UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

JEAN AVELINO DE MELO SOARES

A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA DA PRIMEIRA VOLTA PARA ALUNOS CEGOS

RIO DE JANEIRO
2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

JEAN AVELINO DE MELO SOARES

A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA DA PRIMEIRA VOLTA PARA ALUNOS CEGOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Claudia Coelho de Segadas Vianna

RIO DE JANEIRO

2024

CIP - Catalogação na Publicação

A654u

Avelino de Melo Soares, Jean
A utilização de recursos para o ensino de trigonometria da primeira volta para alunos cegos. / Jean Avelino de Melo Soares. -- Rio de Janeiro, 2024.
202 f.

Orientadora: Claudia Coelho de Segadas Vianna.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2024.

1. Ensino de Trigonometria. 2. Matemática. 3. Deficiência Visual. 4. Inclusão. I. Coelho de Segadas Vianna, Claudia, orient. II. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UFRJ com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob a responsabilidade de Miguel Romeu Amorim Neto - CRB-7/6283.

JEAN AVELINO DE MELO SOARES

A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA DA PRIMEIRA VOLTA PARA ALUNOS CEGOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Aprovada em: 27 de agosto de 2024.

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
gov.br CLAUDIA COELHO DE SEGADAS VIANNA
Data: 18/10/2024 10:13:12-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Dr.ª Claudia Coelho de Segadas Vianna – UFRJ (Orientadora)

Documento assinado digitalmente
gov.br FERNANDA MALINOSKY COELHO DA ROSA
Data: 19/10/2024 15:02:20-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Dr.ª Fernanda Fernanda Malinosky Coelho da Rosa - UFMS

Documento assinado digitalmente
gov.br MIRIAM GODOY PENTEADO
Data: 15/10/2024 13:53:29-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Dr.ª Miriam Godoy Penteado - UNESP

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, pois sem Ele não sei se conseguiria. A Jesus e Maria por passarem sempre na frente. Aos meus pais que com muito esforço pagaram os meus estudos e deram-me o inteiro suporte para que eu chegasse até aqui. À minha irmã que sempre puxou minha orelha e me impulsionou a seguir em frente. Às minhas tias e aos meus tios que sempre acreditaram no meu potencial. Ao meu psicólogo por me ajudar e me ouvir em muitos momentos. Aos meus amigos e colegas que me apoiaram de alguma forma, em alguma etapa da minha vida. Aos meus alunos que me fazem ser cada vez mais um professor melhor. Aos aprendizes que realizaram essa pesquisa, pois sem eles não haveria esse trabalho. Aos professores do Núcleo. Aos meus amigos da especialização e do mestrado. Aos professores da banca que avaliaram este trabalho. Aos meus professores do programa de mestrado e de especialização. Aos professores Daniel Felipe e Claudia por toda ajuda e colaboração durante o processo de construção deste estudo. Todos vocês que passaram pela minha vida foram de fundamental importância para a minha trajetória acadêmica, seja me fazendo não desistir nos momentos mais difíceis, seja puxando minhas orelhas em momento oportuno. Obrigado por tudo!

DEDICATÓRIA

Aos meus pais e a minha irmã, vocês fizeram e fazem sempre parte de tudo que faço e sonho. Só vocês compreendem o que passei para chegar até aqui. Muito obrigado por não me deixarem desistir de tudo, por mais que existissem momentos e pessoas contribuindo para isso.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo refletir sobre as potencialidades e os obstáculos com os quais os alunos com deficiência visual se deparam no ensino de trigonometria. A pesquisa apresenta-se por meio de uma abordagem qualitativa, utilizando entrevistas baseadas em tarefas e entrevistas semiestruturadas como suporte metodológico para desenvolvimento das atividades, mapeamento dos perfis dos alunos e conhecimentos prévios sobre o conteúdo de trigonometria. A fim de possibilitar que o conteúdo de trigonometria não seja excluído do aprendizado destes alunos, uma vez que é bastante visual, e com a intenção de auxiliar os professores quanto ao seu desenvolvimento, busca-se, através desta pesquisa, apresentar atividades e recursos que possam contribuir para o seu ensino. O uso de materiais manipulativos, assim como, a escuta constante dos alunos, compuseram as ferramentas didáticas para o desenvolvimento dos encontros e melhor construção dos enunciados. Serão descritas as atividades desenvolvidas, com o objetivo de apresentar como foram trabalhadas junto aos participantes. Durante as entrevistas, realizadas com uma estudante da Educação Básica e um estudante do Ensino Superior, entregamos os materiais produzidos por nós e outros já existentes e pudemos observar que a composição deles possibilitou a exploração da circunferência trigonométrica de modo mais abrangente. Assim, foram construídos ângulos por simetrias, determinados valores de senos e cossenos de arcos no intervalo $[0,2\pi[$ e explorados o conceito de redução ao primeiro quadrante utilizando transformações isométricas. Utilizamos o termo da primeira volta, fazendo referência à nomenclatura utilizada pelo PCN+ (Brasil, 2000) para expressar qualquer ângulo positivo com medidas entre 0º e 360º. Dessa forma, concluímos, que os alunos cegos conseguiram realizar, com êxito, as atividades propostas com o auxílio dos recursos e dos direcionamentos adotados. Além disso, observamos que os materiais foram essenciais para o ensino deste conteúdo e que um único não foi suficiente para atender as necessidades dos alunos.

Palavras-chave: Ensino de Trigonometria; Matemática; Deficiência Visual; Inclusão.

ABSTRACT

This work aims to reflect on the potentialities and obstacles that students with visual impairments face in the teaching of trigonometry. The research is presented through a qualitative approach, using task-based interviews and semi-structured interviews as methodological support for developing activities, mapping student profiles, and assessing prior knowledge of trigonometry content. In order to enable the trigonometry content not to be excluded from these students' learning, given it is highly visual, and with the intention of assisting teachers in its development, this research seeks to present activities and resources that can contribute to its teaching. The use of manipulative materials, as well as constant listening to the students, were key didactic tools for the development of the sessions and better construction of the statements. The activities carried out will be described, with the aim of showing how they were worked on with the participants. During the interviews, conducted with a basic education student and a higher education student, we provided materials produced by us and others that already existed, and we observed that their composition allowed for a more comprehensive exploration of the trigonometric circle. Thus, angles were constructed through symmetries, values of sines and cosines of arcs in the interval $[0,2\pi[$ were determined, and the concept of reduction to the first quadrant using isometric transformations was explored. We used the term "first turn," referring to the nomenclature used by the PCN+ (Brazil, 2000) to express any positive angle with measures between 0º and 360º. In this way, we concluded that blind students were able to successfully complete the proposed activities with the help of the resources and guidance adopted. Furthermore, we observed that the materials were essential for teaching this content and that a single material was not sufficient to meet the students' needs.

Keywords: Trigonometry Teaching; Mathematics; Visual Impairment; Inclusion.

ÍNDICE DE QUADROS

ÍNDICE DE TABELA

ÍNDICES DE FIGURAS (ILUSTRAÇÕES)

LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

AEE – Atendimento Educacional Especializado

DV – Deficiência Visual

NAPNE – Núcleo de Apoio às Pessoas com Necessidades Específicas

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

LBI - Lei Brasileira de Inclusão

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

CID – Classificação Internacional de Doenças

OMS – Organização Mundial de Saúde

MEC – Ministério da Educação

TECNEP – Tecnologia e Profissionalização de Pessoas com Necessidades Educacionais Especiais

SECADI – Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão

SEESP – Secretaria de Educação Especial

IFs – Institutos Federais

PPP - Projeto Político Pedagógico

PAE – Profissionais de Apoio Escolar

CoC - Conselho de Classe

GAPE – Grupo de Apoio Pedagógico Especializado

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

BUSCAd – Buscador Acadêmico

EDUCIMAT – Educação em Ciências e Matemática

Ifes – Instituto Federal do Espírito Santo

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

DOAJ – Directory of Open Access Journals

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

ERIC – Education Resources Information Center

IFPR – Instituto Federal do Paraná

GPECiM – Grupo de Pesquisa em Educação, Ciências e Matemática

CFCH – Centro de Filosofia e Ciências Humanas

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

CAAE – Certificado de Apresentação de Apreciação Ética

SUMÁRIO

1. Introdução

1.1 Escolha do tema

Em 2017, participei do processo de seleção para bolsista do grupo “Ensino da Matemática para Alunos com Deficiência Visual e Alunos Surdos”, um dos cinco grupos de pesquisa e extensão oferecidos pelo Projeto Fundão - Setor Matemática. Neste grupo, tive a oportunidade de aprofundar meu conhecimento sobre as dificuldades, potencialidades e desafios associados ao ensino e a aprendizagem de matemática, sob diversas perspectivas, não apenas no âmbito da inclusão. Desde a primeira reunião em que participei, pude perceber o quão fascinante e desafiador é este trabalho, e como o espírito colaborativo entre os membros dos diferentes grupos se manifestava de maneira constante. As visitas às instituições especializadas, assim como, as participações em oficinas e minicursos que me envolvi foram de grande relevância tanto para o meu crescimento pessoal, quanto para minha formação profissional. Essas experiências me proporcionaram uma compreensão mais profunda de minha área de interesse. Em 2018, durante a disciplina de Prática de Ensino em Matemática Estágio Supervisionado, foi necessário selecionar uma instituição de ensino para realizar as atividades práticas do estágio supervisionado. Optei por uma instituição federal de ensino localizada no Rio de Janeiro, dentre as opções oferecidas aos licenciandos.

Na instituição de ensino, tive a oportunidade de trabalhar com alunos com deficiência visual, experiência que serviu de base para a minha monografia de final de curso sobre “O Ensino do Ciclo Trigonométrico a Alunos com Deficiência Visual: A Redução ao Primeiro Quadrante” (Soares, 2021). Neste estudo, a partir de um relato de experiência, descrevi como ocorreu o ensino de trigonometria na circunferência trigonométrica a alunos com deficiência visual inseridos em uma sala de aula regular, em que todos os alunos, videntes ou não, aprendiam o mesmo conteúdo. Foi uma proposta bem interessante e me ajudou a perceber que havia a necessidade de atenção sobre o currículo dos alunos com deficiência visual, sobretudo quanto à questão do ensino da trigonometria. Após a defesa do meu trabalho de curso, fortaleceu-se meu interesse em contribuir para a educação de alunos público-alvo da educação especial, sobretudo, os com deficiência visual. Contudo, durante a experiência anterior, identifiquei questões que ainda carecem de discussão, relativas aos instrumentos utilizados, à necessidade de texturas e relevos e às alterações em atividades construídas, aspectos que não foram explorados detalhadamente no meu trabalho de conclusão de curso.

Em 2021, após a conclusão de meu trabalho final de curso, percebi que havia inquietações ainda não supridas quanto ao ensino de alunos com deficiência visual que pairam sobre mim. Observações relativas ao meu trabalho anterior e de vivências oriundas de meu estágio como bolsista no Projeto Fundão setor Matemática. Impelido por essas inquietações, procurei por editais de seleção para programas de mestrado e especialização no Rio de Janeiro.

Nesta ocasião, submeti-me aos processos seletivos de três instituições e obtive a aprovação em duas delas: na especialização em Educação Matemática do Colégio Pedro II e no programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro. O primeiro curso foi concluído em julho de 2023, conferindo-me o título de especialista em Educação Matemática, cujo trabalho final consistiu em analisar o Ensino de Cones a Alunos com Deficiência Visual através de uma abordagem investigativa. Essas duas experiências complementares proporcionaram-me uma compreensão aprofundada durante as leituras das disciplinas, tais como Tendências em Educação Matemática, Metodologia, Didática da Matemática e Recursos Didáticos. Além disso, o curso realizado no Instituto Benjamin Constant sobre Recursos Educacionais Acessíveis para o Ensino e Aprendizagem de Ciências da Natureza e Matemática para Estudantes com Deficiência Visual reforçou minha percepção sobre numerosas questões ainda não exploradas no campo da Educação Matemática, especialmente aquelas ligadas à inclusão.

Mediante o contato com diversos textos de autores das áreas indicadas, pude compreender a necessidade de atualização e formação constante, de observações sobre as minhas práticas, bem como acerca da compreensão dos recursos utilizados e da importância deles aos alunos, de modo geral. Para além do conteúdo a ser ensinado, do currículo e de uma determinada pedagogia a ser desenvolvida, ainda esbarramos em situações que não são observadas nos manuais, nem mesmo na academia, que englobam o universo de alunos existentes e os diferentes contextos observados dentro de uma sala de aula. Há realidades distintas no espaço escolar, que o professor deve estar disposto a atendê-las, independente das complexidades e das especificidades de cada indivíduo ali presente.

Serão utilizados como base teórica para este estudo, os trabalhos de Reys (1982), Serrazina (1996), Vale (1999), Ribeiro (1995), Lorenzato (2006), Thompson (1992), Turrioni e Pérez (2006), Passos (2006) e Kamii; Lewis; Kirkland (2001), que apontam, de modo geral, que os manipuláveis são materiais de uso comum ou fabricados com intuito educacional que permitem despertar vários sentidos e experiências no aluno durante uma situação de aprendizagem. As ações promovidas sobre esses objetos físicos, são as responsáveis por facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Por outro lado, Clements (1999), Clements; McMillen (1996), Moyer; Bolyard e Spikell (2002) reconhecem que os manipuláveis vão além dos físicos, incluindo programas de computadores, tablets ou smartphones, pois possuem softwares dinâmicos por meio dos quais é permitida a manipulação, eles caracterizam esse material como manipuláveis virtuais.

Pensando no contexto exposto acima, é que se faz presente este trabalho, no sentido de desenvolver materiais acessíveis para alunos com deficiência visual (DV) no ensino de trigonometria na circunferência trigonometria. Esta proposta consiste como se fosse um laboratório para investigar os recursos concretos construídos e verificar se eles permitem o desenvolvimento do conteúdo com os alunos sem acuidade visual, e como esse conteúdo é puramente visual, apelamos para a utilização de texturas e relevos, e a utilização de materiais em associados para o seu desenvolvimento. De acordo com Piaget (1975), é necessário agir sobre o material, ou seja, por meio de manipulações para que o aluno consiga abstrair os conceitos matemáticos. Além de agir sobre o recurso concreto, é necessário que, a partir desse agir, se construa os significados e conhecimentos esperados com essa ação. Hiebert e Wearne (1992, p. 116) reconhecem que “os alunos por vezes aprendem a usar os manipulados de maneira mecânica, com pouco ou nenhum aprendizado dos conceitos e procedimentos matemáticos que os cercam”. Portanto, o processo de agir sobre o concreto é fundamental para que o conhecimento seja construído pelo aluno. Quando se opera com os recursos se possibilita que os alunos construam os conceitos e percebam os processos envolvidos, e isso é particularmente importante ao aluno com deficiência visual, que tem o tato como principal canal de acesso às informações, como bem indicado por Cerqueira e Ferreira (1996, p.1) ao reconhecerem que o manuseio possibilita o treinamento da percepção tátil, e isso facilita a descrição de detalhes e a realização de movimentos através dos dedos.

Na monografia (Soares, 2021), percebi que o ensino deste conteúdo a alunos com deficiência visual, era feito por meio de uma breve revisão da trigonometria do triângulo retângulo, observada no 9° ano, com uma breve extensão para o estudo das funções trigonométricas, por meio do qual se abordava os valores dos senos e dos cossenos através da calculadora, valores estes memorizados pelos alunos. Muito se alterou dessa experiência até hoje, pois o ensino da circunferência trigonométrica, sobretudo, da redução ao primeiro quadrante, tornou-se presente no colégio onde realizei o estágio, a partir da experiência por mim conduzida. Contudo, por mais que tenha tido esse acréscimo, ainda assim é necessária atenção diante desse conteúdo, para que seu ensino não volte a ser concebido de forma fragmentada, apresentando apenas alguns recortes como era observado durante o 1° ano do ensino médio. O conteúdo de trigonometria deve ser visto e praticado em sua totalidade para que se faça sentido. Dessa forma, se permitirá que os alunos tenham o inteiro conhecimento de trigonometria, e que acompanhe o que é observado nos livros didáticos utilizados na instituição e não menos importante, para que se possa compreender os elos necessários para o desenvolvimento desse conteúdo para além dos observados nos triângulos retângulos.

Um dos principais motivadores para a construção desta pesquisa foi que no cenário anterior, que antecede à minha monografia, as práticas curriculares de trigonometria junto a alunos com deficiência visual na instituição onde realizei a investigação eram empregadas apenas para os triângulos retângulos. Modificaram-se a partir da experiência que relatei em meu trabalho, com o desenvolvimento de atividades e com o uso de um material manipulável acessível aos alunos para o ensino da redução ao primeiro quadrante. Na ocasião, a experiência ocorreu durante as aulas de matemática em que alunos, videntes ou não, aprendiam os mesmos conteúdos, juntos, em sala de aula.

Neste novo cenário, o ambiente de pesquisa deixaria de ser o ambiente da sala de aula regular com os demais alunos, e ocorreria exclusivamente no Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE). Contudo, por questões externas que impediram a continuação das aplicações na instituição, dentre elas, a greve nas instituições federais de ensino, e pelo fato das poucas atividades até então desenvolvidas por decorrência da demora em respostas dos comitês de ética[1], foram necessários ajustes na ideia inicial planejada para que pudéssemos concluir a pesquisa. Dessa forma, tivemos de deixar de praticá-la com uma aluna no núcleo e nos voltamos a um aluno cego no ambiente da universidade, cursando engenharia. Essas duas oportunidades funcionaram como um laboratório para investigar os recursos operados por esses alunos e observar se contribuem para a assimilação do conteúdo proposto, uma vez que percebi que o material Multiplano, na experiência anterior, não era suficiente para trabalhar todo o conteúdo de trigonometria necessário para o primeiro ano do Ensino Médio. A partir desse laboratório, pude coletar outras informações, relatar diferentes cenários existentes e observar potencialidades e obstáculos ainda não presenciados no trabalho anterior.

[1] Vide anexos composto pelos termos e parecer da plataforma Brasil. Como medida para preservar o nome da instituição, optamos por nomeá-la nos documentos que compõem os anexos como XXX.

Qual a finalidade de sair da sala de aula regular, sendo que esse contato na sala ou fora dela se dá de modo individualizado? O intuito de sair da sala de aula regular e me voltar ao núcleo e aos outros espaços, foi justamente pelo fato de poder observar mais de perto esses alunos, sem que existissem interferências externas de outros alunos e de tal modo que fosse permitido compreender as necessidades deles em relação a esse tema. O NAPNE e a universidade, nesse sentido, funcionaram como locais fundamentais de investigação para a pesquisa. O primeiro, por ser nesse local que é realizado o atendimento a esse aluno de modo individualizado, após o primeiro contato dele com o conteúdo dentro da sala de aula regular. Já o segundo, devido ao fato de ser neste espaço acadêmico que o estudante irá se deparar de novo, ou pela primeira vez com esse conteúdo, sendo um pré-requisito para disciplinas de exatas. Explicarei mais a frente sobre os ajustes ocorridos nesta pesquisa, com o intuito de direcionar o leitor sobre as mudanças tanto ligadas à construção, quanto à finalização deste estudo.

Nas duas ocasiões pude observar a necessidade de criação e alterações de materiais que pudessem dar conta de atender aos alunos cegos durante o estudo desse tema. Alterar esse cenário, de certa forma, tornou-se algo bom, pois possibilitou testar os materiais com um aluno em outro nível escolar, bem como permitiu verificar como se dava a revisitação dos conteúdos de trigonometria que ele já deveria conhecer. Por outro lado, como uma contrapartida ao participante, aprender de outra forma esses conteúdos poderia auxiliá-lo no decorrer do seu curso, já que são cobrados em disciplinas de cálculo e física.

Pensar em produção de recursos didáticos para alunos público-alvo da educação especial, mais precisamente, para pessoas sem acuidade visual, permite-nos refletir e observar uma infinidade de fatores, dentre eles os diferentes tipos de deficiência visual, as particularidades e necessidades de cada indivíduo, o uso do Sistema Braille, de texturas e alguns outros materiais existentes para que seja possível compreender um produto que seja acessível e atenda as necessidades do estudante com deficiência visual.

1.2 Identificando o sujeito com deficiência visual

De acordo com a Organização Mundial de Saúde (OMS), dados do Relatório Mundial sobre visão, estima-se que aproximadamente 2,2 milhões de pessoas no mundo têm deficiência visual ou cegueira. Deste número, 3,5% têm deficiência visual de acordo com o Censo Demográfico (IBGE, 2010). Dentre os diversos motivos apontados pela OMS que indicam as principais causas de cegueira no Brasil são: catarata, glaucoma, retinopatia diabética, cegueira infantil e degeneração macular. Particularmente entre as crianças, as causas mais comuns apontadas são glaucoma congênito, retinopatia da prematuridade e toxoplasmose ocular congênita. Com o intuito de entender mais sobre o público-alvo desta pesquisa, precisaremos apresentar de modo breve algumas particularidades da deficiência visual.

Deficiência visual não significa incapacidade total para ver, pois dentro desse universo há diferentes pessoas com variados graus de visão residual. Acuidade visual e campo visual são termos que nos permitem compreender justamente esses diferentes agrupamentos existentes dentro deste universo. A distância que um determinado objeto pode ser visto, levando em consideração o contorno, os cortes e a forma é o que se define por acuidade visual, isto é, compreende a capacidade de percepção visual do indivíduo. Já o campo visual é toda a área visual percebida pelos olhos.

O termo cegueira não é absoluto, uma vez que compreende vários graus de visão residual, como afirma Conde (2016). Ele significa prejuízo da aptidão a níveis incapacitantes para exercícios de tarefas rotineiras. A cegueira parcial, por exemplo, é quando os indivíduos são capazes de contar os dedos a curtas distância ou que só percebem vultos. Esse indivíduo consegue identificar a direção que provém a luz. Há indivíduos que só têm percepção e projeção luminosa, no qual distingue apenas entre o claro e o escuro. A cegueira total, ou amaurose, pressupõe completa perda da visão**,** onde não há nenhum resquício da visão ou quando o possuem somente a percepção de luz (Ibid., 2016). A visão só é nula quando não há nenhuma percepção visual.

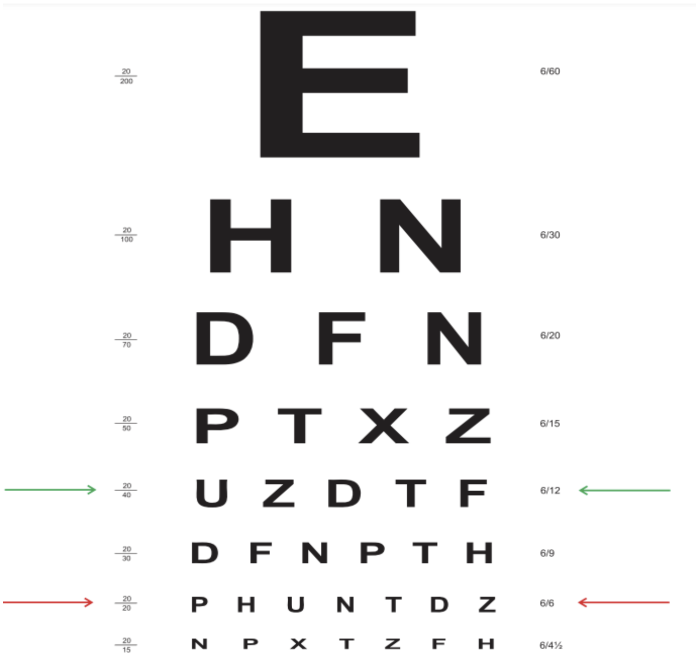
A cegueira é considerada congênita, de acordo com Nunes e Lomônaco (2008, p. 120), quando a perda da visão ocorre antes dos cinco anos de idade. Já quando a visão é perdida após essa idade, esses indivíduos são considerados cegos adventícios.

A visão subnormal é a alteração significativa da capacidade funcional da visão, decorrente de fatores isolados ou associados, dentre eles, como rebaixamento significativo da acuidade visual, redução do campo visual, alterações de cores e sensibilidade aos contrastes que interferem ou limitam o desempenho visual (Bruno, 1997). As pessoas que se incluem nesse último grupo podem ler textos impressos, porém, ampliados ou com o uso de recursos óticos especiais.

De acordo com a 10ª revisão da Classificação Internacional das Doenças e Problemas Relacionados à Saúde (CID-10) da Organização Mundial de Saúde (OMS, 1993), é por meio da tabela optométrica de Snellen que se avalia a capacidade visual de um indivíduo.

A tabela optométrica de Snellen consiste em 11 linhas de letras maiúsculas, começando com uma única letra grande na linha superior e adicionando uma letra a mais a cada linha que segue (**Figura 1)**. O número de letras em cada linha aumenta de cima para baixo. Há outros testes que podem ser utilizados para além da Snellen, que usam imagens ou padrões para medir a acuidade visual em vez de letras, um exemplo, é o teste LEA, que utiliza imagens (maçã e quadrado) ao invés de letras, mais indicados para crianças. Contudo, o teste mais utilizado é a tabela de Snellen.

Figura 1 – Tabela optométrica de Snellen



Fonte: Brasil, 2008.

Uma pessoa é considerada como cega, utilizando a tabela, pelos seguintes critérios estabelecidos pela OMS (1993, *apud* Brasil, 2008): o valor da acuidade visual corrigida no melhor olho é menor que 20/200 ou menos, ou seja, o indivíduo consegue ver algo por volta dos 6 metros, o que outra pessoa conseguiria observar em 60 metros; ou também, quando o diâmetro mais largo do seu campo de visão subtende um arco não maior que 20º, ainda que sua acuidade visual nesse estreito campo possa ser superior a 20/200. O indivíduo com visão subnormal (baixa visão) é aquele que possui acuidade visual de 6/60 e 18/60 (em escala métrica) ou um campo visual entre 20º e 50º.

1.3 O que nos guia: objetivos e questões de pesquisa

É importante que se deixe de pensar na cegueira como uma condição que limita o indivíduo e classifique-o como capaz ou não para executar funções e tarefas. Na maioria das vezes, o que muda nesse processo é o modo que esse indivíduo é estimulado para atingir suas potencialidades. Isso se reflete em entender algumas condições características desse grande universo de pessoas em relação à deficiência visual.

A Lei Brasileira de Inclusão (Lei n° 13.146/2015) promulga que cabe ao poder público que haja "adaptações razoáveis, para atender às características dos estudantes com deficiência e garantir o seu pleno acesso ao currículo em condições de igualdade, promovendo a conquista e o exercício de sua autonomia" (Brasil, 2015). Esta mesma lei considera como adaptações razoáveis aquelas:

> adaptações, modificações e ajustes necessários e adequados que não acarretem ônus desproporcional e indevido, quando requeridos em cada caso, a fim de assegurar que a pessoa com deficiência possa gozar ou exercer, em igualdade de condições e oportunidades com as demais pessoas, todos os direitos e liberdades fundamentais (Brasil, 2015).

Essa pesquisa vem agregar uma investigação no campo da Educação Matemática Inclusiva, contribuindo para uma educação que possibilite o acesso aos tópicos de trigonometria, atendendo ao desenvolvimento individual, com respeito aos limites e ao tempo de cada aluno, sem que haja a necessidade de sintetização do currículo desse aluno, mas sim, adequações necessárias, utilizando de recursos acessíveis para que se possa trabalhá-los.

