, 2002).
- [41] R. Clausius, *On a Modified Form of the Second Fundamental Theorem in the Mechanical Theory of Heat*, *Philosophical Magazine*, s. 4, v. 12, n. 77, p. 81 (1856).
- [42] W. Thomson, *On the Dynamical Theory of Heat, with numerical results deduced from Mr. Joule's equivalent of a Thermal Unit, and M. Regnault's Observations on Steam*, *Philosophical Magazine* s. 4, v. 7, n. 22, p. 8 (1852).
- [43] B. R. Wilcox, M. D. Caballero, C. Baily, H. Sadaghiani, S. V. Chasteen, Q. X. Ryan, S. J. Pollock, *Development and uses of upper-division conceptual assessments* *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, v. 11, 020115 (2015).
- [44] A. Madsen, S. B. McKagan, E. C. Sayre, *Resource Letter RBAI-1: Research-Based Assessment Instruments in Physics and Astronomy*, *American Journal of Physics*, v. 85, p. 245 (2017).
- [45] D. Hestenes, M. Wells, G. Swackhamer, *Force Concept Inventory*, *The Physics Teacher*, v. 30, p. 141 (1992).
- [46] R. R. Hake, *Interactive-Engagement versus Traditional Methods: A Six-Thousand-Student Survey of Mechanics Test Data for Introductory Physics Courses*, *American Journal of Physics*, v. 66, p. 64 (1998).
- [47] P. V. Engelhardt, *An introduction to classical test theory as applied to conceptual multiple-choice tests*, in *Getting Started in PER* (2009), <http://www.compadre.org/per/items/detail.cfm?ID=8807>.
- [48] P. Wattanakasiwich, P. Taleab, M. Sharma, I. Johnston, *Development and Implementation of a Conceptual Survey in Thermodynamics*, *International Journal of Innovation in Science and Mathematical Education*, v. 21, p. 29 (2013).
- [49] S. Yeo, M. Zadnik, *Introductory thermal concept evaluation: Assessing students' understanding*, *The Physics Teacher*, v. 39, p. 496 (2001).

- [50] H. Chu, D. Treagust, S. Yeo, M. Zadnik, *Evaluation of Students Understanding of Thermal Concepts in Everyday Contexts*, International Journal of Science Education, v. 34, p. 1509 (2012).
- [51] C. Tanahoung, M. Sharma, I. Johnston, R. Chitaree, C. Soankwan, *Surveying Sydney Introductory Physics Students' Understandings of Heat and Temperature*, presented at the Australian Institute of Physics National Congress, Brisbane, 2006.
- [52] B. Brown, C. Singh, *Development and validation of a conceptual survey instrument to evaluate students' understanding of thermodynamics*, Physical Review Physics Education Research, v. 17, 010104 (2021).
- [53] B. R. Brown, *Developing and Assessing Research-Based Tools For Teaching Quantum Mechanics and Thermodynamics*, Tese de Doutorado, Universidade de Pittsburgh (2015).
- [54] L. Pasquali, *Psicometria – Teoria dos Testes na Psicologia e na Educação*, 4ª edição (Vozes, 2011)
- [55] R. L. Doran, *Basic Measurement and Evaluation of Science Instruction* (National Science Teachers Association, 1980).
- [56] F. Silveira, *Relação entre duas estatísticas utilizadas em análise de consistência interna de testes psicométricos*. Ciência e Cultura, v. 32, 214-217 (1980).
- [57] F. Silveira, *Relação entre o índice de discriminação de itens em testes psicométricos e duas outras estatísticas: variância do escore total e coeficiente de fidedignidade*. Ciência e Cultura, v. 33, 246-248 (1981).
- [58] L. Ding, R. Beichner, *Approaches to data analysis of multiple-choice questions*, Physical Review Special Topics – Physics Education Research, v. 5, 020103 (2009).
- [59] L. Ding, R. Chabay, B. Sherwood, R. Beichner, *Evaluating an electricity and magnetism assessment tool: Brief electricity and magnetism assessment*, Physical Review Special Topics – Physics Education Research, v. 2, 010105 (2006).
- [60] R. R. Wilcox, *Basic Statistics – Understanding Conventional Methods and Modern Insights* (Oxford U. Press, 2009).
- [61] J. Cohen, *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences* (Academic Press, 1977).

- [62] S. Freeman, S. L. Eddy, M. McDonough, M. K. Smith, N. Okoroafor, H. Jordt, M. P. Wenderoth, *Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics*, Proceedings of the National Academy of Sciences, v. 11, p. 8410 (2014).
- [63] C. E. Aguiar, M. Moura, M. F. Barroso, *Ensino de física em tempos de pandemia: Instrução remota e desempenho acadêmico*, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 44, e20210329 (2022).
- [64] J. F. Hair, W. C. Black, B. J. Babin, R. E. Anderson, *Multivariate Data Analysis*, 7^a edição (Prentice Hall, 2009).
- [65] B. Everitt, T. Hothorn, *An Introduction to Applied Multivariate Analysis with R* (Springer, 2011).
- [66] I. T. Jolliffe, *Principal Component Analysis*, 2^a edição (Springer, 2002).