Neste sentido, a Educação Matemática Inclusiva se faz presente à medida que se investiga como tornar o saber matemático, assim como as ações didáticas, acessíveis para todos os estudantes e que eles sejam atendidos com qualidade, como preconiza Nogueira (2020). Esta educação é fundamental para que as diferenças não sejam desprezadas, nem mesmo disfarçadas, podendo coexistir em uma mesma sala de aula para favorecer o acesso de todos os alunos ao saber matemático, respeitando as principais diferenças entre os alunos, os níveis cognitivos, potencialidades e demandas (Ibid., 2020). Fernandes (2008, p. 103) corrobora com essa ideia ao destacar que "para que educandos com deficiência se desenvolvam e aprendam, precisamos nos centrar na minimização de sua desvantagem e investir em sua equiparação de oportunidades". Dessa forma, esta pesquisa, por mais que seja direcionada para um público em específico, espera-se que ela possa contribuir para a educação inclusiva de modo mais geral, pensando nos diferentes contextos e realidades observados dentro da sala de aula.

As atividades e os recursos, por mais que tenham sido pensados para alunos público-alvo da educação especial, podem ser utilizados por quaisquer estudantes dentro do espaço escolar. As atividades foram pensadas de modo sequenciado, tendo como base os livros didáticos do Ensino Básico, do Ensino Superior e orientações dos documentos oficiais, nos quais foi possível identificar conexões existentes entre os conteúdos necessários para a sua construção. Assim, foi possível perceber durante esse estudo que o conteúdo de trigonometria é trabalhado partindo do triângulo retângulo, para que se chegue à circunferência e seus desdobramentos com a inserção do plano cartesiano. A partir do triângulo retângulo, pode-se construir a circunferência. O plano cartesiano serve para indicar a orientação e localização dos pontos tomados sobre a circunferência. Desse modo, a circunferência trigonométrica é justamente definida por uma circunferência de raio 1, centrada na origem de um plano cartesiano, orientada positivamente no sentido anti-horário.

Compreender tópicos vistos anteriormente é fundamental para entender esse assunto, uma vez que o novo conhecimento se origina de assuntos já estudados. A ideia de sequenciamento é algo bem explicitada pelos documentos oficiais existentes que regem o currículo escolar. Resgatar conteúdos já trabalhados para introduzir novos é algo bastante valioso, sobretudo pela possibilidade de observar que os conteúdos, em matemática, são interligados. Os materiais, por sua vez, surgem como suporte para que seja possibilitado o acesso a cada atividade produzida e para apoiar as construções realizadas. Através deles se permite uma outra forma de desenvolvimento desse tópico para além do visual feito no quadro e trazidos nos livros didáticos em tinta.

Nosso objetivo com a pesquisa foi refletir sobre as potencialidades e os obstáculos com os quais os alunos com deficiência visual se deparam no ensino de trigonometria. Com esse objetivo, as perguntas que pretendo responder ao término desta pesquisa e que me impulsionam são:

> **Quais são as potencialidades e os obstáculos encontrados pelos alunos com deficiência visual no ensino de trigonometria? A natureza dos obstáculos encontrados são inerentes ao conteúdo ou aos recursos utilizados? Os recursos podem auxiliar?**

Objetivos específicos:

- Verificar se os recursos utilizados para o ensino do tema proposto são acessíveis aos alunos com DV.
- Entender as dificuldades e as potencialidades dos alunos no ensino de trigonometria e como os materiais podem auxiliá-los.
- Propor tarefas aos alunos com o intuito de compreender a construção do raciocínio para a aprendizagem da trigonometria.
- Analisar junto aos alunos se as atividades propostas estão possibilitando o conhecimento de trigonometria.

O texto da dissertação foi dividido em oito capítulos, com a finalidade de apresentar os propósitos destinados desta pesquisa.

No capítulo 2 desenvolvemos os referenciais teóricos utilizados durante essa pesquisa, sendo explicitada a necessidade e a importância dos materiais manipuláveis para o ensino de conteúdos aos alunos, em particular aos alunos com deficiência visual. Por meio dessas reflexões sobre os recursos e suas respectivas referências, é possível perceber como a mediação torna-se necessária para esse propósito.

No capítulo 3 apresentamos uma revisão sistemática de literatura, buscando assim, identificarmos as pesquisas na área, com o intuito de trazermos contribuições e desdobramentos outros para o ensino de trigonometria junto aos alunos cegos.

No capítulo 4 descrevemos o ensino da trigonometria observando os documentos oficiais e os livros didáticos utilizados para a construção da parte teórica deste estudo. Além disso, identificamos a importância desse estudo inicial para a composição das atividades.

No capítulo 5 apresentamos as metodologias empregadas neste trabalho, por meio de referenciais teóricos que apoiam as ideias construídas e que serão desenvolvidas no decorrer das atividades. Serão também descritos os roteiros, os locais de desenvolvimento das aplicações, as alterações de cenários realizados durante as observações, o desenvolvimento e o planejamento das entrevistas.

Nos capítulos 6 e 7 apresentamos as atividades aplicadas no estudo, além da análise e organização realizadas durante as tarefas, as possíveis impressões, obstáculos observados pelos alunos e as alterações que ocorreram durante o desenvolvimento da pesquisa. Utilizamos os registros tomados durante esta pesquisa para análise dos resultados e observações quanto ao uso dos recursos. Por fim, descrevemos as considerações relativas às entrevistas desenvolvidas e algumas limitações observadas durante o andamento da pesquisa.

No capítulo 8, exibiremos os resultados observados durante o estudo e, finalmente, apresentaremos as considerações finais deste trabalho.

2. Manipuláveis: conceitos e importância para os estudantes com deficiência visual.

Neste capítulo, em linhas gerais, será exposto o conceito de material manipulável, fundamentado nas definições de autores que caracterizam tanto o recurso em questão, quanto os materiais. Além disso, serão destacadas algumas particularidades acerca destes materiais que os tornam importantes aliados para o ensino de alunos com deficiência visual.

2.1 O que são materiais manipuláveis?

Antes de apresentarmos o que vem a ser um material manipulável, é pertinente justificar o uso do termo “materiais”. Na literatura estudada, observa-se que alguns autores empregam os termos recursos e materiais de formas indistintas. Em Brasil (2009, p. 21), por exemplo, os materiais e equipamentos didáticos são também conhecidos como “recursos” ou “tecnologias educacionais”, abrangendo todo e qualquer recurso utilizado no procedimento de ensino, visando à estimulação do aluno e à sua aproximação ao conteúdo. No entanto, Adler (2000) amplia o conceito de recurso ao englobar, além dos materiais, os recursos humanos, culturais e sociais. No nosso entendimento, o termo recurso é de fato mais geral e como nos restringimos aos recursos físicos, adotaremos o termo materiais para não cometermos equívoco de notação. Entretanto, por vezes, ao transcrevermos diretamente alguma citação, é possível que esses termos apareçam de forma indistinta.

Materiais didáticos têm grande importância para o ensino, já que dentre seus objetivos está nortear a aprendizagem do indivíduo durante o processo de obtenção do conhecimento. De acordo com Souza (2007, p. 111) “recurso didático é todo material utilizado como auxílio no ensino-aprendizagem do conteúdo proposto para ser aplicado pelo professor a seus alunos”. Zabala (1998) destaca esses materiais como sendo todos os instrumentos e métodos pedagógicos que proporcionam aos educadores referências e critérios para tomar decisões, seja no planejamento, na intervenção direta no processo ensino-aprendizagem e nas avaliações. São todos os meios que ajudam os professores na solução de problemas concretos durante o processo de planejamento, execução e avaliação. Lorenzato já apresentava uma definição acerca dos recursos didáticos e essa estreita relação com os materiais concretos, ao reconhecer que:

> Os materiais concretos são recursos didáticos que interferem fortemente no processo ensino-aprendizagem; como qualquer instrumento, seja um bisturi ou um boticão, as consequências de seu uso dependem do profissional que os emprega. O uso do material depende do conteúdo a ser estudado, depende dos objetivos a serem atingidos, depende do tipo de aprendizagem que se espera alcançar e depende da filosofia e política escolar. Enfim, material didático não está solto no contexto escolar. É justamente por isso que a opção pelo uso de cada um deles deve dar-se somente após reflexão do professor. Para cada assunto, considere o conteúdo a ser aprendido pelos alunos, a estratégia escolhida e como se dará a avaliação. É claro que por trás das opções do professor, está implícita a sua concepção de ensino e de educação (Lorenzato, 2006, p. 60).

Com a manipulação de um determinado material realiza-se algumas ações, dentre elas, as construções e deformações de objetos geométricos, além de cálculos de modo concreto. Eles podem auxiliar na percepção de conceitos, propriedades e elementos de um objeto, bem como desenvolver o raciocínio lógico-matemático envolvido em um determinado conteúdo. Alguns exemplos são: o material dourado, a escala de Cuisenaire, jogos geométricos, dominós, sólidos geométricos, Tangram, blocos lógicos, palitos de picolés, tampinhas, etc. São instrumentos que podem ser construídos pelo professor ou utilizados já prontos, isso dependerá de alguns fatores, dentre eles, o contexto escolar em que se insere. Sem dúvida, uma diversidade de materiais pode sim implicar na qualidade da aprendizagem do indivíduo, a depender do direcionamento, articulação e das formas como são conduzidos, pois funcionam como norteadores para uma aprendizagem significativa. Podem tirar o aluno da posição de um expectador passivo no processo de obtenção de conhecimento, uma vez que, a depender de como são aplicados, permitem operar ativamente na construção de sua aprendizagem. Dessa forma, é importante estar atento à qualidade, coerência e clareza dos materiais que são utilizados em uma prática dentro de sala de aula para que o recurso cumpra e supra as demandas esperadas.

No contexto do ensino de Matemática, alguns autores trazem definições acerca do material manipulável. Para Reys (1982) é aquele que possui caráter físico, ou seja, objetos que podem ser tocados, sentidos e movimentados pelos indivíduos. Ribeiro (1995) reconhece como qualquer objeto concreto que incorpora conceitos matemáticos e que apela para os diferentes sentidos, podendo ser tocados, movidos, rearranjados e manipulados pelos alunos. Serrazina (1996) apresenta os materiais manipuláveis como objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. São objetos reais que têm aplicações no dia a dia ou que podem ser usados para representar ideias. Para Vale (1999, p. 112) são materiais de uso comum ou educacional, que permitam, durante uma situação de aprendizagem, despertar vários sentidos no aluno, devendo ser manipulados, e se caracterizam pelo envolvimento ativo dos alunos. Moyer (2001, p. 176) descreve-os como objetos projetados para representar explicitamente e fisicamente ideias matemáticas. Lorenzato (2006) afirma que são aqueles que possuem um papel fundamental na aprendizagem do aluno, pois possibilitam a construção do saber matemático a partir do palpável, além de servirem como um excelente catalisador para o aluno construir o seu saber matemático. Santos, Oliveira e Oliveira (2013) apresentam como sendo os materiais físicos que desenvolvem o raciocínio do aluno, estimulam o pensamento lógico matemático e dão contornos e significados aos esquemas conceituais. Através desses materiais, os conceitos são construídos pelo aluno com base na experiência proporcionada pelo uso na prática, a partir da experimentação e manipulação. Diante disso, observa-se que as definições apresentadas por esses autores possuem características em comum que são convergentes na medida que afirmam que os materiais manipuláveis são aqueles que, além de serem físicos, permitem a manipulação e que são utilizados durante o processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Algumas pesquisas como as de Lorenzato (2006); Turrioni; Pérez (2006) e Passos (2006), apontam que os materiais manipuláveis podem ser úteis e facilitadores ao processo de ensino e aprendizagem em matemática desde que sejam utilizados com objetivo. Lorenzato (2006) sugere que os materiais manipuláveis podem ser pontos de partida para o aluno construir o que ele chama de saber matemático. Passos (2006), por sua vez, relata que estes materiais servem como mediadores nas relações entre professor, aluno e conhecimento. Para esse autor, o seu uso facilita e desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, sendo fundamental para o ensino experimental, além de ser uma excelente forma para auxiliar o aluno na construção do conhecimento. Turrioni e Perez (2006) afirmam que o uso do material depende do profissional que o emprega, do conteúdo a ser estudado, dos objetivos a serem atingidos e do tipo de aprendizagem que se espera alcançar. A opção pelo uso de cada manipulável deve ocorrer somente após uma reflexão do professor sobre as possibilidades e limitações do mesmo.

As potencialidades quanto ao uso de manipuláveis para o ensino de matemática desafiam a ideia de que esses materiais possuem potencialidades em si (Lorenzato, 2006; Pais, 2001; Kamii; Lewis; Kirkland, 2001; Moyer, 2001). Esses autores reconhecem que as potencialidades quanto ao uso desses materiais dependem do ambiente em que o material está inserido. As potencialidades tornam-se enriquecedoras a partir do momento que se promove uma experiência profunda e integrada ao ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos, bem como quando se criam experiências nas quais os alunos construam representações sobre as ideias envolvidas. Quando utilizados com intencionalidade, esse material pode beneficiar não apenas um único aluno, mas sim a todos de uma classe. Facchi (2022) e Passos (2006) acrescentam que o uso de manipuláveis é relevante para o ensino de matemática e suas potencialidades residem no fato de envolverem os alunos em uma aprendizagem ativa, possibilitando desenvolver a atenção, a concentração, a observação, a criticidade, a autonomia e o raciocínio lógico. Ao realizar atividades diversificadas com materiais variados, estimula-se o aluno na busca e na construção de saberes, oportunizando momentos para além de práticas lúdicas com o uso de recursos diversificados.

O uso de materiais pode auxiliar aos alunos na viabilização dos processos de ensino e aprendizagem, despertar a motivação, aumentar o interesse em “aprender fazendo”, facilitar a construção de determinado conteúdo e tornar a aprendizagem mais efetiva (Passos, 2006; Vale, 1999; Fiorentini, 1995, *apud* Nacarato, 2004-2005, p.1). Além disso, eles têm a capacidade de serem adaptados para diferentes níveis de aprendizagem e alunos envolvidos. Assim, o seu uso variado e com propósito contribui para melhoria da qualidade de ensino e para uma aprendizagem mais efetiva quanto à construção e compreensão de conceitos matemáticos.

Na Educação Infantil o uso de materiais manipuláveis é frequentemente utilizado, pois auxiliam no processo de aprendizagem das crianças, sobretudo pela pouca idade e ainda pelo fato de serem muito visuais. Contudo, o ato de manipular um objeto e através dele conseguir aprender algo, vai além da questão da idade. De acordo com Santos e Cruz (1997, p. 12), a ludicidade é uma necessidade do ser humano em qualquer idade e não pode ser vista apenas como diversão. O desenvolvimento do aspecto lúdico facilita a aprendizagem, o desenvolvimento pessoal, social e cultural colabora para uma boa saúde mental, prepara para um estado interior fértil, facilitando os processos de socialização, comunicação, expressão e construção do conhecimento. Assim, o uso desses materiais como facilitadores da aprendizagem proporciona melhor ambiente de estudo e mantém o interesse dos alunos. Por outro lado, no estudo realizado por Moyer (2001), dois dos professores que entrevistou utilizavam os manipuláveis para entreter os alunos nas suas aulas e não para ensinar conceitos matemáticos, caracterizando-os apenas como uma prática divertida. Neste estudo, dez professores receberam um *kit* contendo dez manipuláveis para serem aplicados em suas aulas durante um ano. Foi observado que esses dois professores, usavam pouco estes materiais, e quando faziam uso destes, era apenas para tornar a aula mais divertida, pois funcionavam como uma recompensa ao aluno, ou seja, uma quebra na rotina, uma vez que durante o ensino de habilidades específicas ou de conteúdos matemáticos eram utilizados outros métodos. Este estudo corrobora para o reconhecimento de que o modo como os professores utilizam os materiais na aula de matemática não é determinado pelo manipulável em si, mas pelo contexto em que este é inserido, pelo seu uso e ainda, pelo modo como se tem o domínio do material por parte do profissional.

As teorias de Skemp (1987, *apud* Moyer, 2002) indicam que as primeiras experiências e interações com objetos físicos formam a base para a aprendizagem em níveis mais avançados. No entanto, é crucial que tais manipulações sejam realizadas com propósito claro, conforme alertam Sarama e Clements (2009), para que sejam eficazes no processo educativo. Thompson (1992) reconhece que o pensamento abstrato está intrinsecamente atrelado às manipulações concretas e ativas que estes materiais permitem ao indivíduo. A manipulação de materiais possibilita o desenvolvimento de um repertório imagético que ajuda os alunos a internalizar conceitos subjacentes à sua manipulação.

Thompson e Thompson (1990, apud Moyer-Packenham, 2016) reconhecem a necessidade de serem utilizados com cuidado para que se crie uma forte compreensão dos conteúdos envolvidos em cada etapa de seu uso. Entretanto, muitas vezes as ações são realizadas sem objetivo, sem que se construa meios para favorecer essa aprendizagem. Clements (1999, p. 47) afirmam que caso as ações não reflitam o que se deseja alcançar, a utilização desse recurso torna-se uma perda de tempo ou mesmo algo contraproducente, tendo em vista que as manipulações devem ser realizadas de modo apropriado com as ações executadas sobre os objetos. Isso acontece pois o caráter físico característico desse material não é garantia de eficácia (Clements, 1999), embora haja uma tendência em acreditar que esse material traz consigo um significado e que esse aluno possa aprender conceitos pelo simples fato de "manusear, tocar ou mover objetos". Essa tendência do aprender fazendo, muitas vezes, é interpretada equivocadamente pelo simples fato de manipular um objeto, não reconhecendo a necessidade de observação entre o ato de manusear e o aprendizado envolvido.

Quando se manipula um determinado recurso, além de serem construídas experiências sobre o seu uso, podem ser produzidas imagens mentais acerca de determinados conceitos. Operar com os recursos em práticas pedagógicas deve se observar uma dupla função atribuída ao seu uso dentro de sala de aula. Por um lado, os recursos precisam ser visíveis a ponto de possibilitar que possam ser usados, e por outro, eles precisam ser invisíveis, para que sejam um canal de construção de ideias. Atingir esse equilíbrio entre o visível e o invisível durante o uso desse recurso é o que Adler (2000) caracteriza como dilema da transparência[2], ou seja, a essa dupla função característica da prática pedagógica em relação ao uso de recursos. Adler caracterizou o conceito de transparência como "não sendo uma característica inerente ao recurso, mas sim uma função no seu uso na prática, no contexto" (Adler, 2000, p. 214, tradução nossa). A principal função do professor é tornar esse recurso que é visível, transparente. Dessa forma, para uma ação com intencionalidade sobre o material, é necessária uma mediação constante entre os agentes envolvidos e principalmente do professor. Quando os recursos são utilizados com os devidos propósitos, eles funcionam como canal para acesso ao conhecimento, sendo possível que se obtenha, a partir dessa experiência, significado sobre o seu uso.

Ao manipular materiais concretos os alunos envolvem-se fisicamente em uma situação de aprendizagem, a partir da qual o uso apropriado de recursos pode auxiliá-los a assimilar o conteúdo trabalhado, bem como suprir demandas para a aquisição de informações em diversos contextos. Esse processo de agir sobre o concreto é importante para que o conhecimento seja construído. As ações construídas sobre o material só terão significado a partir do momento em que houver um direcionamento e uma reflexão sobre essas ações, e que não sejam pautadas por um mero verbalismo, desvinculado da realidade da ação promovida sobre o material (Cerqueira; Ferreira, 1996, p.1). Kamii, Lewis e Kirkland (2001, p. 21) argumentam que "os manipuláveis são úteis na medida em que encorajam os alunos a pensarem na resolução de problemas" a partir da experimentação, porém, acrescentam que sua utilidade ou não, depende da qualidade do pensamento que é estimulado nesse uso. Uttal *et al.* (2009, p. 157) reconhecem que "manipular objetos concretos não é, por si só, suficiente para dar ao indivíduo a capacidade de compreender representações abstratas e simbólicas de ideias matemáticas", torna-se necessário direcioná-lo para que se construa os conceitos e entenda os significados por meio dessa manipulação.

Saber operar e conhecer os recursos são tarefas fundamentais para o professor de matemática. Entender os processos, as potencialidades, as finalidades, os entraves existentes, os comandos, assim como o público-alvo é importante quando se objetiva utilizar os materiais dentro da sala de aula, pois esses não possuem nenhum significado atribuído diretamente a eles. Os manipuláveis não carregam automaticamente significados matemáticos para o aluno, justamente pelo fato de não serem autoexplicativos (Moyer, 2001, p. 177; Thompson, 1992, p. 4). Logo, utilizá-los sem os devidos cuidados, não é garantia de construção das ideias

---

[2] ADLER, JILL. Conceptualising Resources as a Theme for Teacher Education. **Journal of mathematics teacher education**, p. 205-224, 2000.

matemáticas envolvidas. A construção de ideias matemáticas com o uso do material, dependerá de experimentações e das representações atribuídas a ele, uma vez que depende da forma que forem utilizados.

O professor desempenha um importante papel no que diz respeito ao uso dos materiais manipuláveis, na medida em que são os responsáveis pela determinação do uso em sala de aula, pela escolha do material e pelo contexto envolvido. Qualquer material deve ser utilizado de forma cuidadosa, pois o importante não é o material em si, mas a experiência significativa que ele pode proporcionar ao aluno. A escolha do material é feita pelo profissional, aqui neste contexto, de matemática, como uma ferramenta para o ensino de algum conteúdo. Essa escolha está muito condicionada ao prévio conhecimento sobre este recurso por parte do professor, devendo respeitar as especificidades de cada aluno, observar os recursos mais apropriados e se atentar às necessidades ou não de adaptações. Lorenzato (2006) afirma que as instituições formadoras de professores, quando possível, devem fazer uso de materiais manipuláveis para o ensino de conceitos matemáticos, para que esse futuro profissional esteja preparado para identificar o melhor recurso para determinados propósitos. Diante disso, os cursos de formação, na opinião deste autor, devem trazer um Laboratório de Ensino para que esse profissional se familiarize com os recursos existentes, assim como para que os futuros professores aprendam a utilizar os materiais de maneira correta, tendo em vista que mais importante que ter esses materiais é saber utilizá-los dentro da sala de aula, somente assim, exercerão um importante papel na aprendizagem dos indivíduos, como afirma Turrioni (2004, p. 66).

2.2 Especificidades dos alunos com deficiência visual na utilização de materiais manipuláveis

O professor aprende o seu ofício lidando com um processo que envolve diversificados tipos de domínio de conhecimento e escolha de ações, assim deverá prever situações, planejar estratégias, organizar o tempo, utilizar os materiais e os recursos adequados. Quando utilizamos materiais manipuláveis em nossa sala, para além de contemplar determinado propósito educacional, precisamos compreender o público-alvo que fará uso desses instrumentos. Devemos permitir que eles atendam propósitos previamente determinados, permitam o desenvolvimento de conceitos e que, ainda assim, sejam acessíveis aos alunos envolvidos nesse processo.

Segundo Passos (2006), o uso de materiais deve servir de suporte na organização do processo de ensino e aprendizagem, bem como funcionar como mediadores para facilitar a relação entre o professor, o aluno e o conhecimento, sempre que um saber estiver sendo construído. Conhecer os mecanismos e ferramentas envolvidos nesse processo proporcionará a esse profissional um ambiente menos desafiador para a construção de suas práticas. Quando trabalhamos com alunos com deficiência visual, este conhecimento auxiliará no melhor desenvolvimento de ações com esse estudante. Saber como determinados materiais funcionam é tarefa essencial para identificar melhores técnicas e compreender as possíveis limitações oriundas de uma possível aplicação.

Os recursos, como bem reconhecem Bernardo, Garcez e Santos (2019, p. 18), são relevantes justamente por permitirem que os alunos com deficiência visual possam vir a ter acesso aos conteúdos e participarem ativamente das aulas. Os autores apresentam materiais de baixo custo confeccionados para trabalhar gráficos de barras para alunos com deficiência visual de duas turmas de oitavo ano do Instituto Benjamin Constant (IBC). A partir da experiência narrada no artigo, concluíram que os materiais se mostraram suficientes para iniciar, de forma significativa, os conteúdos, e para que os alunos resolvessem problemas de modo autônomo. Acrescentam que os materiais táteis são fundamentais para que os alunos tenham acesso aos conteúdos, atividades e exercícios que exigem apelo visual, pois a partir deles materializa o que, para os videntes, é compreensível aos olhos. Dessa forma, os recursos proporcionam aos alunos com deficiência visual um ambiente de manipulação e investigação, bem como a possibilidade de desenvolvimento de conceitos matemáticos a partir da estimulação de outros sentidos, como reforçam Batista e Miranda (2015).

Neste sentido, os materiais grafo-táteis podem funcionar como principais aliados para o estudo de conteúdos de cunho visual, de acordo com Santos, Segadas-Vianna e Santos (2022). No estudo realizado, utilizando entrevistas baseadas em tarefas para a coleta de dados, se verificou como é realizada a leitura tátil de gráfico de barras, utilizando materiais confeccionados aos alunos cegos e com baixa visão. As tabelas e gráficos foram retirados de livros didáticos de Matemática em tinta e representados por meio de materiais grafo-táteis produzidos a partir do programa Braille Fácil, do software MONET e por diferentes materiais de artesanato. Eles observaram como foi realizada essa leitura, analisando os gestos produzidos pelos alunos durante essa prática. Além disso, perceberam a preferência dos alunos quanto à utilização de gráficos confeccionados por meio de materiais de artesanato, ao invés daqueles que eram elaborados via impressora braille.

Outros recursos como Multiplano, Geoplano, Tangram, Soroban e *softwares* como o MONET e o Braille Fácil são ferramentas que permitem a construção de estruturas matemáticas que são particularmente visuais, como bem reconhecem Bernardo, Garcez e Santos (2019). Esses recursos contribuem para que as situações de aprendizagem sejam agradáveis aos alunos com deficiência visual, quando fazem parte de sua realidade nos espaços escolares. Possibilitam que tenham acesso aos conteúdos com predominância visual, considerando as especificidades e necessidades de cada aluno, estimulam outros sentidos e atuam de forma positiva para o processo de ensino-aprendizagem, além de proporcionarem ao aluno com DV a participação mais efetiva nas aulas, sem que fiquem isolados no fundo da sala (Ibid., p. 27).

O Multiplano, por exemplo, é um desses materiais. Ele consiste, basicamente, em uma placa perfurada de linhas e colunas perpendiculares, onde os furos são equidistantes. O tamanho da placa e a distância entre os furos pode variar conforme a necessidade. Nos furos podem ser encaixados rebites, os quais possibilitam a realização de diversas atividades matemáticas, das simples às complexas (Ferronato, 2002). O *kit* do material (ver Figura 2 abaixo) é composto por elásticos, pinos, rebites, hastes, uma placa retangular perfurada e um círculo perfurado. Há duas versões do material, com ou sem braille. A versão que utiliza o Sistema em Braille identifica apenas os números em alguns rebites de encaixe. Além disso, há elásticos com cores distintas que podem auxiliar na construção dos eixos cartesianos, segmentos de retas para representação de funções, uma placa circular para estudo do círculo trigonométrico, dentre outros componentes (Ferronato, 2002).

Figura 2 – Material Multiplano

Fonte: Site do Material Multiplano[3].

[3] Disponível em: http://multiplano.com.br/produto/kit-multiplano/. Acesso em: 22 de mar. 2024.

Esta ferramenta, como indicado no próprio *site*[4], de modo geral nada mais é do que um material lúdico que possibilita a todos compreenderem efetivamente os conceitos de matemática. Dentre esses conceitos, destaco: áreas, funções e trigonometria. O Multiplano foi criado pelo professor Rubens Ferronato, dada a necessidade de ensinar conteúdos matemáticos a alunos com deficiência visual. Esse material segundo o autor:

> Foi a maneira encontrada para que a igualdade de oportunidades fosse efetivada, em se tratando do ensino da matemática, principalmente a alunos cegos, muitas vezes à mercê desse ramo do conhecimento (Ferronato, 2002, p. 21).

Outro recurso de grande importância para o estudante com DV é o Sistema de Braille, que proporciona o acesso aos cegos a textos escritos em tinta, como por exemplo livros didáticos. Por meio deste sistema de leitura e escrita se efetua a comunicação e o registro de textos e informações, permitindo o desenvolvimento de conceitos e a obtenção de conhecimento por parte do aluno cego (Batista; Miranda, 2015; Bernardo, 2016). Contudo, nos livros didáticos em braille, por mais importantes que sejam, ainda há de se considerar tanto as adaptações de imagens presentes nos livros, quanto a crescente quantidade de páginas necessárias para a sua construção. Caso haja a impossibilidade do uso de livros, Bernardo, Garcez e Santos (2019, p. 32) recomendam que os professores utilizem resumos de conteúdos e listas de exercícios.

Há muitos outros instrumentos possíveis de emprego com os alunos com DV, contudo esses indicados anteriormente, de modo geral, são os principais. Bernardo, Garcez e Santos (2019) ressaltam que sem a utilização de materiais acessíveis com o emprego de texturas, relevos e a escrita em braille, o aluno estará integrado, contudo não incluído, não sendo possível a sua participação ativa nas atividades e nas discussões presentes em sala de aula. Neste sentido, os autores reconhecem a importância da utilização de materiais táteis nesse processo, acrescidos de atividades passíveis de problematizações, pois ambos são fundamentais para o aprofundamento do conteúdo a ser estudado e para permitir a compreensão das ideias trabalhadas. Assim, quando se propõem questionamentos que possibilitem aprofundamentos e discussões sobre a prática com os materiais, ganha-se suporte para consolidar ideias envolvidas por detrás destes materiais.

A atuação docente dependerá da sensibilidade que o professor tenha para perceber e respeitar os processos de desenvolvimentos intelectuais, emocionais e necessários aos alunos,

---

[4] Site do material Multiplano disponível em: https://multiplano.com.br/multiplano-quem-somos/. Acesso em: 22 de mar. 2024.

isso implica na busca ou reconhecimento dos melhores materiais, ferramentas, metodologia e técnicas necessárias para atender determinados propósitos esperados e aos interesses dos alunos. Práticas inclusivas ganham relevância na aprendizagem da matemática, uma vez que elas se refletem diretamente no aprendizado desses alunos. O uso de recursos didáticos e grafo-táteis, dentre outros, se tornam necessários para suprir as necessidades dos alunos, sobretudo em matemática. Conforme aponta Passos e Lamonato (2012), com a utilização de recursos apropriados aos alunos, torna-se possível vivenciar um ambiente de explorações e investigações matemáticas junto com os demais alunos ali presentes, com o propósito de descobrir alguns princípios matemáticos, padrões, regularidades e conceitos.

Na impossibilidade de utilização de recursos já prontos, a construção de materiais é uma possibilidade que pode auxiliar o aluno. A confecção de recursos próprios por parte do professor é um fator relevante para esse processo. Com o auxílio do material, previamente construído pelo professor, tendo em vista as particularidades de seu aluno, o professor incentiva-o a refletir e a estabelecer relações entre diversos contextos do dia a dia, assim como criando situações que os leve a produzir novos conhecimentos. Becker (1992) reconhece que através dessa forma, o professor conscientiza o aluno de que o conhecimento não é dado como algo terminado e acabado, mas sim está continuamente em construção através das interações dos indivíduos com o meio físico e social.

Marson, Harrington e Walls (2013, p. 4) reconhecem que a confecção de recursos variados acessíveis talvez seja o melhor caminho para auxiliar no processo de aprendizagem do aluno com DV, sobretudo, quando a compreensão de conceitos se baseia na visão. Esses autores acrescentam ainda a necessidade de atenção aos recursos confeccionados para que se encontre uma melhor combinação de técnicas e ferramentas que possam auxiliar os alunos quanto ao ensino dos conteúdos, e que respeitem as particularidades e necessidades de cada um. Assim, quando se confecciona um material, além da atenção ao indivíduo, deve-se considerar o valor associado a essa construção. Além disso, esses materiais, quando são de baixo custo, viabilizam a reprodução em qualquer instituição de ensino, como bem reconhece Fernandes (2008).

A condução dessa ferramenta necessita de um entendimento claro e seguro do processo de aprendizagem, que consiste em entender como esse indivíduo aprende, que condições externas e internas o influenciam, e quais são as necessidades específicas de cada educando, no caso do aluno cego essas necessidades estão relacionadas com a ausência do sentido visual. Para esse aluno obter uma aprendizagem razoável acerca dos conteúdos visuais, é necessário que a ênfase não esteja em aspectos visuais relacionados a seu ensino, e sim naqueles que explorem os sentidos remanescentes, sobretudo o tátil.

Santos (2022) percebeu em seu trabalho que os professores entrevistados, de uma instituição especializada de ensino para alunos com deficiência visual, preferem preparar seu próprio material, pelo simples fato de terem a oportunidade de observar as demandas e as diversas necessidades existentes dentro do ambiente da sala de aula. Fernandes (2008) reconhece também que a produção de materiais próprios é uma realidade por parte do professor, uma vez que eles estão em contato direto com esse aluno. O professor é o responsável por identificar os estímulos e as ferramentas adequadas para que o aluno alcance a aprendizagem. Mas para isso, é necessário reflexão e atenção cuidadosa para que se encontre a combinação mais adequada a esse aluno, tendo em vista que “o ensino se dá sempre de modo individualizado” (Marson; Harrington; Walls, 2013).

A construção de um material para o uso com alunos com DV nasce de um planejamento pedagógico, de acordo com os conteúdos trabalhados, os objetivos e, sobretudo, as necessidades e características de cada aluno (Júnior; Domingues; Souza, 2018). Os recursos devem ser utilizados com a intenção de ajudar o aluno a realizar sua aprendizagem de modo mais eficiente, sendo um meio de facilitar, incentivar ou possibilitar o processo de ensino e aprendizagem. Esse processo envolve diversas análises, que vão desde a sua relevância, a forma de idealização, o modo de produção, o planejamento, a testagem, o registro e a retestagem. Por meio dessas etapas desenvolvidas é possível observar questões relativas à aceitação, às alterações necessárias dos materiais (quanto às texturas, às cores, aos tamanhos, etc.) e à durabilidade do recurso, dentre outros aspectos. Portanto, quando se pretende construir um material, ganha-se destaque questões relativas ao material construído, como seu uso e a intencionalidade envolvida.

3. Revisão sistemática

Neste capítulo, será apresentado o procedimento empregado na elaboração de uma revisão sistemática de literatura. Esta revisão foi determinante para observarmos o estado atual do conhecimento na área envolvendo o tema, além dos instrumentos teóricos e materiais utilizados nas pesquisas. Para esse procedimento, foram utilizados os artigos de Pereira e Mendes (2020); Ramos, Faria e Faria (2014), que descrevem algumas estratégias para condução de uma revisão, destacando a importância de objetivos claros, seguir critérios de exclusão estabelecidos e adotar métodos de seleção. Ao final, são analisados os documentos encontrados e são apontadas distinções entre os resultados obtidos nesta pesquisa e os textos referenciados.

3.1 Procedimentos de revisão sistemática

Fazer uma revisão sistemática consiste em seguir um modelo para responder questões advindas da pesquisa. O pesquisador ao utilizar essa metodologia, deve seguir determinados passos e em cada um deles identificar e levantar os resultados. Cada resultado será tratado por meio de critérios pré-determinados pelo pesquisador, esse processo é de fundamental importância para a obtenção de documentos, em diversas fontes, que melhor se identifiquem e colaborem para os direcionamentos do estudo. De acordo com Pereira e Mendes (2020, p. 200), uma revisão consiste em sistematizar aspectos de interesse contidos na literatura tomada como referência, de modo a seguir uma organização e um processo de seleção que evidencie o que foi feito para, posteriormente, ter possibilidade de apontar rumos de investigações.

Para este procedimento foram utilizados os artigos de Pereira e Mendes (2020) e Ramos, Faria e Faria (2014) como base, já que descrevem os procedimentos para a elaboração de tal procedimento. Esses autores reconhecem que não se tem uma única forma de fazê-la, uma vez que muitos deles utilizam critérios diferenciados para sua elaboração. Utilizá-la para a construção e estruturação de minha pesquisa foi de fundamental importância para o direcionamento, assim como para identificar o que já se tem, em termos de produção acadêmica, na área até o momento e assim definir direcionamentos. Como descreve Gil (2008), a revisão sistemática possibilita localizar trabalhos e encontrar possíveis lacunas existentes. Os trabalhos foram utilizados como ponto de partida para a construção da revisão sistemática desta pesquisa. Dessa forma, algumas etapas apresentadas por esses autores foram adotadas para estruturar e compor esta análise, que são: I) Identificação dos objetivos e perguntas chaves para a construção do trabalho; II) Busca dos trabalhos em fontes de pesquisa; III) Seleção dos estudos; IV) Análise das produções; V) Apresentação da revisão sistemática.

3.2 Etapas da Revisão sistemática

A primeira etapa para a construção de uma revisão sistemática é definir questões que determinarão o direcionamento da revisão. Foi utilizado para isso os objetivos e as perguntas já construídos para esta pesquisa de modo a delinear e direcionar o estudo.

Após esta primeira etapa concluída, comecei as duas próximas etapas em concomitância, uma vez que a ferramenta utilizada permitia que fossem utilizados os critérios de exclusão diretamente como filtros para a obtenção dos resultados desejados. Inicialmente, foi feita uma pesquisa exploratória inicial com intuito de descobrir as palavras-chaves mais utilizadas sobre o tema a ser investigado. Essa pesquisa se deu por meio da ferramenta de pesquisa Google, no qual pesquisei ensino de trigonometria a alunos com deficiência visual. Desta pesquisa surgiram alguns trabalhos que utilizavam as palavras-chaves: "t*rigonometria and matemática and deficiência visual"*. Após essa busca mais geral, utilizei a ferramenta BUSCAd que segundo Mansur e Altoé (2021, p. 12-13), é "uma abreviação de buscador acadêmico, que foi desenvolvido e aprimorado a partir das necessidades de Mestrandos e Doutorandos do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT), do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), em realizarem Revisões de Literatura de suas investigações". Esta ferramenta utiliza a interface do Microsoft Excel para efetuar a busca em bases de pesquisas acadêmicas.

Inicialmente, utilizei as seguintes palavras-chaves para a pesquisa, em português, que foram: *"trigonometria and matemática and deficiência visual"*. As buscas foram limitadas às fontes: CAPES periódicos, CAPES (teses e dissertações), Scielo, Springer, Doaj, BDTD, ERIC e Educapes, com o intuito de procurar artigos, dissertações e teses que utilizassem essas palavras-chaves. Foram encontrados 85 resultados, utilizando combinações dessas palavras (*trigonometria and matemática and deficiência visual*). Eliminando as duplicatas, obtivemos um total de 43 documentos. Com esses documentos encontrados, comecei a etapa III, na qual seria feita a seleção dos estudos encontrados. Os próprios autores, Pereira e Mendes (2020, p. 200), reconhecem que muitos dos trabalhos encontrados não são pertinentes à pesquisa, dessa forma, eles devem ser selecionados a partir de critérios pré-estabelecidos (exclusão, por exemplo) de modo a garantir que se obtenha documentos alinhados aos objetivos da pesquisa. O tempo para a construção desta revisão sistemática de literatura ocorreu por volta de 3 meses.

Para isso, foi feito inicialmente, um crivo manual retirando os documentos que não fossem artigos, dissertações e teses, uma vez que o programa identifica outros resultados, tais como produtos educacionais, livros e jogos. Este crivo nos deu um total de três resultados. Ao analisar a busca inicial não foram encontrados artigos, apenas os três trabalhos que seguem a seguir:

Quadro 1 - Resultados obtidos da revisão sistemática por meio do programa BUSCAd.

Plataforma	Ano	Tipo	Autor	Título	Instituição	Programa
BDTD	2012	MESTRADO	CÁTIA APARECIDA PALMEIRA	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A INCLUSÃO DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO	PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
BDTD	2014	MESTRADO PROFISSIONAL	LUCIANO MARQUES DE MELO	O ENSINO DE TRIGONOMETRIA PARA DEFICIENTES VISUAIS ATRAVÉS DO MULTIPLANO PEDAGÓGICO	UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO	PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)
BDTD	2018	DOUTORADO	EVANILSON LANDIM ALVES	NENHUM A MENOS NA AULA DE MATEMÁTICA REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DE INCLUSÃO DE ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL E SEUS IMPACTOS NA APRENDIZAGEM DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS	UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO	PROGRAMA PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Fonte: Autor.

Já para pesquisar os textos na língua inglesa, por outro lado, utilizei as fontes anteriormente indicadas, as palavras-chaves “*trigonometry and mathematics and visual impairment”*. Como resultado da pesquisa, encontrei 85 textos. Destes, após o crivo feito, retirando as duplicatas e documentos que não eram artigos, dissertações e teses, obtive 22 resultados. Com base nos resultados encontrados, analisei os documentos e dentre eles, havia enciclopédia ou trabalhos clínicos ligados à inclusão, além dos três resultados obtidos acima.

Precisei acrescentar o google acadêmico dentre as possibilidades de busca da ferramenta, pois não havia encontrado nenhum artigo até então. Desse modo, obtive 1534 resultados. Retirando-se as duplicatas, reduziram-se para 585 documentos. Analisei os documentos obtidos, sobre quatro crivos abaixo:

Quadro 2 - Critérios de Exclusão.

Crivo	Descrição dos crivos
1°	documentos que não fossem artigos, dissertações e teses
2°	documentos duplicados
3°	trabalhos que não estavam ligados aos fins deste estudo, tais como: cartografia, análise complexa, álgebra linear 2, cálculo 4, geometria não euclidiana e outras disciplinas (química, história, biologia, física, literatura e geografia).

Fonte: Autor.

Após tratar os documentos obtidos sobre a ótica dos 3 crivos acima indicados, foram adotadas cores para facilitar a organização. Estas cores foram estabelecidas para identificar o melhor universo dos resultados. As cores utilizadas foram: marrom, azul, vermelho e amarelo, cores estas escolhidas aleatoriamente.

Abaixo indico a classificação adotada associando a cada cor:

- Marrom - quando o documento trata de trigonometria, mas não trata do aluno com deficiência visual;
- Azul - quando aborda o ensino de trigonometria relacionado ao aluno com deficiência visual;
- Vermelho - quando não trata de trigonometria, mas de alunos com deficiência visual;
- Amarelo - quando trata de trigonometria e deficiência visual, mas de modo a refletir sobre outros temas que envolvam tanto este conteúdo matemático, quanto este público, como no caso, acessibilidade de rampas de acesso, construção de mapas, dentre outros.

Tabela 1 - Interface do programa após resultados e crivos.

Plataforma	Ano	Tipologia	Título
BDTD	2011	Mestrado	UM ESTUDO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA, NA DISCIPLINA DE INTRODUÇÃO AO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL, NA MODALIDADE A DISTÂNCIA
BDTD	2018	Doutorado	NENHUM A MENOS NA AULA DE MATEMÁTICA: REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DE INCLUSÃO DE ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL E SEUS IMPACTOS NA APRENDIZAGEM DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS
BDTD	2013	Mestrado	AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO E AS RAMPAS DE ACESSO
BDTD	2013	Mestrado	USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA

Fonte: Autor.

Por meio desses crivos, foram identificados 12 resultados, dentre os quais, 6 artigos. Vale ressaltar que esses resultados encontrados contemplam os três anteriores já indicados anteriormente no Quadro 1. Seguem abaixo os trabalhos obtidos, excluindo, para evitar repetição, os três já citados.

Quadro 3 - Resultados obtidos em outras análises do BUSCAd.

Plataforma	Ano	Tipologia	Autor	Título	Instituição	Programa
GOOGLE ACADÊMICO	2010	DOUTORADO	JORGE CARVALHO BRANDÃO	MATEMÁTICA E DEFICIÊNCIA VISUAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ	PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
GOOGLE ACADÊMICO	2020	ARTIGO	LUANI GRIGGIO LANGWINSK; ADRIANA STEFANELLO SOMAVILLA; LEANDRO SILIGUERO	UM PROJETO DE PESQUISA DE ENSINO DE MATEMÁTICA PENSADO PARA O ALUNO DEFICIENTE VISUAL DO INSTITUTO FEDERAL DO PARANÁ - IFPR		
GOOGLE ACADÊMICO	2015	ARTIGO	GREGÓRIO SANCHES; FABIANO LIMA BETTERVIDE; SONIA MARIA DA SILVA JUNQUEIRA.	O USO DE MATERIAL MANIPULÁVEL EM AULA DE TRIGONOMETRIA: UMA POSSIBILIDADE DE INCLUSÃO		
GOOGLE ACADÊMICO	2020	ARTIGO	CLAUDIO MENDES. DIAS	ALUNO COM DEFICIÊNCIA VISUAL EM SALA DE AULA: VOU TE CONTAR O QUE ESTAMOS FAZENDO!	INSTITUTO BENJAMIN CONSTANT	
GOOGLE ACADÊMICO	2015	ARTIGO	ARTHUR RODRIGUES. PAPACOSTA; JAQUELINE ARAÚJO CIVARDI; MARIA EURIPEDES DE SOUZA DIAS.	ADAPTAÇÕES NO SOFTWARE GEOGEBRA PARA ALUNOS COM BAIXA VISÃO		
GOOGLE ACADÊMICO	2011	ARTIGO	FLÁVIA APARECIDA REITZ CARDOSO; THELMA PRETEL BRANDÃO VECCHI	A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA DO DEFICIENTE VISUAL		
GOOGLE ACADÊMICO	2013	MESTRADO	MARCOS WILDSON ALVES NERY	UM OLHAR SOBRE A EDUCAÇÃO INCLUSIVA DE DEFICIENTES VISUAIS ESTRATÉGIAS DE ENSINO DE TRIGONOMETRI A E GEOMETRIA ESPACIAL	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ	Programa de Pós-Graduação em Educação
GOOGLE ACADÊMICO	2013	ARTIGO	LIDIANE FIGUEIRAS SILVA; JOSÉ ANTONIO BORGES; CABRAL LIMA; ADRIANA BENEVIDES	ENSINO GEOMETRIA A DEFICIENTES VISUAIS: O AMBIENTE DINÂMICO GEOMETRIX		

			SOARES			
GOOGLE ACADÊMICO	2015	DOUTORADO	LESSANDRA MARCELLY	DO IMPROVISO ÀS POSSIBILIDADES DE ENSINO: ESTUDO DE CASO DE UMA PROFESSORA DE MATEMÁTICA NO CONTEXTO DA INCLUSÃO DE ESTUDANTES CEGOS	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociência e Ciências Exatas

Fonte: Autor.

Aumentando o meu universo de palavras-chaves, em português, para *"trigonometria and matematica and deficiência visual and cego and cega and seno and cosseno and tangente"*, além de todas as 88 combinações dessas palavras, tais como "*trigonometria and matemática, and deficiência visual and cego and cega ou trigonometria and cego and seno and cosseno and tangente"*, encontrei 6127 documentos. Utilizando os mesmos três crivos informados anteriormente e atribuindo as mesmas cores aos resultados, obtive os mesmos três trabalhos que inicialmente apareceram durante a introdução da fonte de dados desta pesquisa (Quadro 1). Não utilizei, neste caso, o google acadêmico, pois resultava em uma quantidade muito grande de dados e a ferramenta ficava impossibilitada quanto ao processamento e armazenamento de muitos arquivos. Quando se tem muitos dados, o BUSCAd envia uma mensagem dizendo que o google acadêmico bloqueou o acesso ao sistema de pesquisa, impossibilitando a obtenção desses dados.

Utilizando as palavras chaves em inglês: *"trigonometry and visual impairment and mathematics and sine and cosine and tangent and blind"*, e levando em consideração as 88 combinações existentes para essas palavras, obtive 95282 resultados. Este valor obtido contempla as seguintes fontes de pesquisa: Capes: Teses e Dissertações, Springer, periódicos Capes, BDTD e EduCapes. Retirando-se as duplicatas, obtive 37680. Este valor compreende todas as tipologias de documentos, de diferentes idiomas e áreas de pesquisa. Aplicando o primeiro crivo no filtro da ferramenta de modo a abarcar apenas pesquisas tais como: artigos, teses, dissertações e trabalhos de referências, obtive 17700 resultados. Utilizando o segundo crivo do Quadro 2, resultou em 146 pesquisas. Para o último crivo de análise, determinando-se cores a cada documento, obtive uma dissertação, a que atribui a cor azul e 145 de cor marrom. Vale ressaltar que a dissertação *O Ensino de Trigonometria para Deficientes Visuais através do Multiplano Pedagógico* (Melo, 2014) já havia sido obtida por meio dos resultados anteriores, conforme indicado no Quadro 1.

Para a quarta etapa de análise dos resultados obtidos, os autores sugerem que os documentos obtidos sejam lidos e que o pesquisador determine a partir dessa leitura quais trabalhos são mais pertinentes ao estudo da pesquisa. Essa leitura deve ser completa de modo que após a leitura, seja possível determinar se os documentos farão parte ou não da pesquisa. Essa ideia é bem ressaltada por Bento (2014, p. 12) que reconhece que por meio desta etapa é feita a análise dos dados que pressupõe a compilação, combinação e o resumo dos estudos para melhor análise dos resultados obtidos.

Por meio desta etapa, foi possível determinar, inicialmente, que três dos documentos encontrados, dentre os 12, não seriam utilizados para a análise desta pesquisa. O primeiro seria o artigo *O Uso de Material Manipulável em Aula de Trigonometria: uma possibilidade de inclusão* (Sanches; Bettervide; Junqueira, 2015), a tese *Matemática e Deficiência visual* (Brandão, 2010) e o artigo *Ensinando Geometria a Deficientes Visuais: o ambiente dinâmico Geometrix* (Silva; Borges; Lima; Soares, 2013). O artigo não foi encontrado para leitura. Tentei contato com os autores e não obtive resposta. Dessa forma, o primeiro documento foi excluído da análise. Já a tese, por outro lado, foi encontrada; contudo, não apresentou nada sobre trigonometria, apenas o conteúdo de geometria na parte de reconhecimento de triângulos, quadriláteros e simetrias de figuras planas. Quanto ao último, apenas descreve a funcionalidade e arquitetura do ambiente dinâmico Geometrix e indica que por meio dele é possível promover o ensino e a aprendizagem de conceitos de geometria com alunos com deficiência visual. Por meio desta leitura mais aprofundada dos outros documentos, obtivemos nove para serem analisados. A cada um destes nove documentos, foi desenvolvido um resumo de modo a registrar os documentos encontrados em sua profundidade para que posteriormente fossem de fácil acesso à escrita e análise destes registros. Estes resumos servem para que se possa obter padrões de respostas e para que se possa determinar os entrelaçamentos de ideias, gerando os códigos de classificação dos resultados obtidos.

3.3 Resultado da análise dos documentos obtidos

A partir dos nove documentos analisados, foi possível perceber que grande parte deles se preocupa em responder às questões iniciais levantadas no começo desta revisão sistemática. Muitos dos documentos obtidos refletem sobre a questão dos materiais, adaptação ou utilização de recursos já estabelecidos, e como garantir que eles estejam ao alcance do aluno com deficiência visual e atendam às suas particularidades. Outro tema bem discutido é o fato do recurso favorecer o aprendizado de conteúdos matemáticos puramente visuais, como no caso da trigonometria, e como a ausência deles dificultaria o acesso a esse conteúdo. Em todos os quatro artigos encontrados, fica evidenciada a utilização da descrição dos fatos por meio de um relato de experiência para compor o texto. Já nos outros cinco documentos, três dissertações e duas teses, fica evidenciado que se tratam de textos de caráter qualitativo que utilizam como abordagens metodológicas: estudo de casos, investigação matemática e pesquisa bibliográfica como suporte à construção das ideias e como percurso adotado.

O artigo *Adaptações no Software GeoGebra para alunos com baixa visão* (Papacosta; Civardi; Dias, 2015) descreve ações desenvolvidas durante um estágio supervisionado obrigatório. Os autores ressaltam, desde o início, que o artigo não visa abordar o ensino ou a aprendizagem desse conteúdo, apenas compartilhar com outros educadores caminhos para a utilização desta ferramenta. Identificam algumas adaptações na ferramenta Geogebra relacionadas à questão do aumento da fonte utilizada, distância do indivíduo ao computador e adaptações de cores presentes para representar as figuras, assim como, a diferenciação das cores ajuda no ensino de trigonometria a alunos de baixa visão. São descritas as adaptações feitas de acordo com a necessidade de cada um dos três alunos relatados, todos com baixa visão, que são atendidos no centro de apoio pedagógico de uma unidade de ensino da Secretaria de Educação do Estado de Goiás.

Observa-se que durante a leitura do artigo, fica evidenciado que a questão da visualização, que seria um obstáculo a esses alunos, fora contornada por procedimentos simples adotados, seja alterando as cores ou até mesmo, encontrando o melhor posicionamento do aluno. De acordo com o relato dos alunos, essas poucas modificações facilitaram a construção do conteúdo. Dessa forma, percebe-se que por vezes só são necessárias adaptações de recursos já existentes para que o ensino de trigonometria seja praticado.

Em *Alunos com deficiência visual em sala de aula: vou te contar o que estamos fazendo* (Dias, 2020), descreve a partir de um relato de experiência em uma Instituição Federal de Ensino do Rio de Janeiro a utilização e confecção de materiais grafotáteis, no ensino de trigonometria, com dois alunos com deficiência visual. Ambos os alunos do 1° ano do Ensino Médio. Um aluno com baixa visão e outro cego. Os materiais grafotáteis utilizados foram a tela de desenho em paralelo com o uso do Multiplano. Os materiais foram utilizados tanto em sala de aula regular, quanto no Núcleo de Atenção a Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE). É descrito um relato de modo a possibilitar perceber que a utilização de recursos de tecnologia assistiva nesses ambientes permitem a inclusão e a autonomia desses alunos.

Os recursos utilizados, materiais ou não, foram fundamentais para o dinamismo e fluidez nas aulas. Eles possibilitam agilidade na construção dos esquemas e permitiram maior protagonismo por parte do aluno. É destacada uma atenção à necessidade do discurso mais direcionado, relatando cada movimentação feita ou inserção adotada pelo professor como um modo de condução do aluno. Dessa forma, embora o conteúdo seja visual, a descrição oral de cada passo construído com o esquema traz benefícios ao aluno no ensino desse tema.

O trabalho de Langwinski, Somavilla e Pimentel (2020) intitulado *Um projeto de pesquisa de ensino de matemática pensando para o aluno deficiente visual do Instituto Federal do Paraná – IFPR*, descreve a criação de um projeto de pesquisa promovido pelo Instituto, campus Foz do Iguaçu. Este projeto tinha como finalidade a elaboração de materiais didáticos, pensar em estratégias didáticas e recursos para o ensino e aprendizagem de conteúdos de matemática para alunos com deficiência visual. O Grupo de Pesquisa em Educação, Ciências e Matemática (GPECiM), é constituído por professores de matemática, um aluno com deficiência visual do curso técnico em informática e licenciandos em física. Pensando no ensino de trigonometria, para viabilizar o ensino deste conteúdo a alunos com deficiência visual, houve a necessidade da utilização de materiais e recursos didáticos para darem suporte ao ensino e favorecer a prática pedagógica. Foram utilizados o Multiplano, construção de materiais específicos e o programa Dosvox.

Foi percebido durante a leitura deste documento que os materiais confeccionados e utilizados pelo grupo para o ensino desse conteúdo apresentaram significativos resultados ao aluno tanto em seu desempenho, quanto no desenvolvimento de habilidades envolvendo os sentidos, sendo eles, o tato e a audição. É percebido também neste artigo a preocupação na adequação dos textos e cuidados ligados ao direcionamento ao aluno. Nota-se que mais uma vez, para além do recurso manipulável, outros recursos envolvidos, como a fala, por exemplo, são necessários para que o ensino desse conteúdo seja possível, pois através dela se compreende e dão significados aos conceitos envolvidos, mas que não dispensa o uso de outros em associação.

O artigo *Aprendizagem Matemática do Deficiente Visual* (Cardoso; Vecchi, 2011), descreve um relato de experiência ocorrido na disciplina de matemática na Universidade Tecnológica Federal do Paraná nos anos de 2009 e 2010 com um aluno com deficiência visual. É apresentado que os recursos utilizados durante as aulas como o Multiplano e o programa DOSVOX foram indispensáveis para o trabalho dos conteúdos matemáticos. Descreve que quanto mais o conteúdo avançava, mas os professores ficavam surpresos com a funcionalidade dos recursos e a aprendizagem do aluno. Para o conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo, além dos recursos, foram utilizados desenhos na mão do aluno com a ponta seca do lápis para determinar os ângulos destacados.

Descreve a importância da utilização de materiais concretos para o ensino de matemática. Essa ideia é fundamentada a partir da teoria construtivista de Jean Piaget e do construtivismo de Fainguelernt e Macedo. No artigo, os autores refletem sobre a necessidade de alternativas para os docentes trabalharem com os conceitos matemáticos com seus alunos, sobretudo, porque a proposta inclusiva se faz presente dentro das escolas; desse modo, o professor deve buscar alternativas que possibilitem a aprendizagem desses, seja por meio de materiais concretos ou outras formas de transmissão de conteúdo.

Observa-se mais uma vez que os recursos são referenciados como necessários para o trabalho com o conteúdo de trigonometria. Entretanto, o desconhecimento acerca de seu uso é o que muitas vezes, impede que professores trabalhem trigonometria em sala de aula.

Nas dissertações e teses, por outro lado, observamos que a questão do recurso se encontra presente em seus textos, além de outros aspectos, como a formação de professores e o preparo dos professores para trabalhar com esse tema.

A dissertação *Um olhar sobre a Educação Inclusiva de Deficientes Visuais – Estratégias de Ensino de Trigonometria e Geometria Espacial* (Nery, 2013), descreve em capítulos alguns aspectos históricos do ensino de matemática no Brasil, bem como os voltados à educação Especial. Apresenta também o Sistema Braille e seu funcionamento, alguns recursos utilizados para o ensino de alunos com deficiência visual, além de trazer o desenvolvimento do conteúdo de trigonometria e geometria espacial para alunos com DV inseridos em turmas regulares do Ensino Médio. Vale ressaltar que o trabalho foi desenvolvido na cidade de Teresina, capital do estado do Piauí, e apresenta por meio de um relato de experiência algumas estratégias e ações feitas por um professor durante as aulas de matemática para uma aluna cega inserida em uma turma regular do primeiro ano do Ensino Médio. Os conteúdos de matemática descritos são: trigonometria e geometria espacial.

São apresentadas algumas estratégias para o ensino de tópicos de trigonometria para alunos com deficiência visual inseridos em turmas regulares do Ensino Médio. O autor inicia o texto destacando que grande parte dos estudantes que ingressam no Ensino Médio apresentam conceitos de catetos e hipotenusas memorizados do Ensino Fundamental e quase sempre têm dificuldade em visualizar esses conceitos quando inseridos em uma circunferência trigonométrica, devido à dificuldade com os ângulos, arcos e a nova unidade utilizada, o radiano. Ele acrescenta que, no caso, dos alunos com deficiência visual há um fator complicador, que é o fato que grande parte da teoria é visual e carece de desenhos, gráficos e tabelas para a compreensão. Sendo assim, ele destaca que apresentará meios de ensinar o conteúdo de trigonometria de maneira simples e prática, por meio de estratégias para que o aluno consiga construir esse conhecimento. Para cada um desses temas abordados, ele apresenta como pode ser trabalhado, algumas atividades, assim como, os materiais necessários para execução.

As atividades eram apresentadas no quadro e construídas com os alunos com deficiência visual a partir do material Multiplano. Essa prática se dava por meio da mediação feita por um aluno. De acordo com o autor, por meio dessa interação, os alunos podiam trocar ideias e socializar por meio dessa ação. Um outro recurso apontado, para o caso de não ser possível o uso do Multiplano, é o papel 40 kg e tintas. Para a primeira atividade, ele trabalha a questão do relógio com esse aluno, atividade muito presente nos livros didáticos em tinta. Essa atividade tem por finalidade permitir que os alunos compreendam que cada arco da circunferência está associado a um ângulo central, a partir da analogia com os ponteiros do relógio.

Já a segunda atividade é o reconhecimento de arcos e ângulos na circunferência. O professor solicitava que os alunos dividissem uma circunferência de raio unitário em 4, 8 e 12 partes iguais, enfatizando os ângulos notáveis no primeiro quadrante. Ele destaca que para esta atividade os alunos devem ser instigados a perceber que quando se divide a circunferência em partes iguais, os ângulos centrais são múltiplos dos ângulos notáveis e que cada um deles se associa a um arco na circunferência.

Na quarta atividade é trabalhado seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico utilizando o Multiplano. Após a construção de um triângulo retângulo no primeiro quadrante, é identificado o cosseno e o seno, a partir das relações métricas. É destacada nesta parte que o uso do recurso Multiplano como acessório pedagógico para a compreensão desses conceitos contribui para uma melhor assimilação por parte dos alunos, tanto com deficiência visual, quanto com os alunos videntes, pois segundo ele, esta ferramenta desperta a curiosidade e imaginação dos alunos.

Por fim, ele apresenta uma reflexão quanto à necessidade de preparo dos profissionais que atendem a esses alunos no ensino regular e a falta de estrutura das escolas para eles. “A inclusão de alunos em escolas regulares, mesmo que amparada pela lei, ainda não é uma realidade, pois faltam estruturas e profissionais especialmente treinados para o ensino de turmas no qual a inclusão é uma realidade. Ele acrescenta que o educador tem que criar seus próprios métodos para ensinar alunos incluídos em turmas regulares e isso depende da boa vontade e interesse de cada professor.” (Nery, 2013).

Em *O ensino de trigonometria para deficientes visuais através do multiplano pedagógico* (Melo, 2014), o trabalho é descrito em seis capítulos e trazem uma contribuição a partir de uma proposta inclusiva, no qual alunos videntes e com deficiência visual possam compartilhar o mesmo currículo e o mesmo ambiente de ensino. Dessa forma, ele tenta apresentar modos de suprir as lacunas pedagógicas em alguns conteúdos, dentre eles, a trigonometria, investigando as dificuldades de aprendizagem e apresentando formas de se garantir que esse conteúdo seja trabalhado em sala de aula.

Melo apresenta nesta pesquisa questões ligadas ao conteúdo que vão desde a defasagem do conhecimento por parte dos professores até o nível de abstração envolvido. Para isso, o trabalho de Brito e Morey (2004) que investigam as dificuldades dos professores relacionadas aos conceitos de trigonometria foi utilizado como referência para caracterizar e reforçar essas questões. O autor ressalta que há poucos materiais adaptados para o ensino de trigonometria a pessoas com deficiência visual, e que os recursos existentes permitem uma exploração a nível médio do conteúdo, carecendo de estratégias por parte do professor para estimular uma melhor compreensão.

A primeira atividade foi a de apresentação do material, reconhecer os eixos e permitir que os alunos percorram a placa por meio dos dedos. Após este primeiro momento, foi solicitado que localizem a posição de alguns pinos. A segunda atividade, tinha por objetivo apresentar a circunferência trigonométrica, orientação, localização, identificação dos quadrantes e dos ângulos centrais para os ângulos notáveis. A terceira atividade identifica o seno e o cosseno. Para cada projeção foram utilizados triângulos retângulos, pois era a figura de mais familiaridade para os alunos. O autor apresenta alguns erros e equívocos cometidos pelos alunos durante a execução da atividade. A quarta atividade tinha a finalidade de trabalhar o comportamento do seno e do cosseno em diferentes quadrantes através das projeções nos eixos vertical, horizontal e na origem, de modo a identificar o sinal associado em cada quadrante. É sinalizada a dificuldade gerada no manuseio das peças, dessa forma, foi sinalizado previamente os ângulos de 30°, 45° e 60° no primeiro quadrante para melhor identificação e sinalização das projeções. A quinta atividade consistia em permitir que os alunos trabalhassem com a redução ao primeiro quadrante. Para essa atividade, o pesquisador insere tiras de fita crepe indicando todas as possíveis projeções existentes e pedia que o aluno indicasse as reduções solicitadas em graus. Foi observado que os alunos apresentavam dificuldade no reconhecimento das reduções. Dessa forma essa parte foi dividida em três etapas: primeiro, era solicitada reduções do segundo quadrante para o primeiro; segundo, era solicitada reduções do terceiro quadrante para o primeiro; terceiro, era solicitada reduções do quarto quadrante para o primeiro. É reconhecido que dessa forma foi possível perceber que os alunos se sentiam mais confiantes ao darem suas respostas.

Por fim, é reconhecido que atividades práticas diminuem possíveis lacunas existentes ao ensino deste conteúdo, mas, por vezes, esbarram em questões burocráticas quanto à avaliação. É possível ensinar esse conteúdo de forma direcionada à realidade do aluno e que ele possa participar ativamente das atividades, de modo a também contribuir para o enriquecimento das mesmas. É preconizada a importância do preparo e disposição dos professores para o melhor atendimento dos alunos com deficiência visual.

A dissertação *Educação Matemática no Ensino Médio e a Inclusão de Alunos com Deficiência Visual* (Palmeira, 2012) trata em cinco capítulos de um estudo no qual se investiga possibilidades de aprendizagens em matemática, em uma turma de 3° ano do Ensino Médio regular com quatro alunos com deficiência visual. A autora se baseou em Vygotsky para analisar as interações sociais no processo de aprendizagem. Utilizou como referencial teórico trabalhos dos pesquisadores Polya, Santos e Santos-Wagner para a interpretação das aprendizagens matemáticas dos alunos em situações de resolução e formulação de problemas. Foram desenvolvidas atividades, dentre elas, de trigonometria, baseadas em questões propostas por Pitombeira (2008a). Diante desse trabalho é possível perceber uma modificação nos hábitos dos alunos, uma maior interação entre eles e que é possível incluir a todos, independente do conteúdo matemático.

A autora apresenta que o assunto a ser discutido era o círculo trigonométrico e seu objetivo consistia em resolver e discutir questões envolvendo relações presentes neste conteúdo. Para essa aula, a professora insere que teve a presença de sua professora orientadora para acompanhamento da aula. A pesquisadora observou uma questão do livro Matemática Completa (Giovanni; Bonjorno, 2005) que pedia para que os alunos determinassem o menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio, e trouxe também, o texto de Pitombeira (2008a, p. 306 a 309) que estabelecia relações entre os ponteiros do relógio e o círculo trigonométrico. A professora apresentou cada um dos modos de resolução para os exercícios propostos. Para os alunos cegos, a pesquisadora trouxe o Multiplano para que os alunos pudessem manipular e construir cada representação. Os alunos conseguiram responder ao que era solicitado pela questão com a utilização deste material e relembrando o conteúdo de proporcionalidade, mas para isso, foi necessária uma mediação para a utilização deste recurso. Ela ressalta que o trabalho relativo ao estudo do círculo trigonométrico tornou-se um grande desafio tanto para ela, quanto para os alunos. Comenta que as dificuldades encontradas pelos alunos estão na falta de compreensão e entendimento na passagem das ideias de seno e cosseno do triângulo retângulo para o círculo, mas reconhece que a atividade do relógio diminui consideravelmente, as dificuldades relativas a esse tema.

As orientações curriculares para os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM, volume 2, (BRASIL, 2006, p. 74) sinalizam que “É preciso atenção à transição do seno e do cosseno no triângulo retângulo (em que a medida do ângulo é dada em graus), para o seno e o cosseno, definidos como as coordenadas de um ponto que percorre um arco do círculo de raio unitário com medida em radianos”. Portanto, os parâmetros já reforçam essa necessidade de voltar mais atenção a essa transição, justamente pelo fato de relacionar graus e radianos.

A tese *Do improviso às possibilidades de ensino: estudo de caso de uma professora de matemática no contexto da inclusão de estudantes cego*s (Marcelly, 2015), explora em oito capítulos, possibilidades de ensinar matemática para todos os diferentes tipos de estudantes. É uma pesquisa qualitativa, que utiliza como metodologia de estudo de casos. Os referenciais teóricos são documentos oficiais, literaturas sobre o uso de materiais manipulativos, formação de professores, dentre outros.

São abordadas as ideias trazidas em Lorenzato (2010; 2012), quanto à importância da necessidade de manipulação dos objetos para o processo de aprendizado, sobretudo quando se pensa no ensino de matemática. Ela apresenta que o uso do recurso manipulado, em matemática, vem se mostrando como um método importante para o desenvolvimento da aprendizagem. Pensando no estudante com deficiência visual, as pesquisas reforçam a eficácia na utilização do recurso para o ensino de matemática. Enfatiza, com base nos referenciais pesquisados, que os alunos são capazes de aprender matemática desde que sejam dadas oportunidades e tecnologias adequadas às suas necessidades específicas, muito por conta dos estímulos ligados aos sentidos, tato e a audição. Além disso, reconhece que esses materiais permitem a possibilidade de se perceber representações visuais, por outras vias, como o tato, por exemplo, mas que só garantirão o aprendizado do aluno quando bem desenvolvido o pensamento matemático.

Para o ensino de trigonometria, mais precisamente circunferência trigonométrica, ela descreve que foi construído um material manipulável utilizando dois pedaços de madeira, dois pedaços de arame, três parafusos, um transferidor e uma pequena serra. O transferidor foi preso no meio de uma cruz de madeira por um parafuso. Foram feitas marcações nos ângulos do transferidor. No parafuso fixado no centro do transferidor foi fixado um ferro articulado e deixada uma parte solta. Os valores numéricos foram demarcados na madeira em cruz por pequenos cortes e identificados. É acrescentado que por meio desse material desenvolvido ela conseguiu dar diversas aulas de trigonometria até mesmo aos alunos videntes que apresentavam dificuldades nos desenhos feitos no quadro. Insere que esta atividade despertou o interesse nos alunos em descobrir se realmente os valores eram aqueles representados no material e com o uso da calculadora foi possível constatar que sim.

A importância da mediação é destacada neste processo de aprendizagem que envolve o uso de linguagem e apelo visual. O material manipulável, por vezes, exerce essa função mediadora a todos os alunos. As atividades reforçam a ideia de que os recursos manipuláveis favorecem a aprendizagem dos alunos.

Em *Nenhum a menos na aula de matemática: representações sociais de inclusão de estudantes com deficiência visual e seus impactos na aprendizagem de razões trigonométricas* (Alves, 2018), o autor investiga por meio de um estudo de casos a maneira em que a instituição escolar está concebendo a inclusão nas aulas de matemática, particularmente referente ao conteúdo de razões trigonométricas, e seus impactos no ensino e aprendizagem de alunos com deficiência visual. Realizou dois estudos, sendo que no primeiro visou compreender e analisar as representações sociais de alunos com deficiência visual por outros indivíduos da comunidade escolar, professores e alunos. Já, no segundo estudo, analisou como estudantes do Ensino Médio aprendem esse conteúdo, através de uma proposta didática.

Cada atividade tinha por finalidade conhecer os conhecimentos dos alunos acerca dos conceitos por detrás dos problemas, além dos procedimentos necessários para a resolução. Foi desenvolvida por seis estudantes participantes deste 2° estudo, sendo apresentada cada situação problema de modo oral e por meio do Sistema Braille. Para a primeira atividade, que tinha como objetivo determinar a altura de um monumento, metade dos alunos responderam ser necessário aplicar ideias observadas em ângulo e triângulos para resolver o problema. A segunda atividade consistia em relembrar, em um primeiro momento, o estudo de ângulos e suas propriedades e em um segundo momento, o estudo de semelhança de figuras planas, particularmente semelhança de triângulos e, posteriormente, razões trigonométricas no triângulo retângulo. O estudo dos ângulos foi apresentado a partir de uma atividade associada ao número de giros. É ressaltado o fato do recurso ter auxiliado na retomada dos conceitos de ângulos, anteriormente aprendidos pelos alunos. Foi observado que por vezes o aluno compreendia a medida do ângulo, mas errava na solução por conta de erros aritméticos. Houve dificuldade no reconhecimento de horas do relógio dado que alguns alunos não haviam tido contato com esse objeto anteriormente. O autor reconhece que isso ocorre pelo fato dos recursos de acessibilidade serem cada vez mais tecnológicos. A questão só conseguiu ser contornada a partir do momento que se observou o deslocamento dos ponteiros do relógio e a região demarcada entre eles.

A próxima atividade tinha como finalidade conduzir os alunos à determinação das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente, por meio de um material manipulável foi construído um triângulo retângulo no qual foram demarcadas paralelas de modo a formar triângulos semelhantes. Após essa construção, voltaram à atividade inicial que consistia em determinar a altura de um monumento. Os estudantes receberam uma representação da figura em 3D para facilitar sua manipulação. Para a medição foi disponibilizada uma régua com marcações em relevo, de modo que fosse possível que os estudantes medissem a figura. O autor ressalta que a partir do momento que lhe são assegurados acesso ao conhecimento, os estudantes cegos aprendem da mesma forma que os colegas sem deficiência, respeitadas as peculiaridades de cada um. Vale ressaltar que para cada uma das atividades, são apresentados relatos dos alunos quanto à instrução, questionamento e possíveis respostas dadas.

Os trabalhos analisados no decorrer desta revisão apontam que o uso de recursos manipuláveis é necessário, sobretudo, para conteúdos matemáticos com predominância de cunho visual, dentre eles, a trigonometria. Os obstáculos na maioria das vezes se dão por conta da abstração ou falta de preparo dos professores e, não, por conta do recurso utilizado. A predominância da mediação se faz necessária para identificar os entraves e consolidar o aprendizado deste conteúdo. O mediador humano se faz necessário para auxiliá-lo quanto à manipulação do recurso e funcionamento das peças. Por mais que os professores não tenham formação para atender a esses alunos, a busca por melhores materiais foram práticas observadas durante a leitura dos documentos analisados. O material mais utilizado para este propósito foi o Multiplano.

Este trabalho, ao contrário dos estudos analisados, visa explorar novas abordagens para o ensino de trigonometria na circunferência trigonométrica a alunos sem acuidade visual. Embora o material manipulável, conhecido como Multiplano, seja considerado adequado para este propósito, observou-se a necessidade de aprimoramento, especialmente em relação à sua integração com outros componentes e materiais, visando um desenvolvimento mais eficaz deste conteúdo. Essas identificações foram baseadas em experiências pessoais observadas durante um estágio supervisionado na mesma instituição. Ao revisar documentos oficiais e literaturas especializadas, além de materiais utilizados, observou-se a importância de uma abordagem integrada para sustentar as atividades e o conteúdo junto a esses alunos. A análise desses elementos permitiu-nos identificar lacunas no ensino deste conteúdo, assim como, oportunidades para melhorar os materiais didáticos apresentados, de modo a atender mais efetivamente às necessidades dos estudantes.

A relevância deste estudo em comparação aos demais, reside na sua capacidade de promover uma reflexão que vai além da simples necessidade de formação profissional, da adoção de material em específico já existente e da utilização de atividades já prontas trazidas em livros didáticos. Este estudo aborda questões relacionadas ao currículo, à criação de instrumentos materiais acessíveis que atendam às necessidades destes alunos, à implementação do Sistema Braille para orientação dos alunos e à escuta atenta dos alunos para identificar ajustes necessários tanto nas atividades, quanto nos recursos desenvolvidos. No trabalho anterior (Soares, 2021), já havia sido apresentado alguns impactos positivos na estrutura curricular dos alunos atendidos pelo núcleo na instituição. Espera-se que esse novo estudo possa ter um impacto ainda maior no ensino da matemática desses alunos, incentivando profissionais a criar, adaptar e desenvolver materiais acessíveis que não apenas atendam as necessidades dos alunos, mas que também promovam o pleno desenvolvimento de suas potencialidades individuais.

4. Documentos curriculares, livro didático e a sua importância para as atividades

Começamos esta seção apresentando os documentos oficiais que regem o currículo da educação básica nacional, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) referentes aos tópicos de trigonometría. Após apresentação desses documentos, analiso os conteúdos de trigonometria presentes no livro didático do Ensino Médio utilizado pela instituição onde está situado o NAPNE. Ao final, aponto como observar esses documentos e os dois volumes dos livros foram importantes e nos ajudaram no desenvolvimento das atividades presentes nesta pesquisa.

4.1 O Ensino de trigonometria com base nos documentos curriculares

Nesta seção, começaremos examinamos os conteúdos de trigonometria presentes nos seguintes documentos: Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum Curricular, por ordem cronológica, a fim de verificar os elos existentes durante o desenvolvimento deste conteúdo para justamente permitir a construção de melhores recursos materiais e atividades. Olhar o currículo, a partir dos documentos oficiais que regem a educação, permite-nos observar como é estruturado e organizado, assim como uma forma de nortear a prática do professor, e embora, não ofereçam soluções prontas, priorizam a melhoria da qualidade de ensino, a partir da construção de competências e habilidades consideradas essenciais para o desenvolvimento dos conteúdos. A estrutura e a organização curricular são importantes para a aprendizagem do indivíduo, uma vez que possibilita a promoção de meios que facilitam o processo de ensino.

Veiga (2002, p. 7) afirma que “a análise e a compreensão do processo de produção do conhecimento escolar ampliam a compreensão sobre as questões curriculares”. Observar o currículo é fundamental para o processo de construção de conhecimento, pois além de se compreender os pressupostos e as sistematizações para que a construção se efetive, se transmite conhecimentos historicamente produzidos e se busca diferentes formas de assimilá-los. Desse modo, produção, transmissão e assimilação são processos que compõem uma metodologia de construção coletiva do conhecimento escolar, ou seja, o currículo propriamente dito. Assim, observar o currículo, sobretudo, em uma pesquisa que tange o ensino é devido ao fato de que ele não é algo estático, mas sim, em constante transformação e construção.

Ao chegar à escola, o indivíduo já traz de casa um conjunto de habilidades e competências que precisam ser desenvolvidas e redefinidas pelos professores. Além da promoção dessas habilidades e competências, o professor precisa aprender a interagir, fazer boas conexões e questionamentos, para que os novos conhecimentos possam se originar a partir dos já conhecidos e para isso, o conhecimento sobre o currículo se faz importante. Além disso, quando se propõe a construção de recursos para o ensino, o primeiro passo necessário para esse processo é estudar o currículo para que seja possível identificar o que será necessário para essa construção, as interseções entre os conteúdos abordados e as formas de estabelecê-los.

Os PCN apresentam uma abordagem mais voltada para as estratégias, modos de construção e trazem alguns exemplos, sendo mais particular, enquanto a BNCC apresenta uma abordagem mais geral, que contempla as condições de produção, circulação e recepção dos assuntos trabalhados de modo mais abrangente. Embora os PCN apresentem um alinhamento a uma abordagem de cunho interacionista, em algumas partes do documento, essa perspectiva não aparece em evidência como é explícita na base. Por mais que o período de publicação seja de vinte anos entre esses documentos, precisamos observar que a apresentação de ambos os documentos se torna necessária tendo em vista os avanços tecnológicos, os usos das linguagens ocorridos na sociedade e as diferentes necessidades da atualidade. Assim, é preciso destacar que a prática educativa deve estar alinhada a essas evoluções sociais, tecnológicas e históricas em diversos contextos, não sendo diferente em matemática.

No Brasil, os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) é o documento normativo máximo da educação brasileira, que tem como principal objetivo, a orientação do trabalho do cotidiano de professores e especialistas em educação (PCN, 1998). Além dos PCN, outro documento de extrema importância para a educação nacional é o BNCC (Base Nacional Comum Curricular) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais (BNCC, 2017, p. 7). Para os professores, esses documentos servem de orientação à prática docente, selecionando quais assuntos são mais relevantes para o aluno, desta forma a partir dos conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas, os professores podem esquematizar as suas aulas com a intenção de proporcionar uma aprendizagem significativa.

A partir da análise realizada a seguir nos documentos, foi permitido observar que a diferença entre os dois não é apenas em relação a distribuição dos conteúdos, mas a própria estrutura dos documentos, o PCN é estruturado em ciclos, cada ciclo equivale a 2 séries, por outro lado, a BNCC é organizada em anos, tornando-na mais específica em relação ao PCN. Os eixos temáticos em Matemática estão distribuídos de maneira distinta nos documentos analisados, o PCN tem como eixos da matemática: números e operações, espaço e forma e grandezas e medidas. Já a BNCC organiza os eixos da matemática em: números, grandezas e medidas, álgebra, geometria, e probabilidade e estatística.

Outra diferença percebida é o tempo em que foram formulados, e como o desenvolvimento da sociedade e das necessidades ao longo dos anos impactaram nas mudanças presentes nesses documentos quanto a organização e estruturação. Isso se deve justamente pela necessidade de suprir as demandas de conhecimentos ligados à formação do indivíduo ao longo dos anos.

Ambos os documentos devem ser encarados como instrumento para auxílio e devem servir como base para subsidiar a construção e estruturação do currículo escolar. Apesar do tempo entre esses dois documentos normativos da educação, os dois são de grande importância e devem ser levados em consideração, pois ambos têm a finalidade de auxiliar na construção de planejamentos de aulas, desenvolvimento de conteúdos e como forma de identificar conexões existentes, para tornar o conteúdo mais relevante para os alunos. Essa responsabilidade e o direcionamento necessário faz parte da função do professor.

4.2 Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são coleções de documentos que têm por finalidade auxiliar na composição, planejamento e desenvolvimento curricular das instituições. Eles funcionam como orientadores para os profissionais que atuam no espaço escolar prestando subsídios para a abordagem dos conteúdos, construções e desenvolvimento dos Projetos Políticos Pedagógicos de cada instituição de ensino. Estes documentos são divididos em disciplinas justamente para facilitar na elaboração dos planejamentos. Além dessa separação em disciplinas, há a divisão feita por anos de atuação, que compreendem desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio.

Referente aos primeiros ciclos do PCN, do segundo ao quinto anos (primeira a quarta séries), este é o primeiro momento que se começa a trabalhar com triângulos e qualquer outra figura no objeto de conhecimento conhecido como espaço e forma. Os PCN (Brasil, 1997, p. 38-82) apresentam a necessidade do estudo de diferentes representações de figuras bidimensionais, dentre elas o triângulo e suas propriedades, semelhanças e diferenças entre figuras, rigidez triangular, a composição de que qualquer polígono pode ser composto a partir de triângulos, o fato de um triângulo ter ângulos com medidas idênticas e também que as medidas dos ângulos de um outro triângulo é uma condição necessária, ainda que não suficiente, para que dois triângulos sejam considerados congruentes. As ideias iniciais apresentadas serão aprofundadas no decorrer dos próximos ciclos, contribuindo para a construção de outros conceitos como razões trigonométricas, semelhanças e congruência de triângulos.

Os PCN do terceiro e quarto ciclos, que correspondem atualmente do sexto ao nono anos do Ensino Fundamental 2, já se apresenta alguns procedimentos e ideias para trabalhar o teorema de Pitágoras, bem como, as razões trigonométricas, algumas simetrias nos planos, as relações métricas dos triângulos retângulos, todas construídas a partir dos triângulos retângulos (Brasil, 1998, p. 26). Este mesmo documento (Ibid., p. 68) traz a necessidade do estudo sobre as transformações do plano (reflexão, rotação e translação), auxiliando na ampliação do conhecimento de espaço e forma do aluno, pois serão conceitos que estarão presentes em outros ciclos. Ressalta que as atividades de transformação feitas no plano são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e contribuam para o favorecimento da construção da noção de congruência de figuras planas. Assim como, o trabalho de ampliação e redução de figuras permite a construção da noção de semelhança de figuras planas.

Já para os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (Brasil, 2000) observa-se que uma parte importante da trigonometria diz respeito às funções trigonométricas, seus gráficos e aplicações. O ensino deste conteúdo, de acordo com Brasil (2000, p. 122) deve "assegurar as aplicações na resolução de problemas que envolvem medições, ao cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos". A este último, se insere às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao estudo na primeira volta do círculo trigonométrico, abordando a partir da perspectiva histórica e das aplicações destas relações, particularmente conhecidas como relações trigonométricas.

Quadro 4 - A trigonometria observada no PCN +.

2. Trigonometria: do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da primeira volta.

- Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.
- Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais.

Fonte: Brasil (2000, p. 123).

Pelo PCN +, durante a primeira e segunda série deve-se predominar a resolução de problemas que utilizem as razões trigonométricas para o cálculo das distâncias. Inicialmente são apresentados conteúdos mais próximos à vivência do aluno, já observados em séries anteriores, para em seguida, serem apresentados estes mesmos temas, mas de modo mais complexos quanto às técnicas, tipos de operacionalização e instrumentação. É reconhecida essa progressão e sequenciamento ao abordar que há conteúdos presentes neste documento correspondentes ao Ensino Médio que possuem uma organização a ser seguida, pois os conhecimentos procedem de outros, por exemplo, desenvolver o conceito de semelhança, para depois explorar o teorema de Pitágoras. Como apontado pelo quadro a seguir:

Quadro 5 – Sequenciamento e organização do tema de acordo com a série presente no PCN+.

1ª série	2ª série
1. Noção de função; funções analíticas e não-analíticas; análise gráfica; seqüências numéricas; função exponencial ou logarítmica. 1. Trigonometria do triângulo retângulo.	1. Funções seno, cosseno e tangente. 1. Trigonometria do triângulo qualquer e da primeira volta.

Fonte: Brasil (2000, p. 128).

Em Brasil (2006, p. 74) já se reconhece a necessidade de alguns tópicos presentes no estudo da trigonometria como as três razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) e as fórmulas de transformações trigonométricas sem que essas sejam feitas apenas pela memorização para aplicá-las. Além disso, o documento ressalta a importância quanto à transição do seno e do cosseno no triângulo retângulo para o seno e o cosseno como coordenadas de um ponto que percorre um arco de um círculo de raio unitário cuja medida é descrita em radianos. Este último carece de certa atenção e cuidado para ser ensinado, uma vez que quando se negligencia essa passagem, o aluno não compreende os elos e conexões existentes nesta transição do triângulo para a circunferência, assim como, suas aplicações e desenvolvimento. Este documento já reforça essa necessidade de voltar mais atenção a essa transição, justamente pelo fato de relacionar graus e radianos. Com isso, este conteúdo pode-se tornar puramente memorizado e abstrato ao aluno quando não se tem essa atenção.

4.3 Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) é um documento oficial normativo que norteia o currículo da educação básica das instituições de ensino do Brasil referentes aos níveis do Ensino Fundamental e Ensino Médio, nas escolas públicas e privadas do país. Por meio de competências e habilidades, a Base apresenta o que é necessário para a construção dos projetos escolares, o que incluem os projetos políticos pedagógicos (PPP) das instituições, além de contribuir para que os profissionais de educação se apoiem nesse documento para a elaboração de propostas curriculares mais condizentes com a realidade de suas escolas, respeitando o currículo mínimo para isso.

A proposta trazida no desenvolvimento curricular de matemática de acordo com a BNCC busca uma sala de aula mais reflexiva e menos presa à memorização dos conteúdos. Observa-se desde os Parâmetros Curriculares Nacionais o objetivo de tornar o aluno mais ativo e autônomo para fazer matemática. Isso é ressaltado na BNCC através do estímulo para investigar, explicar e justificar soluções encontradas, presentes nas competências trazidas neste documento.

Alguns objetos de conhecimento, que constam na Base, servem como ferramentas para o estudo da trigonometria, citado aqui: plano cartesiano, triângulos e circunferências. Contudo, a trigonometria, quando observado o documento de modo geral, não se percebe muito presente quando se comparado aos PCN. Há poucas evidências quando observadas as competências e habilidades que evocam objetos de conhecimento que são característicos da trigonometria. Irei descrever cada uma a seguir.

No 9° ano, conceitos de arcos e ângulos na circunferência de um círculo, relações entre arcos, propriedades que relacionam os ângulos centrais e ângulos inscritos, reconhecimento e justificativa dos polígonos, em especial os triângulos, estão bem presentes no documento. Além desses objetos de conhecimento, observamos a presença de semelhanças de triângulos, das relações métricas no triângulo retângulo, do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras, que estão nas seguintes habilidades: EF09MA13 e EF09MA14 (Brasil, 2018, p. 319). Enquanto uma solicita a demonstração das relações métricas existentes no triângulo retângulo, a outra solicita a resolução e a elaboração de problemas em diferentes contextos de aplicação.

Na BNCC pode-se perceber a presença de duas competências de fundamental importância para o estudo da trigonometria. A competência 1 propõe a "utilização de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações(...)" (Brasil, 2018, p. 527). Já a competência 3 busca "utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas(...)" (Ibidem, p. 531). Enquanto uma visa a interpretação matemática quanto conhecimento teórico, a outra permite que o indivíduo se aproprie e busque por conhecimento de modo a interrelacioná-los e aplicá-los às situações para a resolução de problemas em diversos contextos.

Na competência 1 anteriormente apresentada, se destaca o código EM13MAT105 (Brasil, 2018, p. 527) trazendo uma habilidade muito presente na trigonometria, em especial na parte do estudo da circunferência trigonométrica, uma vez que conceitos como as simetrias de reflexão em relação aos eixos e de rotação em relação à origem são muito utilizados para a compreensão da operação conhecida por redução ao primeiro quadrante. O uso das transformações geométricas no plano é uma forma de encontrar arcos com o mesmo comprimento que os arcos do primeiro quadrante.

Para a competência 3, há duas habilidades presentes no documento relativo ao Ensino Médio que se referem ao ensino de trigonometria que são: EM13MAT306 e a EM13MAT308. Enquanto uma visa compreender as relações métricas incluindo a lei dos senos e dos cossenos, assim como, a necessidade de utilização de conceitos anteriormente observados, a outra tem por finalidade lidar com problemas em contextos de fenômenos periódicos e representações das funções trigonométricas (Brasil, 2018, p. 538), como observados no quadro a seguir:

Quadro 6 - Habilidades da BNCC do Ensino Médio.

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

Fonte: Brasil (2018, p. 538).

A Base, diferente dos PCN, apresenta alguns poucos objetos de conhecimentos e habilidades presentes na trigonométrica, introduzindo de modo mais geral cada um deles. Conteúdos como: plano cartesiano, circunferência e triângulo, que já foram desenvolvidos durante o Ensino Fundamental I e II, contudo, são bem mencionados nestes documentos durante a descrição das habilidades para o estudo das funções trigonométricas, das leis do seno e do cosseno e dos fenômenos periódicos, indicando um direcionamento a ser seguido. Vale destacar sobre a necessidade de resgatá-los e buscar interrelacioná-los, para que os alunos percebam que a matemática é integrada e aplicável, embora essa aplicabilidade e elos muitas vezes não sejam indicadas.

Para a compreensão plena da trigonometria na circunferência trigonométrica torna-se necessário o entendimento de diversos assuntos observados em segmentos escolares anteriores ao Ensino Médio, como podemos observar na Base. Isso nos permite justamente perceber a estrutura da BNCC em forma de progressão para o aprendizado dos conteúdos trazidos neste documento. Do mais simples, ao mais complexo e de forma mais natural possível, os objetos de conhecimento passam a ser tratados de maneira que o conhecimento prévio sirva como base para o posterior.

4.4 Ensino de trigonometria com base no livro de referência consultado

Foram tomados como referências de consulta os livros Trigonometria e Números Complexos (Carmo, 1979), Matemática Aplicada (Imenes et. al, 1979) e Matemática Ciências e Aplicações (Iezzi *et al.*, 2016) para verificar a construção do ensino da trigonometria na circunferência trigonométrica, além de funcionar como apoio para a construção das atividades e suporte a mais para o estudo deste conteúdo. Contudo, para esse trabalho, apenas analisarei o livro Matemática Ciências e Aplicações (Iezzi *et al*., 2016), uma vez que é o livro utilizado pela instituição, a qual a pesquisa inicialmente foi realizada, durante o Ensino Médio.

No livro Matemática Ciências e Aplicações (Iezzi *et al*., 2016), por ser uma coleção do ensino básico, os autores apresentam o ensino da trigonometria do triângulo retângulo e a trigonometria da circunferência trigonométrica, em dois de seus volumes, um compreendendo o primeiro ano do Ensino Médio, já o outro, o segundo ano, como é observado nos documentos oficiais anteriormente analisados. Os autores indicam que nesta coleção, a abordagem da trigonometria ocorrerá da seguinte forma:

> Inicialmente será feito o estudo dos triângulos retângulos, em que aparecem as razões trigonométricas, estes serão feitos no volume 1 do livro; Os triângulos não retângulos (acutângulos e obtusângulos) e o estudo das funções trigonométricas (ou circulares), observando os movimentos periódicos, serão feitos no volume 2 desta coleção (Iezzi *et al*., 2016, p. 215).

No primeiro volume do livro, começamos observando o capítulo 10 (Figura 3), nele são apresentados conteúdos essenciais para compreender a trigonometria. Estes conceitos, segundo informações trazidas no livro, são introduzidos neste capítulo para identificar e estabelecer relações que estarão presentes nos próximos capítulos e livros da coleção que são os conteúdos de semelhança de triângulos, teorema de Tales, relações métricas no triângulo retângulo e teorema de Pitágoras, para começar abordar no próximo capítulo a trigonometria no triângulo retângulo.

Figura 3 – Organização do conteúdo de trigonometria no volume 1 do livro.

Capítulo 10 — Semelhança e triângulos retângulos

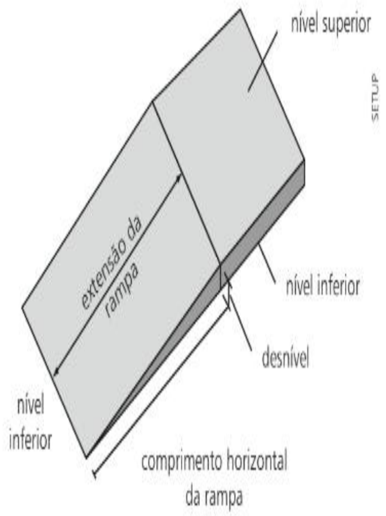
Fonte: Iezzi *et al*. (2016, p. 6).

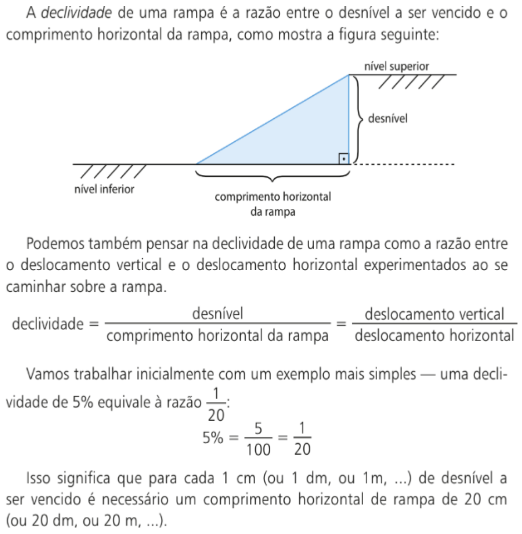
No capítulo 11 é introduzida a trigonometria no triângulo retângulo a partir de uma contextualização histórica ligada aos gregos e egípcios e como este estudo foi importante para a resolução de problemas geométricos que relacionam ângulos e distâncias. No início, após a contextualização histórica, é apresentado o quanto este conteúdo é importante sobretudo para a questão da acessibilidade. A trigonometria no triângulo retângulo começa a ser desenvolvida a partir do contexto da acessibilidade, quando se permite o acesso de pessoas às dependências dos espaços públicos. Reitera que essa construção deva respeitar alguns padrões estabelecidos pela norma brasileira, referentes ao desnível, nível e extensão das rampas.

Em sequência, como o próprio livro apresenta, é utilizada a ideia de declividade de uma rampa para motivar na construção da definição das razões trigonométricas no triângulo retângulo. Utiliza-se a ideia da rampa para caracterizar os triângulos retângulos e para construírem as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente, além de estabelecer elos com os conteúdos observados no capítulo anterior, dentre eles, teorema de Pitágoras e semelhanças de triângulos.

Nos exercícios para além da questão das aplicações puras de fórmulas, são retomadas as ideias de acessibilidade, contextualização histórica, assim como aplicabilidade em triângulos retângulos em diferentes posições espaciais, vista de decolagem de um avião e outros contextos. No final deste capítulo é apresentado como determinar os valores de seno, cosseno e tangente de ângulos notáveis utilizando para isso duas figuras geométricas: triângulo equilátero e quadrado. Assim também é informado ao aluno que essas relações serão retomadas e generalizadas no volume 2 desta coleção, sendo importante que o professor faça o resgate de conteúdos prévios para anteceder os novos conteúdos.

Figura 4 – Representação da rampa trazida no livro a partir do contexto de acessibilidade.





A *declividade* de uma rampa é a razão entre o desnível a ser vencido e o comprimento horizontal da rampa, como mostra a figura seguinte:

Podemos também pensar na declividade de uma rampa como a razão entre o deslocamento vertical e o deslocamento horizontal experimentados ao se caminhar sobre a rampa.

$$\text{declividade} = \frac{\text{desnível}}{\text{comprimento horizontal da rampa}} = \frac{\text{deslocamento vertical}}{\text{deslocamento horizontal}}$$

Vamos trabalhar inicialmente com um exemplo mais simples — uma declividade de 5% equivale à razão $\frac{1}{20}$:

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

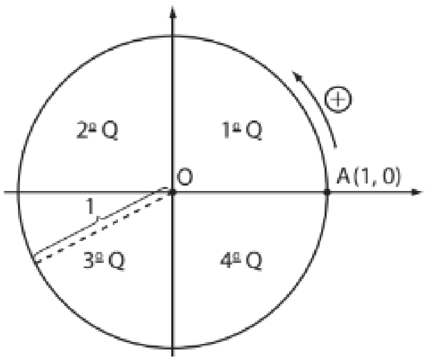
Isso significa que para cada 1 cm (ou 1 dm, ou 1m, ...) de desnível a ser vencido é necessário um comprimento horizontal de rampa de 20 cm (ou 20 dm, ou 20 m, ...).

Fonte: Iezzi *et al*. (2016, p. 215-216).

Como continuação do estudo da trigonometria, no segundo capítulo, do volume 2 é observada a circunferência trigonométrica. Para isso, utilizou uma circunferência de raio unitário centrada na origem de um plano cartesiano, orientada positivamente no sentido anti-horário, e dois pontos A e B para indicar os arcos. Observa-se que todo arco na circunferência corresponde a um ângulo central e que a medida de um arco é igual à medida do ângulo central correspondente e que essa medida independe do raio. Conclui essa primeira parte definindo a unidades de medida de arcos e ângulos, assim como, relacionando cada uma delas.

A circunferência trigonométrica é descrita a partir de uma circunferência no qual é fixada dois eixos perpendiculares cruzados na origem e orientada positivamente no sentido anti-horário (Figura 5). São demarcados os quadrantes e convencionado que o ponto (1,0) é o ponto referencial indicado para a construção dos arcos. Após esta construção, o autor associa números reais a pontos da circunferência trigonométrica. São demarcados diferentes pontos na circunferência e suas respectivas representações na reta, informando que na reta serão indicadas as imagens dos números reais descritos pelos pontos da circunferência. Ao término dessa identificação ele acrescenta que “essa associação de arcos em radianos coincide numericamente, na circunferência trigonométrica, aos seus comprimentos” (Iezzi *et al.*, 2016, p. 15). Os autores observam que é importante fazer essa associação quando estamos construindo as ideias de circunferência trigonométrica, pois os valores dos arcos são descritos em radianos.

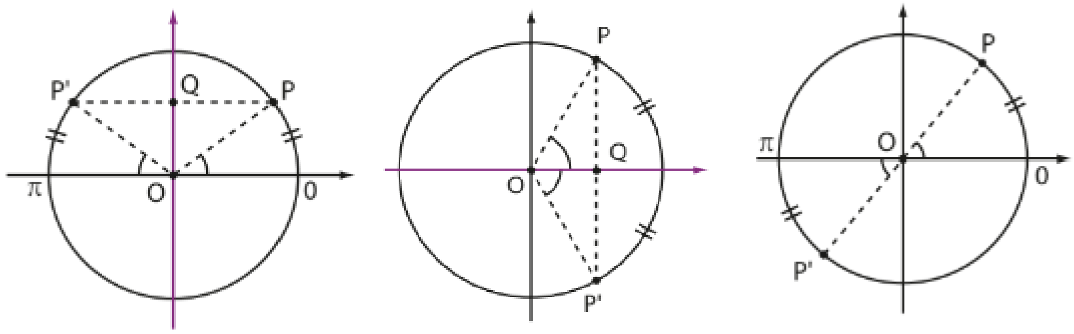
Figura 5 – Representação de uma circunferência centrada na origem de dois eixos perpendiculares.



Fonte: Iezzi *et al*. (2016, p. 13).

Adentrando mais no capítulo, é retomada a ideia de simetrias anteriormente observadas, contudo neste momento as simetrias de reflexões referentes aos eixos e de rotações são estudadas na circunferência trigonométrica (Figura 6). A simetria de reflexão é introduzida da seguinte forma: identifica o ponto referencial A; demarca-se um ponto P sobre o primeiro quadrante, e, a partir de uma simetria de reflexão deste arco AP em relação ao eixo OY, se observa a imagem resultante dessa reflexão, que corresponde a um número real π - a. É indicado que através desta simetria, obtemos pontos simétricos, assim como, arcos côngruos no primeiro e segundo quadrantes (Iezzi *et al.*, 2016, p. 16). De forma análoga, são apresentadas a simetria de reflexão de um arco sobre o eixo OX e a simetria de rotação em relação à origem. Observa-se que com essas outras simetrias podemos obter pontos simétricos, bem como arcos simétricos no quarto e terceiros quadrantes, respectivamente. Por fim, apresenta uma aplicação referente à obtenção das distâncias inacessíveis a partir do contexto da Grécia antiga para determinação da distância entre as cidades de Alexandria e Siena.

Figura 6 – Representações de simetrias de reflexão em torno dos eixos e de rotação em torno da origem.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016, p. 16 -17).

No capítulo 2 deste mesmo volume são caracterizadas as razões trigonométricas na circunferência. O autor ressalta que já foi feito este estudo para as razões trigonométricas no triângulo retângulo para os ângulos notáveis que foram definidos como sendo: sen α, cos α e tg α para $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e que neste momento seria construída a extensão dessas razões para valores reais α, com $0 \leq \alpha \leq 2\pi$. Após apresentar essa explicação, é apresentada cada razão em separado. Inicia a partir do seno, definindo o seno de um número α como sendo a ordenada de um ponto P. Com a projeção ortogonal do ponto P sobre o eixo vertical OY se obtém um ponto P'. É definida então a medida do segmento OP' como sendo o seno de α. Indica que o eixo vertical da circunferência trigonométrica será chamado de eixo dos senos. Após feito isto, os autores apresentam observações que podem ser percebidas na construção descrita na Figura 7.

Figura 7 - Paralelo entre a trigonometria do triângulo retângulo e a observada na circunferência presente no livro.

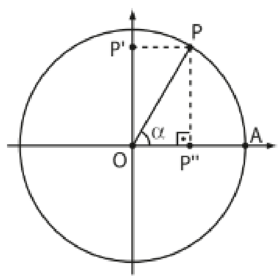
OBSERVAÇÃO

Observe a figura ao lado. Ela nos permite compreender que a definição anterior é "compatível" com a definição apresentada no estudo da trigonometria do triângulo retângulo:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}};\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

Traçando o segmento $\overline{PP''} \mathbin{//} \overline{OP'}$, temos no $\triangle OPP''$:

$$\text{sen } A\hat{O}P = \text{sen } \alpha = \frac{PP''}{OP} = \frac{PP''}{1} = PP'' = OP' = \text{med}(\overline{OP'})$$

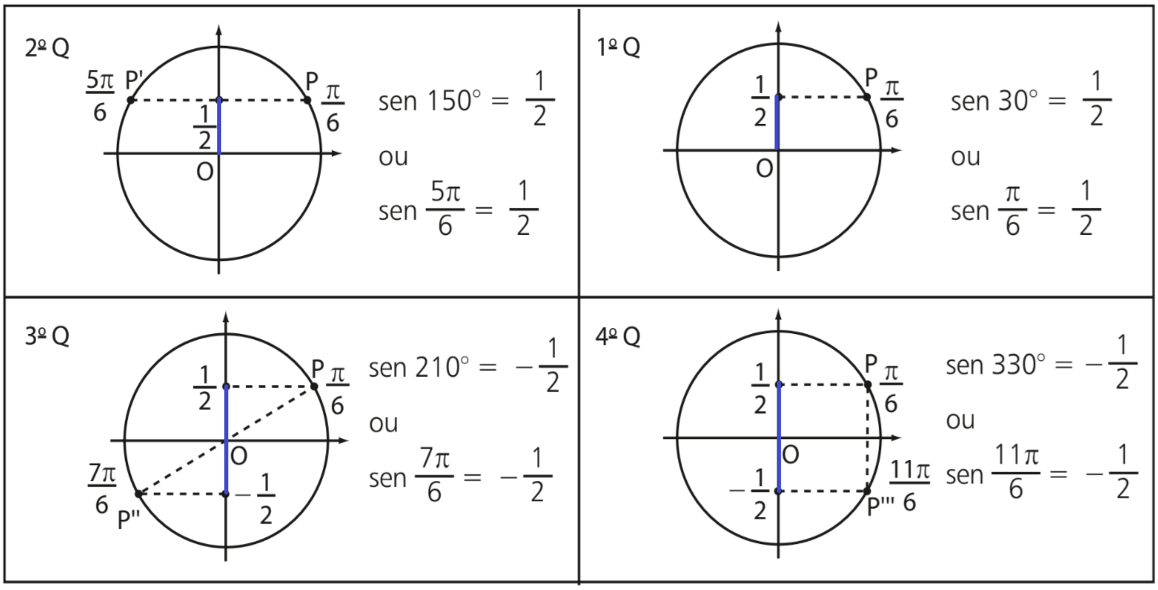


Fonte: Iezzi *et al.* (2016, p. 20).

Após esta observação, os autores descrevem que este mesmo procedimento pode ser estendido para os demais quadrantes, atentando-se apenas para os seus respectivos sinais. Alertam para o fato de que, sendo o raio da circunferência unitário, temos que, $\forall\ \alpha \in [0, 2\pi]$, -1 $\leq sen\ \alpha\ \leq$1, portanto, o seno assume valores entre -1 e 1, apresentando assim, sua limitação.

Os autores reconhecem que utilizando as ideias de simetrias é possível observar as medidas algébricas da razão seno para outros valores reais. É indicado por meio de uma sequência de quadros, os valores dos senos de números reais correspondentes a pontos simétricos de P, sendo P’ a imagem desse ponto. O autor conclui que esse procedimento é conhecido como redução ao primeiro quadrante, como indicado na Figura 8 a seguir.

Figura 8 - Representação das medidas algébricas da razão seno a partir das simetrias presente na circunferência.



Fonte: Iezzi *et al*. (2016, p. 21).

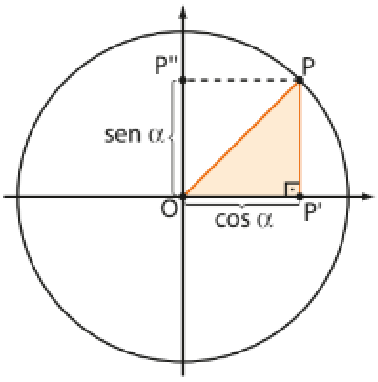
Por fim, apresentam que se pode obter esses valores para além dos notáveis, pois é possível conceber simetrias de arcos independente de seus valores. E não menos importante, concluem dizendo ser possível obter o valor do seno de números reais cuja imagem do ponto coincide com a interseção da circunferência trigonométrica com os eixos coordenados.

De modo semelhante ao indicado para o seno, o livro constrói para o cosseno, contudo, atribuindo aos valores dessa razão como sendo as medidas algébricas dos segmentos gerados pela projeção de P sobre o eixo OX, que será a abscissa de um ponto P. É indicado que o eixo horizontal da circunferência trigonométrica será chamado de eixo dos cossenos. Após feito isto, os autores apresentam que de modo análogo ao feito para o seno, as ideias de simetrias, permitindo-nos observar as medidas algébricas da razão cosseno para outros valores reais de α ocupando posições nos demais quadrantes, sinalizando quanto a questões relativas aos sinais e não menos importante, quanto a questão da limitação do cosseno na circunferência trigonométrica.

Apresenta que se pode obter esses valores para além dos notáveis, pois é possível conceber simetrias de arcos independente de seus valores, que esta ideia não é apenas observada na razão seno. E não menos importante, conclui a razão cosseno dizendo ser possível obter o valor do cosseno de números reais cuja imagem do ponto coincide com a interseção da circunferência trigonométrica com os eixos coordenados.

Conclui esse capítulo apresentando a relação fundamental da trigonometria. Os autores demonstram a relação a partir de um triângulo retângulo construído no primeiro quadrante de uma circunferência trigonométrica, no qual são descritos seus lados em função das razões seno e cosseno (Figura 9). Por fim, concluem que esta relação está presente para todas os valores de $\alpha \in [0, 2\pi]$ e que com essa relação é possível obtermos os valores de seno e do cosseno quando não se sabe de um desses valores.

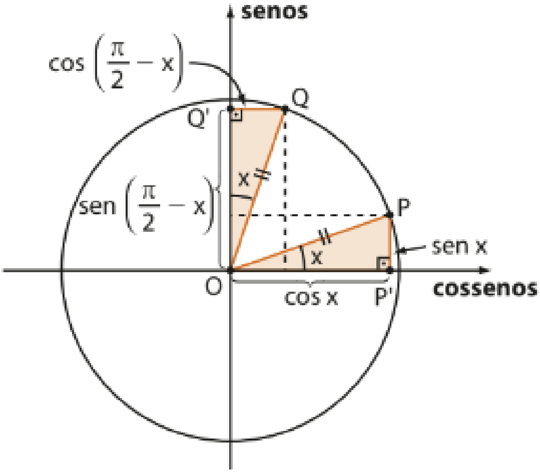
Figura 9 - Representação de uma circunferência trigonométrica presente no livro.



Fonte: Iezzi *et al.* (2016, p. 28).

Os autores descrevem como podemos obter arcos complementares, só que agora para a circunferência trigonométrica. É observada a relação existente entre os arcos, a partir da congruência de triângulos, conforme indicado na Figura 10

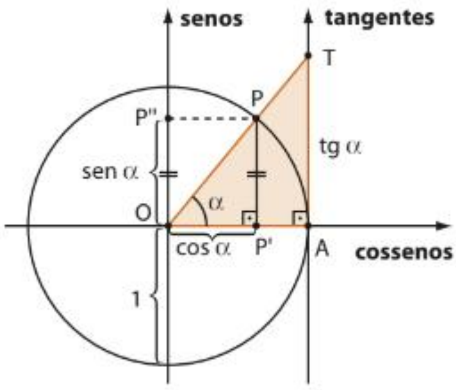
Figura 10 - Representação de arcos complementares expressa no livro.



Fonte: Iezzi *et al*. (2016, p. 29).

Concluem o capítulo apresentando a tangente de um número real, acrescentam para isto um eixo paralelo ao eixo OX que toca a circunferência num único ponto, como mostra a Figura 11, a esse eixo é dado o nome de eixo das tangentes. Ao final desta seção, é estabelecida a relação da trigonometria envolvendo seno, cosseno e tangente, que semelhante à observada para triângulos retângulos, também é possível de ser construída para a circunferência trigonométrica, utilizando semelhança de triângulos.

Figura 11 - Relação da trigonometria envolvendo seno, cosseno e tangente presente no livro em tinta.



$$\frac{OP'}{OA} = \frac{P'P}{AT} \Rightarrow \frac{\cos\alpha}{1} = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\text{tg}\,\alpha} \Rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

Fonte: Iezzi et al. (2016, p. 32).

No capítulo 3, os autores apresentam em linhas gerais o que foi estudado anteriormente sobre trigonometria para seguir relacionando as medidas dos lados e dos ângulos de outros triângulos, como o acutângulo e o obtusângulo sendo que para isso é necessário estudar a lei dos senos e a lei dos cossenos.

4.5 Como esse estudo ajudou a compor as atividades

Ao observar o currículo, torna-se possível identificar as interrelações entre os diferentes conceitos, dentre eles, os matemáticos, e entre os diferentes modos de concepção desse conhecimento. Em Brasil (2002, p. 54) é destacado a importância do "desenvolvimento de atividades que solicitem aos alunos várias habilidades, entre elas o estabelecimento de conexões entre conceitos". O documento enfatiza o papel fundamental do professor como mediador na construção dessas conexões, reconhecendo que este processo não apenas promove a capacidade de pensamento crítico, mas também permite o desenvolvimento de competências para estabelecer relações diversas e criativas. Um exemplo prático disso é a relação entre a trigonometria e a geometria, demonstrando como os alunos podem aprender a integrar e aplicar conceitos matemáticos de maneira significativa e inter-relacionar esses tópicos de conhecimento.

A reorganização curricular também é algo explicitado nos documentos oficiais. Em Brasil (2016, p. 542) já se reconhece essa questão, pois o documento expressa que esse rearranjo deve-se atender as necessidades de demanda e especificidades do ambiente escolar, contudo se ressalta sobre a importância de se preservar articulações dadas pelas habilidades e competências existentes, para que seja possível se construir as integrações necessárias sobre os conteúdos de Matemática. Além disso, essa adequação quanto aos saberes matemáticos, do ponto de vista pedagógico e didático, são importantes, de modo que sejam assegurados a compreensão sobre os fenômenos próprios do contexto cultural do indivíduo e das relações interculturais.

A necessidade de estabelecer conexões e relações entre os conteúdos, não é algo característico apenas dos Parâmetros Curriculares. Em Brasil (2016, p. 469), se reconhece essa necessidade de estabelecer conexões entre as disciplinas e os conteúdos. Portanto, temos que ambos os documentos, PCN e BNCC ressaltam a necessidade de se estabelecer integração entre os conhecimentos existentes, pois se entende como condição para a atribuição de sentidos aos conceitos e conteúdos estudados nas escolas (Ibid., 2016, p. 469).

A sequência didática construída a partir dos anos escolares e que são indicadas pelos documentos oficiais corresponde a uma ordenação em que se deve ser levada em consideração no ensino de trigonometria. Os alunos têm o primeiro contato com os triângulos a partir 1° ano do Ensino Fundamental I estendendo-se para o 9° ano do Ensino Fundamental II e 1° ano do Ensino Médio, durante esses anos são estudadas as relações métricas no triângulo retângulo, teorema de Pitágoras e semelhança de triângulos.

As circunferências são estudadas desde o Ensino Fundamental I com o reconhecimento da sua forma, estendendo-se ao Ensino Fundamental II, com o estudo de arcos e ângulos na circunferência, e no Ensino Médio, ao se estudar trigonometria. Por mais que haja escolas que trabalhem com desenho geométrico, e com construções específicas sobre arcos e ângulos na circunferência, isso não é uma realidade no geral. O plano cartesiano tem seu foco de estudo durante o primeiro ano do Ensino Médio, contudo esse conteúdo já foi apresentado ao aluno desde o 5° ano do Ensino Fundamental.

Esses três elementos juntos: triângulo, plano cartesiano e circunferência, compõem e estruturam um modo de se abordar a trigonometria na circunferência trigonométrica em que os conteúdos dos anos anteriores são recuperados e conversam entre sim, mas para isso, é necessário estabelecer este elo sobre estas estruturas. Esse elo gerado pelos conteúdos observados desde do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, compõe o que chamarei de tríade. Portanto, esse sequenciamento deve ser levado em consideração, não nesta ordem, pois juntos permitem a construção desse conteúdo, além de ir ao encontro do próprio desenvolvimento curricular matemático do aluno.

> Um conceito remete a muitas situações e, reciprocamente, uma situação remete a muitos conceitos. E o desenvolvimento dos conhecimentos de um aluno se faz através de um conjunto relativamente vasto de situações entre as quais existe "parentesco" e para análise das mesmas é necessário utilizar muitos conceitos e muitos tipos de simbolizações (Sanchez, 1991, p. 10).

O ensino de matemática conforme afirmado por Brasil (1997) garante que a seleção dos conteúdos a serem trabalhados pode se dar numa perspectiva mais ampla de atuação, não apenas se pautando exclusivamente em um conteúdo pontual a ser visto, no caso deste trabalho, a trigonometria. Deve permitir identificar não só os conceitos, mas também os procedimentos e as atitudes a serem trabalhados em classe para que se desenvolva a aprendizagem de um assunto, e isso, por sua vez, trará certamente um enriquecimento ao processo de ensino e aprendizagem do aluno.

A construção do conteúdo sobre a oportunidade de observarmos possíveis conexões e elos existentes, permite que sejam construídas e recuperadas ideias anteriormente estudadas, inter-relacionando-as, isso por sua vez tem o potencial de desenvolver um tipo especial de pensamento que permite que os alunos compreendam, descrevam e representem, de forma organizada, o mundo em que vivem e percebam que a matemática não é fragmentada, mas sim, conectada e que há uma lógica sobre os conteúdos estudados. Isso foi algo bem presente no livro analisando (Iezzi *et al*., 2016), uma vez que os autores apresentam além desse sequenciamento durante a construção dos dois volumes, trazem os conhecimentos prévios necessários para a construção de outros mais a frente e observados nos capítulos. Sousa e Farias (2023, p. 2) reforçam que, na Matemática, “o desconhecimento de determinado conteúdo, que atua como alicerce para outros, pode originar uma apreensão conceitual errônea ou incompleta de estudos posteriores". Essa situação é bem recorrente no processo de ensino e aprendizagem da Trigonometria, por exemplo, indicando o caráter dependente envolvido nos conteúdos matemáticos.

Dessa forma, estimular, permitir que observem, percebam semelhanças e diferenças, identifiquem regularidades e estabeleçam conexões entre os conteúdos presentes na Matemática são práticas muito necessárias dentro do ambiente escolar que quando não são feitas, dificilmente o indivíduo fará sozinho. Este mesmo documento salienta que é papel da escola ampliar esse universo de conhecimentos e dar condições aos alunos de estabelecerem vínculos entre o que conhecem e os novos conteúdos que vão construir, possibilitando uma aprendizagem significativa (Ibid., p. 45).

É importante ressaltar que, apesar dos avanços, as conexões são ainda bastante elementares e pouco presentes, dentro do sistema escolar de ensino, pois muitos dos professores não a fazem talvez por desconhecimento ou pela rotina de suas práticas (Brito; Morrey, 2004, p. 66). Contudo, vale reconhecer que quando feitas, estão ligadas à possibilidade de observar, experimentar, lidar com representações, chegando a uma formalização de conceitos para além dos observados nos livros. Isso lhes permite comparar e analisar diferentes estratégias de solução para um mesmo problema quando bem trabalhado. Assim também, funcionam como uma forma para que o aluno identifique que cada etapa não constitui um marco de terminalidade da aprendizagem dos conteúdos daquela série, mas sim, que apresentam uma continuidade permitindo que se alcance novos patamares de conhecimento quando prosseguem para séries mais avançadas.

O estudo deste conteúdo por meio dos referenciais utilizados funcionou como uma forma de identificar um melhor modo de desenvolvimento do ensino de trigonometria na circunferência trigonométrica, compreender possíveis elos e conexões existentes para a construção do sequenciamento didático das atividades desta pesquisa, assim como, desenvolver e identificar melhores recursos para a construção deste conteúdo aos alunos com deficiência visual.

Compreende-se que independente da forma em que este conteúdo seja abordado, ainda existe a necessidade do apelo visual ligado a ele e a relação com muitos conteúdos observados de anos anteriores. Apresentamos questões em que se pode investigar e aprofundar o conteúdo de trigonometria na circunferência trigonométrica de modo a desenvolver novas roupagens a velhas ideias já estudadas por esses alunos. Dessa forma, a necessidade de estabelecimentos de elos entre os conteúdos de triângulo, circunferência e plano cartesiano se faz necessária para esse estudo, não necessariamente nesta ordem, mas funcionará como tentativa para que não haja gaps/entraves ligados às passagens existentes. E essa composição, a qual chamo de tríade, torna-se necessária para que o ensino de trigonometria na circunferência trigonométrica seja melhor desenvolvido e não se configure como de maior dificuldades aos alunos de modo geral.

Conhecer os documentos oficiais que regem os currículos escolares, assim como, o livro utilizado pela instituição, trouxe uma reflexão sobre os materiais existentes e se eles davam conta do conteúdo proposto no presente estudo, pensando no público-alvo da pesquisa. Dessa forma, foi possível identificar que apenas com o material manipulável, Multiplano, não se podia compreender todo o conteúdo de trigonometria na circunferência trigonométrica dentre eles, a construção das simetrias de arcos para além dos notáveis e as representações das medidas algébricas das projeções dos arcos sobre os eixos, por exemplo. Isso nos indica a necessidade de outros recursos, em separados ou em associado com este já existente, para a compreensão do conteúdo de trigonometria por alunos cegos.

Sendo assim, foi necessária uma adequação do material Multiplano pensando na adaptação de um geoplano circular para atender às questões advindas desta primeira análise. Pensando mais a fundo no público-alvo desta pesquisa, foi possível identificar a necessidade de diferentes texturas, bem como de diferentes espessuras de elásticos e de materiais manipuláveis em composição com o multiplano, para que o aluno pudesse perceber simetrias realizadas sobre o material para além dos ângulos notáveis.

5. Metodologia

Este capítulo tem como propósito apresentar as escolhas metodológicas que foram utilizadas para estruturar e desenvolver esta pesquisa. Para alcançar esse objetivo, a escuta do aluno, assim como, observar o desenvolvimento das atividades, as ações sobre os recursos e os comandos realizados tornaram-se objetos de atenção para nossas análises. Diante disso, a abordagem utilizada para esta investigação foi de natureza qualitativa, que utiliza entrevistas baseadas em tarefas para investigar a funcionalidades dos recursos e as atividades propostas. A abordagem qualitativa aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captável em equações, médias e estatísticas (Minayo, 2003, p. 22). Neste sentido, o ambiente natural é a fonte direta dos dados e o pesquisador é o instrumento chave para a pesquisa. Nos preocupamos em analisar os processos, não apenas os resultados das ações e os produtos envolvidos.

Por meio dos recursos e das atividades propostas foi possível identificar alguns modos de desenvolvimento do conteúdo de trigonometria da primeira volta aos alunos cegos e observar alguns obstáculos apresentados por eles. Assim sendo, foi feito como um laboratório de ensino de matemática na tentativa de detectar os obstáculos com os quais os alunos com deficiência visual se deparam no ensino de trigonometria, as demandas, as sugestões levantadas por eles, as potencialidades, as funcionalidades e as alterações necessárias para melhor desenvolvimento do conteúdo junto a esse aluno. Diante do exposto e com a finalidade de tornar esse conteúdo mais acessível a esses alunos, propomos atividades que possam contribuir da melhor forma possível para o desenvolvimento do conteúdo de trigonometria a eles.

5.1 Entrevistas semi-estruturadas

Triviños (1987), Manzini (1990/1991) e Boni e Quaresma (2005) são autores que buscaram caracterizar o que vem a ser uma entrevista semi-estruturada. Triviños (1987, p. 146), descreve que está se baseia em questionamentos básicos, apoiados em teorias e hipóteses, que estabelecem relação com a pesquisa. As respostas oferecem amplo campo de questionamentos e abordagens à medida que o entrevistador as recebe do entrevistado. O tempo para a duração das entrevistas é flexível a depender dos interesses da pesquisa e do aluno.

Manzini (1990, p. 154) apresenta que a entrevista semi-estruturada está focalizada em um assunto por meio do qual há um roteiro com perguntas pré-definidas, que podem ser complementadas por outras questões oriundas dos direcionamentos do entrevistador durante a entrevista. As respostas são livres e não são padronizadas em alternativas previamente definidas. Os direcionamentos são feitos com o intuito de atingir os objetivos da pesquisa. Pode ser feito uso de instrumentos de gravação ou não para a obtenção dos dados neste tipo de entrevista. É necessário que o entrevistado crie um ambiente que permita que o indivíduo fique à vontade, para que possam emergir informações de forma mais livre.

Para Boni e Quaresma (2005, p. 75), as entrevistas semi-estruturadas compreendem perguntas em que se permitem que os indivíduos entrevistados desenvolvam suas respostas da melhor forma que lhes são convenientes, permitindo que sejam observados enganos e equívocos cometidos. Por meio dessa abordagem o entrevistado consegue direcionar as perguntas com base em um roteiro pré-definido, podendo fazer direcionamentos outros no momento que achar mais conveniente para adentrar e observar respostas apontadas e que são interessantes ao objeto de estudo do pesquisador, além de permitir a elucidação de equívocos, de respostas sem clareza e de dificuldades cometidas pelos entrevistados. O pesquisador que faz uso desse método compreende com profundidade determinado assunto, pois o tempo para essa entrevista se dá de modo flexível. Desse modo, essa metodologia tem o intuito de compreender a fundo o objeto de questão desejado, pois é possível investigar aspectos mais particulares quanto às informações prestadas e com isso, obter questões bem úteis à pesquisa.

Boni e Quaresma (2005) ainda afirmam que a condução da entrevista e sucesso na obtenção dos resultados esperados dependem primordialmente do entrevistador, pois é ele o responsável por transmitir a confiança ao entrevistado permitindo um ambiente acolhedor e confortável no qual o indivíduo entrevistado se sinta confortável e aberto para responder as perguntas que lhe são feitas na ocasião.

Manzini (2003) apresenta que há algumas considerações sobre a elaboração de um roteiro de entrevistas semi-estruturadas. Alguns cuidados que o pesquisador deve observar ao formular as questões que são: cuidados com a linguagem utilizada; cuidados com as perguntas; cuidados com a sequência de perguntas nos roteiros. As entrevistas servem como uma forma de buscar informações através do entrevistado. Entende-se como uma conversa informal orientada a partir de um objetivo, existindo para isso um roteiro a ser seguido, mas que pode direcionar a outras perguntas com o intuito de atender aos objetivos da pesquisa.

Há pontos de semelhança nas ideias defendidas por esses autores no que se refere à necessidade de perguntas e tempos flexíveis para atingir o objetivo da pesquisa. Dessa forma, Manzini (2003) introduz que é possível um planejamento da coleta de informações por meio da elaboração de um roteiro com perguntas que atinjam os objetivos pretendidos. O roteiro serve para coletar as informações básicas, como um meio para o pesquisador se organizar para o processo de interação com o entrevistado e, além disso, para que o entrevistado forneça as informações de forma mais precisa e com mais facilidade. Dessa forma, a adoção de um roteiro e dos direcionamentos feitos pelo entrevistador são necessários para garantir a completude dos resultados a serem levantados e até onde se pretende alcançar.

5.2 Entrevistas baseadas em tarefas

Goldin (2000) reconhece que entrevistas baseadas em tarefas fornecem um modo para analisar as estruturas conceituais e cognitivas, assim como, atitudes, competências, atuações, períodos de desenvolvimento, sistemas de representação internas e estratégias que os sujeitos têm ou utilizam ao executar as tarefas.

Este método consiste basicamente em um ou mais sujeitos (solucionador do problema) e um entrevistador, que interagem em uma ou mais tarefas (perguntas, problemas ou atividades) apresentadas pelo entrevistador ao sujeito de forma anteriormente planejada. As entrevistas podem ser gravadas por meio de áudio ou vídeo para capturar as reações dos sujeitos, assim como, pensamentos e ações. Registros escritos ou notas de campos também podem servir para posterior análise. Entrevistas baseadas em tarefas não se dão apenas por meio das interações dos sujeitos com os entrevistadores, mas sim, com os ambientes da tarefa em que a atividade ocorre (Ibid., 2000).

De acordo com o autor, para esta metodologia, uma das principais características levadas em consideração são os propósitos da pesquisa, que incluem: “investigação exploratória, descrição, inferência ou análise; desenvolvimento de conjecturas; investigação ou testes de hipóteses (que envolvem a aplicabilidade, aprendizagem e resolução de problemas)” (Goldin, 2000, p. 519). Dessa forma, por meio das tarefas realizadas, utilizando um roteiro previamente definido, será possível investigar os desenvolvimentos construídos pelo aluno ao realizar as atividades. A partir daí, observa-se os processos resultantes dessa realização, e não apenas as respostas em si destas ações.

Por meio desta metodologia, o pesquisador consegue direcionar seu olhar diretamente no processo do desenvolvimento da tarefa, por meio das ações realizadas pelo sujeito, no caso deste trabalho, as ações se dariam por meio de tarefas de trigonometria executadas a partir do material concreto Multiplano ou outro recurso confeccionado. A pesquisa utilizando este método tem por interesse se voltar para as observações do propósito de aprendizagem e resolução de problemas matemáticos, essas observações fornecem um ambiente controlado, que se possa verificar, ajustar a redação, conteúdo, configuração, sequência e estrutura, levando como base os critérios da pesquisa e resultados obtidos. Essa metodologia foca sua atenção ao sujeito da ação, permitindo que se possa observar os resultados, não apenas as respostas apresentadas distando como certas ou erradas.

As tarefas utilizadas devem permitir que o sujeito que executa a atividade possa responder livremente e se colocar da forma que achar melhor, assim, o pesquisador pode observar seus conhecimentos e reações emergentes no momento da entrevista. Durante as execuções das tarefas, sugestões e novas questões podem se fazer presentes, contudo, deve-se permitir a oportunidade do sujeito executar a tarefa livremente. As intervenções durante a execução de uma atividade não podem ser praticadas de maneira direta.

Esse tipo de entrevista pode ser observado nos trabalhos de Fernandes (2008) e Santos (2022). Ambos os trabalhos aplicaram essa metodologia no ensino de alunos com deficiência visual, contudo, o primeiro tinha por objetivo "analisar os processos de ensino e de aprendizagem de alunos inseridos em classes regulares quando os objetos de estudo são matemáticos, especialmente quando são objetos geométricos" (Fernandes, 2008, p. 9). Já o segundo trabalho, tinha por finalidade "a construção de representações de tabelas e gráficos estatísticos para alunos com deficiência visual" (Santos, 2022, p. 7). Foram trabalhos que além de observar cada desenvolvimento das tarefas executadas, me serviram de referência para obter os referenciais utilizados para sustentar essa metodologia aqui abordada.

Vale mencionar que a união dessas duas metodologias, entrevistas semi-estruturadas e entrevistas baseadas em tarefas, são necessárias a essa pesquisa, uma vez que se pretende investigar os obstáculos e estratégias ligadas ao conteúdo de trigonometria na circunferência trigonométrica, quando este é trabalhado com alunos com deficiência visual a partir de atividades e com o uso de recursos.

As entrevistas desenvolvidas nesta pesquisa serão descritas a seguir, assim como foram realizadas com os alunos. Durante esse momento de descrição e observações dos possíveis resultados, tentaremos dialogar com o leitor no sentido de permitir melhor concepção das atividades desenvolvidas. Trazer o leitor para junto da situação é a melhor maneira de envolvê-los e permitir que essas ações pontuais possam incentivar que cada vez mais pessoas possam desenvolver essas práticas.

Todas as atividades desta pesquisa foram gravadas e registradas com a devida concordância dos alunos e/ou dos responsáveis. Assim também foram tomados os aceites dos envolvidos mediante a autorização via gravação dos registros de assentimento e/ou consentimento livre e esclarecidos. Os nomes foram alterados para preservar a identidade dos participantes, conforme a Resolução nº 510/2016[5], do Conselho Nacional de Saúde, sobre a Ética em Pesquisa, é a normativa voltada especificamente para a área das Ciências Humanas e Sociais que estabelece a proteção da identidade dos participantes envolvidos na pesquisa.

Explicitamos a seguir, os locais de pesquisa, a alteração no cenário e os roteiros utilizados para desenvolvimento das entrevistas com os participantes da pesquisa.

5.3 Os locais de pesquisa

As instituições de ensino nas quais a pesquisa foi realizada apresentam núcleos que são responsáveis por desenvolver e implementar os processos educacionais de inclusão. No Ensino Básico, há o Núcleo de Atendimento a Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE), que funciona como uma matriz responsável por permitir que a instituição consiga atender a esses alunos público-alvo da educação especial e engloba a Sala de Recursos e o Laboratório de Aprendizagem. Já na universidade, existe o Núcleo de Acessibilidade que tem como principal objetivo organizar, acompanhar, orientar e propor ações nas unidades, promovendo a acessibilidade e a inclusão de todas as pessoas com deficiência, transtorno do espectro autista e altas habilidades/superdotação dentro de seus espaços. Este núcleo conta com cursos de capacitação aos docentes e técnicos, assim como, oferecem para as ações pedagógicas facilitadores de aprendizagem. Os facilitadores recebem uma bolsa para atuarem junto a esse aluno durante as atividades e realizarem as demandas pedagógicas que são apresentadas durante esse acompanhamento.

O acréscimo de um novo espaço para além do proposto inicialmente para essa pesquisa, se deu por fatores relativos à greve nacional das instituições federais de ensino, o que impediu

[5] Resolução nº 510 de 2016, presente no site: http://www.cfch.ufrj.br/images/comite-etica/PDF/Reso510.pdf

a retomada das aplicações no núcleo inicial escolhido para a execução desta pesquisa. Além disso, sugerimos para contornar essa situação, que as aplicações fossem realizadas em um ambiente externo ao núcleo, contudo, a primeira participante rejeitou essa proposta, pois segundo ela seria muito “trabalhoso e complicado” realizá-la fora da escola. Isso fez com que procurássemos outros participantes dispostos a contribuir com nossas investigações. Diante disso, um aluno cego do curso de engenharia de uma universidade do Rio de Janeiro concordou em participar dessa análise. Essa contribuição permitiu-nos identificar a necessidade de observação desse tema para alunos que estudam também no Ensino Superior, pois existem disciplinas na grade curricular desse aluno que fazem uso deste tópico de conhecimento em sua estrutura. Dessa forma, com o intuito de auxiliá-lo, e buscando testar os recursos confeccionados e as atividades produzidas, foram realizados alguns ajustes que permitissem alterar a pesquisa para esse novo cenário existente.

Os núcleos foram criados por meio de uma política inclusiva denominada Programa de Educação, Tecnologia e Profissionalização de Pessoas com Necessidades Educacionais Especiais (TECNEP), promovida pelo Ministério da Educação (MEC), através da Diretoria de Políticas de Educação Especial da Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão (SECADI), anteriormente conhecida como Secretaria de Educação Especial (SEESP)[6]. As ações promovidas visam preparar as instituições federais para receber alunos público-alvo da educação especial garantindo o direito à educação em cursos de formação inicial e continuada, técnica e de pós-graduação.

Os NAPNEs[7] objetivam a implementação de ações de inclusão às pessoas com deficiência (visuais, auditivas, físicas, mentais e outras), incentivando a pesquisa aplicada em Tecnologia Assistiva e discutindo sobre aspectos técnicos, didático-pedagógicos, adequações, quebra de barreiras arquitetônicas, atitudinais e educacionais, bem como as especificidades e peculiaridades de cada deficiência, como bem destaca Rosa (2011, p. 18). Autores como Rosa (2011) e Mendes (2017) reconhecem existir uma imprecisão quanto a uma data efetiva da criação dos núcleos, contudo ressaltam que os primeiros registros quanto à sua implementação se dão a partir das ações do TECNEP e a sua estruturação nos IFS ocorreu em 2008, de acordo com o Decreto nº 6.571/2008 (Mendes, 2017). A resolução CNE/CEB nº 2/2001, em seu artigo 3º, instituiu as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Essas

[6] Secretaria de Educação Especial. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/component/content/192-secretarias-112877938/seesp-esducacao-especial-2091755988/288-secretaria-de-educacao-especial.

[7] Conhecendo e reconhecendo o NAPNE: algumas informações relevantes a partir de uma pesquisa, presente no site: https://www.cp2.g12.br/blog/propgpec/files/2023/03/JESSICASILVA2022PRODEDUC1.pdf.

diretrizes subsidiaram a proposta de idealização dos NAPNEs como setores responsáveis pela educação especial na Rede Federal. Nas universidades federais, por exemplo, tais setores são denominados de núcleos de acessibilidade e foram instituídos por meio do Programa Incluir.

No Núcleo analisado, por exemplo, há professores que atendem tanto nesse espaço, quanto na sala de aula regular, portanto, trabalham em dois turnos. Os alunos atendidos por esse núcleo não são apenas os da educação especial como é o esperado, mas todos aqueles que apresentam fatores neurocomportamentais, inatos ou adquiridos, fatores psicológicos ou sociais de caráter permanente ou temporário, alunos com dificuldades acadêmicas e interpessoais. O aluno é direcionado a esse núcleo por meio de diagnósticos e orientações médicas e do conselho de classe (CoC) bimestrais.

As atividades que são desenvolvidas pelo NAPNE permeiam adaptações físicas, ambientais, metodológicas e didáticas. Assim como, aulas de apoio com equipe especializadas, mediadores de disciplinas, utilização de tecnologias assistivas e materiais de apoio ao processo de ensino e aprendizagem dos alunos assistidos pelo núcleo.

A diferença entre o NAPNE e o AEE, de acordo com Lima (2022), é que um é um espaço, já o outro é um tipo de serviço de atendimento oferecido. O núcleo é particularmente característico das instituições federais de ensino. Já o AEE pode ser realizado em centros de atendimento educacional especializado públicos (escolas estaduais e municipais) e em instituições de caráter comunitário, confessional ou filantrópico sem fins lucrativos conveniadas às Secretarias de Educação, como indicado pela resolução nº 4 CNE/CEB (Brasil, 2009).

A proposta do atendimento educacional especializado (AEE) é oferecer um tipo de serviço, a partir de profissionais com formação na área de educação especial, com o objetivo de identificar, elaborar, disponibilizar e organizar um conjunto de ações ligadas à acessibilidade, com o intuito de eliminar barreiras que os impeçam de participar plenamente do processo de ensino e aprendizagem, visando complementar ou suplementar a formação dos estudantes público-alvo da educação especial. O AEE é realizado, prioritariamente, na Sala de Recurso Multifuncionais da própria escola ou em outros espaços como centros de atendimento educacional especializado público ou privados sem fins lucrativos, atrelados à Secretaria de Educação. O profissional que atua no AEE deve verificar questões relacionadas à acessibilidade, permitindo e garantindo a autonomia e independência desse aluno. De acordo com o PNEE (Brasil, 2020)[8], o público que é atendido pelo AEE são: estudantes com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação.

Já o NAPNE oferece o mesmo serviço do AEE, entretanto funciona como um espaço que articula ações dentro da instituição. Tem por objetivo promover, dentro do espaço escolar, medidas que abrangem além do público-alvo da educação especial, todos os demais alunos do ambiente escolar, pois incluem aqueles com transtornos de aprendizagem. Além disso, no núcleo, além do atendimento especializado oferecido pelos profissionais de AEE, há a presença de outros agentes envolvidos nesse processo, dentre eles, fonoaudiólogos, pedagogos, tradutores e intérpretes, dentre outros. Lima (2022, p. 1) ressalta que “os objetivos dos NAPNEs, por vezes, são correlatos ao que é legalmente estabelecido como Atendimento Educacional Especializado (AEE)”, apesar do fato de que em nenhum regulamento caracteriza o NAPNE como parte do AEE.

5.4 Desenvolvimento e planejamento inicial das entrevistas da primeira participante

Inicialmente, nosso interesse era poder entrevistar e testar as atividades com cinco ou seis alunos sem acuidade visual do 1° ano do Ensino Médio durante os atendimentos de matemática ocorridos no NAPNE. Contudo, por conta das questões relativas ao tempo necessário para o desenvolvimento da pesquisa, resposta tardia do comitê de ética em pesquisa do CFCH[9], anuência da instituição para início da pesquisa e férias letivas, foi necessário diminuir esse universo de alunos para se ajustar ao nosso novo cronograma de atividades após prorrogados nos prazos previsto em nosso plano de atividades. Conseguimos realizar as aplicações, não de todas as atividades, com uma aluna assistida por esse núcleo e posteriormente, por conta da greve das instituições federais de ensino, foi necessário ajustar o local de pesquisa inicialmente proposto.

O primeiro momento foi reservado para reconhecimento do ambiente e local de pesquisa, entrega dos termos ao responsável e a aluna, entrega dos respectivos pareceres aos

[8] Política Nacional de Educação Especial. Disponível em: https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/decreto-n-10.502-de-30-de-setembro-de-2020-280529948.

[9] Centro de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Este comitê foi o responsável por analisar e conceder a anuência para a pesquisa. Ele se localiza no Prédio da Decania do CFCH - Praia Vermelha, Rio de Janeiro.

chefes dos setores e para a direção da escola. Feito isso, conversamos sobre a possibilidade do atendimento, melhores horários e possíveis turmas de aplicação. Resolvemos em comum acordo que os atendimentos ocorreriam, inicialmente, durante as aulas de matemática de um professor do núcleo, todas as segundas-feiras, na parte da tarde. Vale ressaltar que o conteúdo programático desenvolvido durante esses atendimentos foi o de trigonometria na circunferência trigonométrica. Desse modo, a pesquisa nesse sentido veio acrescentar como um suporte e auxílio aos professores e aos alunos nesta ocasião.

No segundo momento, além do recolhimento dos termos assinados e/ou consentimento gravado da aluna, tratamos de abordar as perguntas para fornecimento das informações a respeito do perfil, da trajetória educacional, da identificação dos conceitos de trigonometria de seu conhecimento, dos materiais de estudo, das questões relacionadas ao seu preparo para as avaliações, e se estas eram realizadas de maneira impressa ou via computador. Utilizamos esses momentos para iniciarmos as perguntas introdutórias, assim como, as atividades de nível 1 da nossa sequência de tarefas, uma vez que havia tempo durante esse atendimento. Estas perguntas podem ser observadas por meio do Quadro 7 abaixo:

Quadro 7 - Roteiro de entrevista para os alunos com deficiência visual.

1. **Quem é o sujeito entrevistado:**

1.1 Qual o seu nome?

1.2 Qual a sua idade?

1.3 Com que idade perdeu a visão?

*** Qual a razão da perda da visão?**

1.4 Você gosta de matemática?

* Por quê?

2. **Trajetória escolar**

2.1 Conte-me sobre a sua trajetória escolar.

*** Onde estudou no Ensino Fundamental 1? E no Fundamental 2?**

3. **Sobre o ensino de trigonometria**

3.1 Esta pesquisa trata do ensino de trigonometria. Lembra de já ter sido abordado este conteúdo na escola?

*** Quais os tópicos de trigonometria você estudou?**

4. **Materiais de estudo/ Materiais de TA**

4.1 Você tem livro ou material para acompanhar o conteúdo?

* Quais materiais você utiliza para realizar esse acompanhamento?

* Computador? Programas? Materiais Manipulativos? Aplicativos (celular)?

5. **Hábitos de estudo**

5.1 Você estuda sozinho ou com ajuda de alguém?

5.2 Quais os tipos de materiais você utiliza para seu estudo?

* Livros? Folhas com anotações? Computador? Materiais manipuláveis?

6. **Avaliação**

6.1 Como você se prepara para as avaliações?

* Como é cobrado esse conteúdo em suas avaliações?

6.2 Como são feitas as suas avaliações?

* Impressas? Computador?

Fonte: Autor.

Conforme explicitado acima, utilizamos de todo tempo que tínhamos, por mais curto que parecesse ser durante esse encontro. Dessa forma, além das questões de perfil, tratamos de perguntas introdutórias e iniciamos as atividades de nível 1 da nossa sequência de tarefas. Nesta ocasião, esse encontro permitiu-nos abranger, de modo inicial, esses pontos mencionados, identificar os próximos passos a serem seguidos e o que precisaria ser alterado ou reconstruído para avançarmos nas próximas aulas. Para obtermos respostas quanto ao conhecimento da aluna, relativo ao tema desta pesquisa, utilizamos o roteiro indicado no Quadro 8 a seguir e utilizamos alguns recursos desenvolvidos como suporte a essas ideias:

Quadro 8 - Perguntas introdutórias que antecedem as atividades.

Perguntas introdutória 1) O que é um triângulo? E um triângulo retângulo? 2) O que são catetos e hipotenusa? 3) Saberia me dizer como calcular o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo em um triângulo retângulo? 4) Você já ouviu falar em ângulos notáveis em um triângulo? *** Diga o que você lembra acerca destes ângulos.** 5) O que é uma circunferência? 6) Lembra da fórmula do comprimento de uma circunferência? 7) Sabe definir o que é radiano?

Fonte: Autor.

Com o desenvolvimento dos encontros, pude adentrar nas questões iniciais, dando prosseguimento à sequência de atividades propostas para esta pesquisa, conforme indicado no Quadro 9 abaixo:

Quadro 9 – Atividade 1.

Atividades 1 1) Você sabe o que é um triângulo? E um triângulo retângulo? 2) Você sabe dizer o que são catetos e hipotenusa? 3) Você pode me dizer o que é seno, cosseno e tangente de um triângulo retângulo? 4) Você sabe o que é uma circunferência?

5) Lembra da fórmula do comprimento de uma circunferência? 6) Sabe definir o que é radiano?

Fonte: Autor.

Até esse momento, os encontros permitiram-nos refletir e coletar resultados prévios relativos às atividades, aos recursos desenvolvidos e à aluna. Sendo assim, foi possível identificar possíveis alterações para melhor adequação tanto dos enunciados das atividades, quanto das perguntas do roteiro, assim como em melhorias para os recursos. O intuito com a atividade 1 acima (Quadro 9) foi justamente identificar e desenvolver algumas definições e ideias que ajudariam a aluna caminhar mais livremente nas atividades seguintes. Adentrando em nosso conjunto de atividades, o intuito com esse sequenciamento e a utilização de recursos em associado visava além de responder às perguntas centrais desta pesquisa, possibilitar que essa aluna tivesse acesso a esse conteúdo característico do primeiro ano do Ensino Médio de modo acessível às suas necessidades. Como sabemos, o tato é um sistema sensorial com características específicas, pensando nisso, uma de nossas preocupações foi de fornecer ferramentas materiais confortáveis a essa aluna. Procuramos com isso, identificar a necessidade de mais texturas, da presença do braille, da utilização de materiais estáticos e móveis para que dessa forma pudéssemos observar o maior número de informações e de contextos possíveis.

Conhecer a aluna por meio desses encontros e utilizando esses roteiros indicados acima foi necessário para reconhecermos essa aluna e percebermos os principais conteúdos que precisariam ser revisitados de anos anteriores para prosseguirmos com as tarefas previstas. Revisitar os conteúdos necessários e característicos desta pesquisa observados em séries anteriores, foi importante, uma vez que utilizaremos deles para desenvolvimento e construção de novos. Esse resgate de conteúdo é algo bem presente na BNCC, conforme indicado abaixo:

> A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores (Brasil, 2016, p. 276).

Nestes encontros, tive o privilégio de poder trabalhar livremente com a aluna, mesmo com a presença do professor em sala. Vale ressaltar que o professor regente da classe regular era o mesmo professor que atendia a aluna no núcleo. A colaboração do professor atuante neste núcleo foi fundamental para a construção desta pesquisa, pois além de possibilitar livre acesso a estudante, permitiu-me o desenvolvimento das atividades e das práticas da forma que julgasse melhor para atendê-la. Isso permitiu-me perceber que a cada pergunta feita, o uso de recursos manipuláveis foi necessário e funcionou como uma forma de orientação e suporte a aluna. Trabalhamos desta forma, utilizando as perguntas de nossos roteiros e com o auxílio de recursos para que a aluna pudesse, além de responder livremente, ter um material como apoio para o desenvolvimento e construção das ideias.

Com o intuito de finalizar essa pesquisa, realizamos adequações em nossos planejamentos, roteiros e ambiente de observação inicialmente propostos, em virtude do contexto relativo à greve nesta instituição. Devido a esta situação, tivemos que alterar o cenário inicialmente proposto, uma vez que não identificamos, a curto prazo, o fim da greve e retorno das atividades. Esses fatos serão descritos a seguir com o intuito de permitir que o leitor se oriente em relação ao desenvolvimento, aos obstáculos e aos ajustes realizados para a conclusão deste estudo.

5.5 Mudança do cenário inicialmente proposto para a pesquisa

Observamos a necessidade de mais aplicações para a finalização deste estudo, uma vez que não havíamos conseguido concluir as aplicações no ano anterior em razão das férias escolares, dos feriados e do não comparecimento da aluna por questões de saúde. Diante disso, pretendíamos retomar as aplicações junto ao núcleo assim que o novo semestre se iniciasse na instituição, o que estava previsto para março de 2024. Em janeiro de 2024, contactei o núcleo com o intuito de findar as aplicações para a minha pesquisa, pois ficaram faltando poucas atividades de nosso estudo para serem concluídas, e me foi informado que retornariam a partir de primeiro de abril, o que não aconteceu. A instituição entrou em greve, o que impediu que esse estudo fosse continuado junto à aluna desse núcleo. Em virtude dessa nova situação, foi preciso mais uma vez ajustar nosso cronograma e pensar em novas ideias para além das inicialmente propostas para a pesquisa. Com o intuito de finalizar esse estudo, optamos por incluir um novo cenário de observação, para testar os recursos desenvolvidos e verificar os que haviam ficado pendentes de serem aplicados com a aluna anterior.

No cenário anterior, o intuito era verificar em um laboratório, a funcionalidade dos recursos desenvolvidos, bem como as potencialidades das atividades junto a uma aluna do NAPNE. A situação atual não alterou muito a ideia originalmente pensada, o que teve que ser alterado foi o ambiente de análise, o indivíduo analisado e o nível escolar do participante. A nova conjuntura foi desenvolvida com um aluno cego, que havia estudado nesse núcleo e atualmente era estudante de um curso de exatas de uma instituição federal de ensino superior localizada no estado do Rio de Janeiro.

Descreveremos a seguir os resultados obtidos durante os estudos realizados, bem como as análises das aplicações e das entrevistas com os dois alunos participantes. Os relatos serão descritos assim como foram produzidos e feitos pelos alunos. Para essa análise, além dos áudios gravados, utilizaremos também o diário de campo. Este diário consistiu em um caderno, no qual, após cada aplicação era realizado a descrição detalhada de situações que fossem pertinentes à pesquisa e que seriam importantes de serem registradas em papel, dentre elas, expressões, inquietações, composição do ambiente, trocas e alterações realizadas.

Antes de adentrarmos nas atividades e nas aplicações em si, precisamos esclarecer os termos "círculo" e "circunferência" utilizados nas atividades. Fomos flexíveis quanto ao uso desses termos, reconhecendo que diferentes livros e autores podem ter definições variadas. No contexto das atividades, vale ressaltar que o termo "círculo" foi utilizado como a região interna delimitada pela circunferência (placa circular presente no material Multiplano ou nos círculos confeccionados em papel paraná), enquanto a "circunferência" referiu-se especificamente à linha que define o contorno do círculo. Essa distinção só foi utilizada no contexto dos enunciados e nas legendas das imagens de cada recurso, buscando garantir clareza na comunicação e evitar ambiguidades. Como mencionado por Lima (2014), é essencial manter consistência na escolha dos termos ao longo do material didático, para evitar mal-entendidos e garantir que todos os participantes estejam na mesma página em relação aos conceitos abordados. Entretanto, não foi cobrada dos alunos, já que, a depender do livro que adotaram, podem ter utilizado uma ou outra terminologia.

Além disso, optamos por adotar na redação das entrevistas um tom mais pessoal, utilizando a primeira pessoa do singular, quando apropriado.

6. Entrevistas baseadas em tarefas com a aluna Estrela

Neste capítulo apresentaremos os estudos iniciais desta pesquisa. Descreveremos as observações resultantes dessas aplicações, possíveis inquietações levantadas pelos alunos quanto às atividades e aos recursos, bem como ações e possíveis alterações propostas. Referente aos recursos produzidos, o intuito foi construir ferramentas materiais que fossem economicamente acessíveis, isto é, que pudessem ser replicadas a um baixo custo. Foram pensados em recursos para além de materiais já prontos e existentes, e que pudessem de certa forma viabilizar o acesso dos alunos aos conceitos matemáticos presentes neste estudo.

O atendimento no núcleo, durante o período em que participei, era composto por três alunos, contudo, no momento destes encontros só estavam presentes dois destes. Para os encontros, havia uma aluna cega congênita, um aluno com baixa visão e outro aluno com deficiência intelectual, ambos assistidos por um professor de matemática. A sala era composta por duas mesas. Uma bem grande, de formato elíptico, localizada do lado direito da sala, e uma outra, menor, localizada do lado esquerdo. A sala era em formato retangular, com ar-condicionado e com duas mesas e poucas cadeiras. Vale ressaltar que os encontros estavam ocorrendo nesta sala de modo emergencial, em virtude de uma obra na sala direcionada a esse núcleo na ocasião desses encontros. Contudo, os encontros ocorreram do mesmo modo que são feitos no espaço físico destinado.

No primeiro encontro com os estudantes foram realizadas perguntas que nos permitissem compreender os alunos e seus conhecimentos prévios sobre o tema. Utilizamos de pseudônimos no texto, a fim preservar a identidade dos participantes. Contudo, os relatos utilizados serão expressos conforme foram ditos.

A seguir, conheceremos mais sobre a aluna cujo nome escolhido para identificá-la foi Estrela, examinando como se deu sua trajetória acadêmica e quais são os seus conhecimentos prévios relativos aos conteúdos de trigonometria. Utilizamos entrevistas envolvendo tarefas para verificar seus conhecimentos prévios. Através dessas entrevistas, foi possível identificar certos domínios e conhecimentos relacionados ao tema, bem como a necessidade de ajustar perguntas e adaptar os materiais confeccionados para melhor desenvolvimento das atividades. A escuta atenta da aluna desempenhou um papel crucial neste estudo. Portanto, apresentamos trechos de suas falas, além de descrever preocupações, frustrações e outras expressões manifestadas durante as entrevistas, utilizando gravações, transcrições e observações feitas durante a execução de cada atividade.

6.1 Conhecendo Estrela e seus conhecimentos prévios

A aluna, chamada de Estrela, tinha 19 anos, é cega congênita e sua trajetória educacional iniciou no Instituto Benjamin Constant, instituição onde cursou o Ensino Fundamental I e II. Comentou que entrou na instituição federal de ensino atual, pois não queria um ensino médio técnico. Para abertura de diálogo entre o pesquisador e a aluna, conversamos sobre diversos assuntos para além do roteiro de entrevista. Acredito que atitudes como essa servem para "quebrar o gelo", sobretudo, porque até aquele momento, eu era um estranho para a aluna. E há um tempo de acomodação para essas situações, que não são simples de ocorrer.

Para os encontros com essa participante, as tarefas foram aplicadas em um tempo de aula, onde cada tempo tinha uma duração de 40 minutos. Vale ressaltar que combinamos eu, o professor e a aluna, de começarmos os atendimentos seguintes mais cedo, com a finalidade de conseguirmos chegar até a redução ao primeiro quadrante ainda naquele ano, e também como forma de melhorar a questão do tempo de aplicação e a duração dos atendimentos. Isso se faria presente a partir do próximo encontro, contudo a aluna não compareceu nos encontros seguintes mais cedo conforme combinado, logo, o tempo de aplicação permaneceu o mesmo durante todas as aplicações.

O professor havia informado que estava bem no início do desenvolvimento do tema, pois havia começado na semana anterior o conteúdo de circunferência trigonométrica. Dessa forma, iniciei realizando as perguntas indicadas no Quadro 7 com a aluna, foi possível perceber que os materiais utilizados até então e de conhecimento da aluna foram o Multiplano e o geoplano, pois eram recursos que ela comentou mais de uma vez sobre o seu uso e disposição do material.

> **Estrela:** *Usamos o geoplano e um outro material que sempre esqueço o nome* [referindo-se ao Multiplano].

A aluna respondeu que não se lembrava de ter visto trigonometria no IBC, mas que estava estudando o conteúdo atualmente. Todos os tópicos que ela dizia saber sobre trigonometria se referiam ao observado na circunferência trigonométrica. Vale ressaltar que ela havia começado o estudo deste conteúdo há uma semana mais ou menos, talvez por conta disso, se lembrava mais deste assunto, associando-o diretamente aos tópicos prévios mais recentes e já abordados em momentos anteriores ao nosso encontro.

> **Estrela:** *O que lembro de trigonometria é o que estou vendo agora. Essa trigonometria tem o ciclo trigonométrico e ângulos de 0 até 360 graus. É isso que lembro!*

Para descobrir mais sobre os conhecimentos prévios de trigonometria da aluna, precisei perguntar sobre alguns tópicos abordados em trigonometria no triângulo retângulos para auxiliá-la. Perguntei à Estrela se lembrava de ter ouvido falar em algum momento da vida sobre seno, cosseno e tangente, por exemplo? Ela respondeu que sim! E que lembrava deles. E que o professor da Instituição Federal de Ensino já havia lhe ensinado assim que ela chegou à instituição. No colégio, assim que o aluno entra neste conteúdo, é feita uma revisão da trigonometria observada no triângulo retângulo de modo a melhor direcionar e conduzir o novo conteúdo trabalhado com esse aluno durante o primeiro ano. Essa revisão, além de funcionar como resgate ao conteúdo anterior, permite aos alunos que ainda não tiveram acesso a esses assuntos, em anos anteriores, acessá-los assim como os demais.

> **Pesquisador:** Você se lembra das razões trigonométricas presentes no triângulo retângulo?
> **Estrela:** Ah… *sim! Lembro, sim!* [referindo-se às razões trigonométricas]. *Não é aquilo que relaciona oposto, adjacente e hipotenusa? Se for, eu lembro! Mas não lembro a ordem que vem.*

Sobre as avaliações, a aluna comentou que para esta parte do conteúdo, eram realizadas a partir de atividades orais, entre ela e o professor. Mas que anteriormente, ou seja, antes de adentrar neste conteúdo, ela fazia as avaliações pelo computador ou impressas como todos os alunos com DV assistidos pelo núcleo. As provas orais mencionadas pela aluna consistiam em perguntas que utilizavam o material Multiplano ou geoplano como apoio para a construção das ideias.

Estrela: *A minha prova agora de matemática é feita por voz. O professor me fala a pergunta, e eu respondo.*

A forma diferenciada de avaliação mencionada pela aluna foi um modo encontrado pelos professores da instituição para verificação do aprendizado dos alunos com DV quanto ao conteúdo de trigonometria. Elas ocorriam no núcleo com os mesmos professores que atendiam a essa aluna. Por ser um conteúdo puramente visual, o apoio do material para o seu desenvolvimento tornava-se necessário. Diante disso, as provas eram realizadas a partir dessas interações entre o professor, a aluna e o material, bem como de questões orais que ocorriam durante o atendimento dessa.

Sobre como se preparava para as avaliações, a aluna respondeu que o único momento de estudo se dava por meio dos atendimentos promovidos pelo núcleo. Em relação aos materiais didáticos, a aluna disse que havia livros sim e que fazia uso sempre que possível. Mas que estudava no núcleo mesmo, com o professor e que não tinha o hábito de estudar em casa.

Estrela: *Só estudo no NAPNE. Em casa não! Só utilizo o tempo do NAPNE para estudar.*

Pesquisador: *Por que você só estuda aqui?*

Estrela: *Aqui tem o material, além de pessoas preparadas e que me ajudam. Em casa não, aí fica mais complicado.*

Observamos no relato acima a importância de núcleos de atendimentos e do próprio AEE para alunos público-alvo da educação especial, tendo em vista que acabam tendo o papel de os principais ou, até mesmo, de os únicos espaços onde esses alunos tenham garantia de acesso a suporte, orientação e acessibilidade necessários para a sua aprendizagem. O NAPNE, para essa aluna, é um espaço de construção de conhecimento, um local de auxílio para manutenção de seus estudos e o único responsável por assegurar seu desenvolvimento.

A aluna se mostrou interessada no conteúdo, pois segundo ela, era muito interessante. Para ela a trigonometria era bem legal, pois permite trabalhar com o geoplano e Multiplano, além de poder observar as figuras construídas com dois materiais.

Estrela: *Eu gosto desse conteúdo. Acho bem interessante!*

Assim, foi possível identificar que a aluna já havia trabalhado algumas ideias observadas em trigonometria e que se lembrava de modo superficial, muito devido ao tempo que ficou sem acessá-los em seus estudos. Quando não se aprende ou não se volta a um conceito com regularidade, dessa forma, esses conceitos acabam ficando esquecidos por mais que o indivíduo já tenha se deparado com eles. Esse processo de retomada ocorre sem nenhuma estimulação artificial e sim de acordo com suas aprendizagens próprias e precedentes, dependentes diretamente do histórico de vida do indivíduo e do direcionamento (Lambert; Sampaio; Mauss; Scheiber, 2004, *apud* Viveiro; Camargo, 2011, p. 35).

Utilizei desse tempo também para descontrair e não ficarmos presos ao roteiro, nem à estrutura de perguntas e respostas como se fosse uma avaliação, o que não era o desejado para essa pesquisa, mas sim, que fosse um momento prazeroso e interessante para a aluna. Atuar dessa forma, tornou-se uma estratégia bem válida e, de certa maneira, as metodologias utilizadas para a construção desta pesquisa permitem espaços para melhor funcionamento e direcionamento das entrevistas. Conversamos sobre o que ela mais gostava, bandas preferidas, dentre outras coisas. Descobri inclusive que sua banda preferida era a banda mexicana Rebelde (RBD), banda essa que havia acabado de fazer um show no estádio do Engenhão, no Rio de Janeiro, na semana anterior ao nosso encontro. Isso possibilitou maior abertura de diálogo, funcionando como tentativa de quebrar o gelo, tornando o processo mais descontraído e sem pressão/tensão por respostas precisas e certas. Dessa forma, a conversa se deu de modo espontâneo, permitindo o espaço para a aluna se colocar, e de certo modo, tornando esse momento bem descontraído. Achei mais conveniente atuar dessa forma e não lançar várias perguntas diretamente para não provocar estranhamento ou medo inicial na aluna.

Foi percebido durante o transcorrer da entrevista, que a aluna foi relembrando essas ideias, pois com os devidos direcionamentos, ela recordou de alguns tópicos característicos do estudo da trigonometria no triângulo retângulo, que foram observados anteriormente, tais como seno, cosseno e tangente, razões trigonométricas, dentre outros, com isso, foi possível perceber seu conhecimento prévio acerca desses assuntos. Por mais que inicialmente referia-se à trigonometria como sendo apenas da circunferência trigonometria, com esse direcionamento e sequenciamento de atividades, percebeu-se que essa ideia se modificou após as intervenções feitas pelo pesquisador, por meio das perguntas de nosso roteiro, das perguntas investigativas e dos recursos empregados.

6.2 Iniciando as aplicações

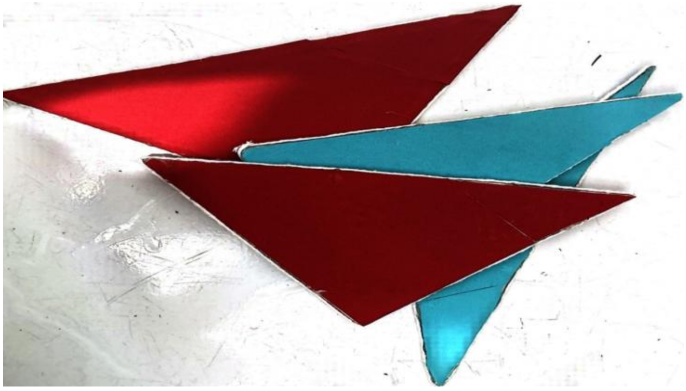
Desde o primeiro momento deixei claro à aluna que o intuito era investigar os recursos e as atividades e se eles permitiam o devido acesso ao conhecimento sobre os conteúdos trabalhados. Que a minha função não era investigar se as respostas estavam certas ou erradas, mas sim, observar os processos e como foram pensadas as respostas. Que ela podia ficar livre para respondê-las, no tempo que achasse necessário. E que em caso de ajuda ou desconhecimento, poderia pedir ajuda, caso não soubesse a resposta.

Após esse primeiro contato e levantamento feito, como indicado anteriormente, para identificação do perfil e conhecimento sobre o tema, tratei de abordar as perguntas do Quadro 8, perguntas introdutórias. Foi possível perceber que a aluna compreendia as perguntas feitas, mas que os recursos, tais como diferentes triângulos e a circunferência feitos em papel paraná, etil vinil acetato (EVA) e barbante, dentre outros, foram necessários para resgate dessas ideias e conceitos. A aluna neste encontro disse que lembrava dos triângulos, que era uma figura formada por pontas, segundo ela.

> **Estrela:** *Lembro do triângulo. É aquela figura que tem uma ponta assim, ó.* [Indicando com a mão os bicos do triângulo]. *Tem uma ponta aqui, outra aqui e outra aqui.* [Indicando diferentes vértices do triângulo no ar.]

A aluna na ocasião disse que conhecia mais o triângulo que tinha pontas e um ângulo de 90° [referindo-se ao triângulo retângulo]. Acredito que seja devido à revisão do conteúdo do nono ano observada pela aluna na instituição. Como ela não mencionou outros tipos de triângulos existentes, quando perguntei do triângulo, utilizei o recurso abaixo (Figura 12) de modo a permitir que ela identificasse e informasse mais detalhes sobre essa figura. Para a aluna, os triângulos retângulos e acutângulos eram os únicos que facilmente eram reconhecidos, quando eram diferentes desses dois tipos, a aluna dizia não ser um triângulo.

Figura 12 - Representação de diferentes tipos de triângulos.



Fonte: Autor.

Entreguei quatro triângulos à aluna. Os triângulos eram de diferentes tipos, sendo eles: dois triângulos retângulos de tamanhos diferentes, um triângulo isósceles e um triângulo obtusângulo. Assim que entreguei o material à aluna, ela exclama: “Nossa! Quantos! Só conheço mais esse aqui!” Indicando os dois triângulos retângulos. Para ela, o triângulo obtusângulo não era conhecido e era visto como o mais “diferente”. A aluna comentou que não conseguiu identificar uma das figuras como sendo triângulo, pelo fato de estar mais torto. Os triângulos retângulos e os isósceles, ela conseguia identificar, sem problemas. Esse triângulo torto o qual a aluna se referiu, foi justamente o triângulo obtusângulo. Para ela, essa figura não representava um triângulo devido ao seu formato gerado pelo ângulo obtuso.

A identificação projetada pela aluna da imagem do triângulo é muito característica e relembra a ideia presente em Tall e Vinner (1981) sobre a ideia de imagem conceitual. A imagem conceitual se faz justamente quando o indivíduo ao ser apresentado a um conceito, consegue criar imagens mentais, reconhecer propriedades e processos associados a esse que lhe foi apresentado. Quando lhe é apresentado ideias que foge do que se tem como conceito pré-definido, há um conflito, à medida que essa ideia apresentada extrapola a imagem construída mentalmente por esse indivíduo.

Os atributos mentais que estão associados a um determinado conceito, devem ser incluídos na imagem do conceito, caso contrário, resultarão em conflitos futuros. Esse processo é construído ao longo dos anos, através das experiências de todos os tipos que vão evoluindo e amadurecendo à medida que este indivíduo se depara com esse conceito com o tempo. Quando se desenvolvem as imagens conceituais de um determinado conceito, não precisa ser sempre coerente, pois diferentes estímulos resultarão na construção de diferentes partes da imagem conceitual em diferentes momentos do indivíduo (Ibid., 1981). O fato da aluna só reconhecer triângulos agudos e retângulos como sendo triângulos, pode indicar que as imagens mentais construídas pela aluna não permitia que fossem compreendidos os diferentes tipos de triângulos apresentados e existentes.

A utilização do material didático foi fundamental para que ampliasse sua percepção sobre os diferentes tipos de triângulos, indo além do triângulo retângulo. Inicialmente, ela reconhecia os triângulos apenas como figuras com "pontinhas" e com um ângulo reto, mas o uso de diferentes triângulos permitiu que ela revisasse conceitos anteriormente estudados e esquecidos, como o fato dos triângulos serem figuras geométricas com três lados e três ângulos. O material neste caso serviu para recuperar ideias já estudadas pela aluna, como forma de direcionamento e apresentação de diferentes tipos de triângulos.

Estrela: *Todos esses são triângulos!*

Pesquisador: *Por que todas essas figuras são triângulos?*

Estrela: *Porque eles têm três lados e três ângulos. Esse lado aqui ó, é diferente desse.* [Indicando um dos catetos e a hipotenusa].

Para reconhecimento dos diferentes tipos de triângulos, a aluna utilizou o seguinte modo: posicionava cada um dos triângulos disponíveis de forma perpendicular sobre a mesa e observava qual se formava um ângulo de 90º do lado do triângulo e a superfície da mesa. Os triângulos retângulos eram facilmente identificados através desse método. Esse processo, era aplicado pela aluna para cada um dos triângulos disponíveis, notando se essa característica era ou não aplicável a cada um dos ali presentes. A aluna observou que esse fato não ocorria para os demais triângulos.

Esse modo empregado pela aluna, só permitia que ela reconhecesse uma das diferenças presentes neles, que era a presença ou não de ângulos retos. Para a diferenciação dos demais triângulos, orientamos que fosse feita a sobreposição das figuras e a comparação duas a duas. Isso possibilitou que ela identificasse ângulos maiores e menores que o ângulo de 90º, além dos diferentes tamanhos de lados.

Figura 13 - Método utilizado pela aluna para identificar se um triângulo era retângulo.

Fonte: Autor.

Perguntei à Estrela se ela lembrava o que eram catetos e a hipotenusa. Ela disse que não se lembrava muito bem, mas que já ouviu falar sobre esses elementos. Que não lembrava a ordem em que apareciam, mas que achava que tinha alguma relação com os triângulos. Inicialmente utilizamos um dos triângulos retângulos entregues à aluna e identificamos cada um desses elementos. A estratégia consistia em utilizar o modo anterior feito pela aluna, colocando o triângulo retângulo perpendicularmente sobre a mesa, e por meio dessa técnica, identificar os elementos. Após a identificação, utilizei a Figura 14 abaixo para auxiliá-la nesse sentido. Embora os ângulos não estivessem explicitamente representados no material, as presenças dos catetos e da hipotenusa no material facilitou a identificação.

Figura 14 - Representação de um triângulo retângulo e de seus elementos.

Fonte: Autor.

Assim que a aluna manipulou o material, ela expressou uma reação que não foi possível de ser registrada via vídeo, pois o celular estava sendo utilizado para registrar os áudios desta aplicação, mas lembro-me exatamente de sua feição assim que tateou o material. Esse registro foi demarcado e chamado atenção no meu diário de campo construído após a aplicação. Ela sorriu e expressou um certo alívio por reconhecer o que era dito via voz até aquele momento acerca dos elementos do triângulo, o sorriso veio somente após a manipulação deste outro material e com os indicativos em braille.

Estrela: *Que legal! Aqui tem braille. Isso facilita pra mim!*

Neste exato momento, a aluna começa a se abrir mais, demonstrando interesse em me conhecer mais sobre o meu conhecimento relacionado ao Sistema Braille.

Estrela: *Onde você aprendeu braille?*
Pesquisador: *Sozinho! Minha professora pediu que eu aprendesse, sendo assim, tratei de comprar uma prancha, um reglete e uma punção e fui ousando a escrever.*
Estrela: *Nossa! É bem difícil. Ainda bem que você conseguiu aprender sozinho.*
Pesquisador: *E o que está escrito aqui em braille tá certo? Você pode me dizer, pois ainda estou aprendendo.*
Estrela: *Tá sim! Não precisa se preocupar não!* [Indicando o que cada palavra correspondia].

Reconhecemos cada um desses elementos presentes no material utilizando a Figura 14. A aluna pôde perceber com esse reconhecimento que a hipotenusa está sempre oposta ao ângulo de 90° e referia-se ao maior dos lados do triângulo retângulo. Ainda, que cada cateto se referia aos outros lados do triângulo retângulo que eram menores que a hipotenusa. Ela disse que para trabalhar com o triângulo retângulo, ela sempre utilizava o geoplano e que essa era a primeira vez que tinha os triângulos não estáticos para manusear. Como estávamos utilizando o esquema da Figura 14, tratei de abordar o reconhecimento das razões trigonométricas no triângulo retângulo. Fomos identificando cada razão, uma vez que a aluna não lembrava direito das relações existentes. Observamos aqui que um recurso ou material fazia-se necessário, assim como observado na questão dos triângulos expressa acima como uma forma de orientação para além do apelo da voz.

Estrela: *Seno é o cateto adjacente sobre a hipotenusa. Não é?*

Pesquisador: *Esse seria o cosseno.*

Estrela: *Então, é o outro cateto. Errei! Sempre me confundo qual é!*

Após identificar as razões existentes do triângulo retângulo, utilizamos esse mesmo recurso (Figura 14) para trabalhar os ângulos notáveis dos triângulos. Ela inicialmente indagou sobre o que eram ângulos notáveis, pois nunca havia estudado ou não se lembrava de ter escutado esse nome antes. Respondi que eram ângulos que apareciam com mais frequência nos esquemas, nos exercícios ou provas, por exemplo. Se ela se lembrava dos ângulos que eram mais utilizados e observados nos exercícios. Sendo assim, ela indicou logo de cara, que os ângulos mais utilizados eram os de 30°, 45°, 60° e 90º. Perguntei em que figura ela mais observava esses ângulos indicados e a resposta foi:

Estrela: *Nos triângulos! Uma ponta tem 45° e a outra tem 45°. Às vezes, uma ponta tem 30° e a outra tem 60°. Esse aqui ó* [indicando para o outro outro vértice] *tem 90°.*

Foi possível perceber que a aluna conhecia os triângulos, mas que foi necessário recuperar essas informações para que fosse possível obtermos as respostas para as nossas perguntas. A utilização de perguntas de intervenção, acrescida dos recursos, foi uma importante função de favorecer esses resgates de conteúdos prévios de conhecimento por parte da aluna. Essas intervenções permitiam que a aluna pudesse estabelecer relações e identificar conexões sobre os conteúdos revisitados, caracterizando uma aprendizagem significativa nesse processo.

> É importante reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não literal e não arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva (Moreira, 2012, p. 2).

Para Moreira (2012, p.2), uma aprendizagem significativa se constitui quando ideias expressas simbolicamente interagem com aquilo que o aprendiz já sabe ou conhece. Essa interação não ocorre com qualquer ideia já conhecida, mas sim, com algum conhecimento especificamente existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende. Portanto, os recursos e as intervenções, por meio de perguntas, foram de fundamental importância para, além de tornar essa aprendizagem significativa, permitir que fossem recuperadas ideias prévias por parte da aluna e que conversasse com as ideias novas observadas durante os encontros.

6.3 Reconhecendo a circunferência e seus elementos

Para esse dia, continuei de onde havia parado no último encontro. Perguntei à aluna se ela lembrava o que era uma circunferência. A aluna respondeu que não! Questionei se ela lembrava de ter escutado sobre nome em algum momento de sua vida? Ela disse que sim, pois havia começado a estudar a trigonometria presente na circunferência. A aluna sabia do que se tratava de modo geral, pois já havia ouvido aquele nome antes, talvez em sua aula anterior, mas não sabia caracterizá-la.

Utilizamos o recurso a seguir (Figura 15) para identificar e definir o que seria uma circunferência. Após a exploração e rotação do barbante, a aluna pôde perceber que se refere a reunião de pontos que estão situados a uma mesma distância de um centro fixo e que essa distância correspondia ao raio da circunferência. Foi observado que o valor permanecia constante através da seguinte técnica utilizada pela aluna utilizando os comprimentos de seus dedos no material disponibilizado. Com isso, ela conseguiu identificar o comprimento do raio, assim como que esse comprimento era constante, ou seja, se preservava. Como observado abaixo:

> **Estrela:** *Aqui tem cinco dedos! Aqui também! Desse outro lado também!* [colocando as mãos sobre o centro e a extremidade].
> **Estrela:** *A medida daqui* [centro] *até aqui* [extremidade da circunferência] *é igual a cinco dedos da minha mão.*
> **Pesquisador:** *Isso! A distância de qualquer ponto da extremidade da circunferência ao centro é sempre constante. Isso pode ser observado com os seus dedos ou rotacionando o barbante.*

Percebemos, por meio do relato descrito acima, que a aluna explorou o material, adotando o dedo como unidade de medida para descrever o comprimento do raio. Isso nos indicou que, a partir das ações realizadas sobre o material, houve um reconhecimento do funcionamento do mesmo e a criação de imagens mentais que lhe permitissem identificar certas propriedades envolvidas.

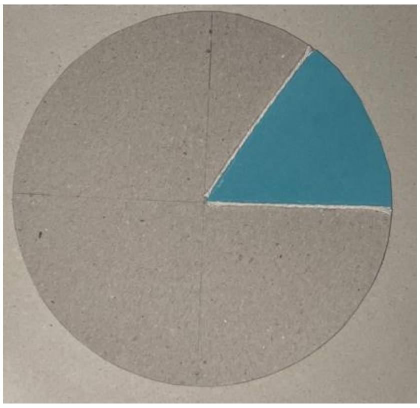
Figura 15 - Representação de uma circunferência a partir de um contorno em cola quente.

Fonte: Autor.

Essa experiência prática não apenas reforçou o conceito teórico, mas também permitiu que ela identificasse e explorasse de forma tátil que o raio da circunferência permanece constante independente do ponto da circunferência que tomarmos para medir sua distância ao centro.

Ainda trabalhando com a circunferência, perguntei à aluna se ela se lembrava o que era o radiano? Ela respondeu que não lembrava! Utilizamos o material representado pela Figura 15 para identificar o radiano. Radiano foi determinado como a medida do ângulo central que determina na circunferência um arco cujo comprimento é igual ao raio. Utilizamos um barbante para medirmos o comprimento do raio e sobrepusemos esse comprimento na extremidade do arco de circunferência representado na Figura 16 a seguir. O uso de E.V.A e de barbantes foi necessário para auxiliá-la quanto à identificação e delimitação da região a ser explorada. O recurso foi importante para ajudá-la a entender o radiano, bem como compreendê-lo de modo experimental, muito mais do que apenas ouvindo uma definição específica.

Figura 16 - Representação de um setor circular.



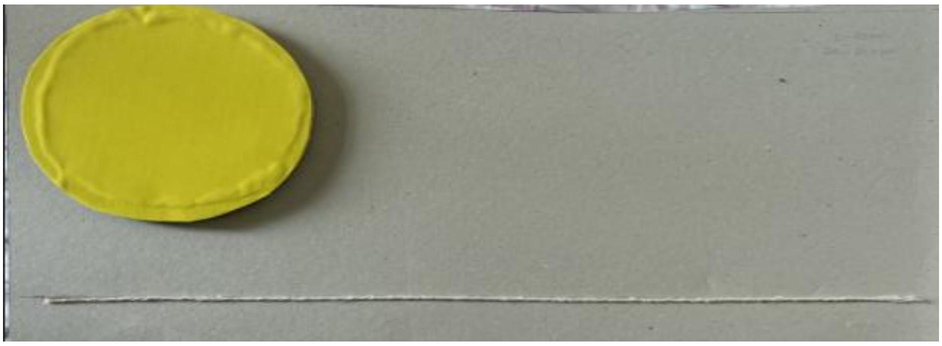
Fonte: Autor.

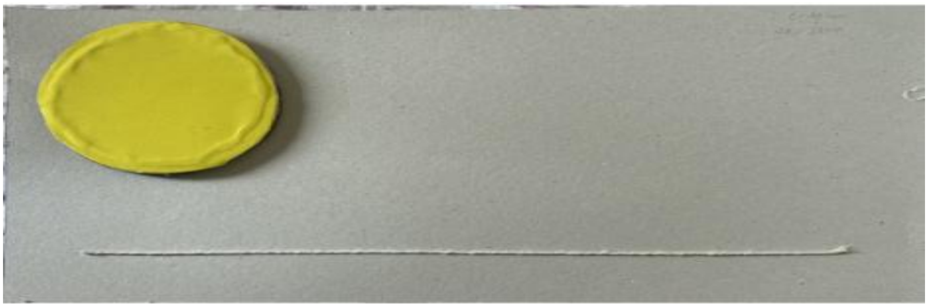
Utilizamos essa ideia de contornar o comprimento da circunferência para identificar e trabalhar a ideia do radiano e não menos importante para identificar quantas vezes o raio caberia nesse comprimento de arco. Foi identificado por meio dessa ideia que o raio cabe no comprimento da circunferência em questão, seis vezes inteiras, mas ainda faltava uma parte.

Fizemos isso em diferentes representações, como indicado na Figura 17 a seguir, para que a aluna pudesse observar que o raio não cabe uma quantidade inteira de vezes neste comprimento. Além disso, utilizamos esse mesmo esquema para determinarmos uma aproximação para o número racional π (pí), utilizando a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro. A partir disso, identificamos a fórmula do comprimento da circunferência. Com essa fórmula, foi possível constatar que o raio só caberia uma quantidade inteira de vezes no comprimento da circunferência, se essa razão resultasse em um número inteiro 3, o que não ocorre.

> **Estrela:** *Essa razão é igual a aproximadamente 3,14. Isso aí, eu vi em uma das minhas aulas daqui do NAPNE. Não entendia o porquê disso, mas agora sei. Achei que fosse um número escolhido para as circunferências.*

Figura 17 - Representações de círculos com diferentes raios.





Fonte: Autor.

Podemos observar de modo inicial que os recursos utilizados nesse primeiro momento funcionaram para recuperar ideias anteriormente vistas e para sustentar explicações de explanações de determinados assuntos tratados ou revisitados durante os encontros. Cerqueira e Ferreira (1996) reconhecerem a necessidade e importância ligada aos recursos para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Segundo esses autores (Ibid., 1996, p. 1), “recursos físicos (...) auxiliam o educando a realizar sua aprendizagem mais eficiente, pois facilita, incentiva ou possibilita o processo de ensino-aprendizagem”.

Além disso, reconhecem que o uso de materiais no processo de ensino e aprendizagem compreende um importante forma para fazer com que o aluno assimile o conteúdo trabalhado, uma vez que com este uso se permite suprir as lacunas na aquisição de informações existentes (Ibid., 1996, p.1). Acrescento que para além da aquisição de novas informações, agindo sobre o recurso, o aluno envolve-se em uma situação de aprendizagem que lhe possibilita resgatar os conteúdos anteriormente observados além da construção de novos. Isso dependerá do direcionamento feito por parte do professor ou agente mediador dessa ação pedagógica. Essa ideia foi explicitada por Leite e Pacini (1989) ao descreverem que agindo, o indivíduo assimila novos conceitos e adquire novas habilidades, refaz conceitos anteriormente adquiridos e estruturas mentais (...). Isso foi observado nos nossos encontros, as estratégias utilizadas foram descritas de modo que fosse possível identificar o conhecimento novo adquirido ou relembrado.

6.4 Utilizando o Multiplano com a aluna Estrela

Para esta aplicação, o encontro se deu em sala de aula com demais alunos, diferente do objetivado para esse trabalho inicialmente. Esse encontro ocorreu como uma exceção para justamente darmos prosseguimento à pesquisa nesse pouco tempo que tínhamos antes do recesso de final de ano e exame de qualificação. Isso aconteceu, pois dois dos encontros planejados não foram possíveis termos, primeiro em virtude dos feriados que haviam acontecido, impedindo o atendimento, e segundo motivado por questões pessoais de saúde da aluna entrevistada. Este encontro ocorreu em sala de aula, na parte da manhã. Na turma, além da aluna, havia cerca de 30 alunos. A aluna sentava-se à frente, próximo ao quadro e ao professor. O lado bom dessa mudança de espaço foi que a aluna pôde perceber que os conteúdos abordados em aula eram os mesmos tratados em nossos encontros. Essa aula foi interessante, pois a aluna mais de uma vez levantou essa questão. Vale mencionar que a turma se mostrou interessada em descobrir mais sobre o recurso que utilizei com Estrela. Isso também foi percebido durante o meu trabalho anterior (Soares, 2021), pois os alunos acreditavam na ocasião que aquele material possuía algo que permitisse compreender mais o que estava sendo levantado em aula pelo professor.

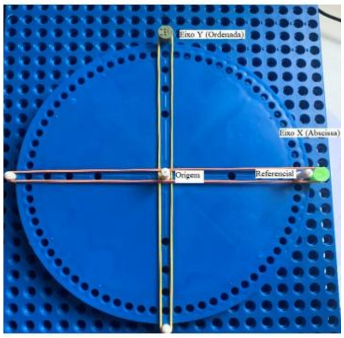
Estrela: *O professor está falando disso agora!*
Pesquisador: *Sim, a matéria é a mesma. O professor está fazendo uma revisão da matéria da prova que ocorrerá na semana que vem. Tratamos dos mesmos conteúdos, apenas modificando-se quanto ao uso dos recursos.*
Estrela: *Que legal! Achei que fosse diferente!*

Iniciamos este encontro apresentando o plano cartesiano por meio do material Multiplano. Foi construído um par de eixos cartesianos com o Multiplano com 4 pinos de cabeça redonda, um pino de cabeça plana, dois elásticos e dois pinos com os indicativos dos eixos X e Y. Utilizamos este esquema para que a aluna pudesse explorá-lo e compreender seu funcionamento. Para cada ponto indicado, a aluna informava sua posição por meio do recurso. Um exemplo utilizado foi o ponto de coordenadas *(2,4)*. A aluna colocava os dois dedos indicadores sobre a origem dos eixos (pino de cabeça plana). Deslizava um de seus dedos para a direita sobre o eixo OX, dois furos e para cima sobre o eixo OY, quatro furos. Feito isso, a aluna percorria com os dedos indicadores os furos do primeiro quadrante pertencentes àquele conjunto de furos presentes em *(2, y)* e *(x, 4)* de modo que os dedos indicadores de ambas as mãos se encontrassem. Quando eles se encontravam, ela dizia que aquele era o ponto que queríamos e colocávamos nele um pino de cabeça redonda. Fomos fazendo dessa forma para que a aluna fosse localizando os pontos no plano cartesiano.

Com essa ideia de localização feita anteriormente, apresentei a circunferência trigonométrica, sendo possível fazer uma analogia com o que havíamos realizado para o plano cartesiano. Para isso, utilizamos o círculo do material, assim como a placa retangular e construímos, sobre eles, um par de eixos cartesianos. Da mesma forma que foi realizada a construção dos eixos para o plano, mas agora sobre o círculo. Reconhecemos os elementos que fazem parte dessa construção, a origem (pino de cabeça plana), os eixos OX e OY e o pino referencial (Figura 18). Perguntei à aluna o que ela percebia de diferença entre o esquema anterior construído e este apresentado agora. Logo de cara, a aluna respondeu que a questão dos “furos”, pois quando se acrescenta o círculo, o universo de “furos” para encaixe de pinos torna-se menor. Respondi à aluna, que diferente do esquema anterior, neste caso, só poderíamos demarcar os pontos a partir da borda deste círculo. Dessa forma, a ideia seria um ponto diferente da abordada anteriormente. Com isso, utilizei o material a seguir (Figura 19) para ilustrar o que havíamos feito no multiplano até agora.

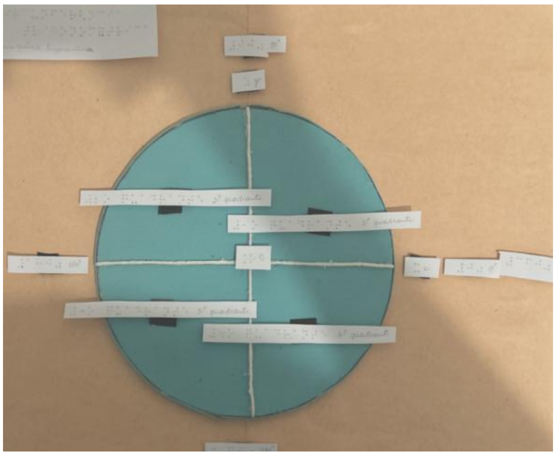
Ao contrário da placa retangular presente no material Multiplano utilizada para representar o plano cartesiano, na placa circular não é possível mover-se sobre ela para a direita, esquerda, cima ou baixo, por toda a sua extensão, a não ser nos eixos, dado que não há “furos” em toda a sua superfície. Portanto, deslocamo-nos ao longo dos "furos" situados na extremidade do material.

Figura 18 - Representação da circunferência trigonometria a partir de um círculo e de um par de eixos cartesianos.



Fonte: Autor.

Figura 19 - Representação de uma circunferência trigonometria a partir de um círculo, alguns ângulos em graus e quadrantes.



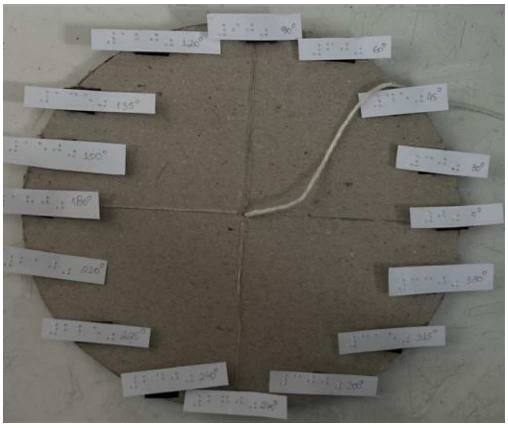
Fonte: Autor.

Com o esquema da Figura 19, a aluna pôde perceber o que havíamos construído no Multiplano e informado. Contudo, nesta construção, o uso do braille no material facilitou a construção das suas ideias. Uma coisa é você ouvir e identificar os elementos. Outra coisa muito diferente, é você ouvir, e ainda ter um suporte de um esquema com esses indicativos já identificados. Com esse recurso, a aluna conseguiu compreender os quadrantes, os eixos, o ponto referencial e a origem, todos estes sinalizados no esquema construído.

Voltamos ao esquema da Figura 18, com ele espalhei alguns pinos sobre o círculo e com alguns elásticos pude ligar esses pinos demarcados ao centro do círculo. Com isso, é possível que a aluna identifique o arco e o ângulo central associado a ele. Utilizamos para medir esses arcos a quantidade de “furos” que foi percorrida do ponto referencial demarcado no eixo OX até outro ponto demarcado nos quadrantes do círculo caminhando no sentido anti-horário. Assim sendo, foi possível perceber que quando andamos uma quantidade de pontos na circunferência, esse comprimento está estritamente relacionado a um ângulo central. Cada vez que percorremos a circunferência, além de aumentarmos o comprimento do arco, aumentamos o ângulo central correspondente.

Com essa relação entre ângulo central e arco observada, utilizei o esquema representado pela Figura 20. A figura consiste em um círculo feito de papel paraná, com um barbante fixado ao centro deste círculo. Há demarcado os eixos deste círculo, assim como os ângulos notáveis e seus simétricos. A partir dele, foi possível identificar os ângulos centrais e verificar que à medida que o comprimento da circunferência era percorrido, os arcos se tornavam maiores conforme aumentamos o ângulo central. O uso do barbante fixado ao centro permitiu que fossem realizados os giros nos sentidos anti-horário e horário. A cada rotação anti-horária a partir do ponto inicial (0º), foram observados os arcos e seus respectivos ângulos centrais associados a cada um deles. A exploração dos ângulos em braille, por mais que fossem fixados por velcro e presente em toda a extremidade da figura, não ofereceu obstáculo para o seu reconhecimento.

Figura 20 - Representação de um círculo e dos ângulos centrais em graus representados em Braille.



Fonte: Autor.

Para a identificação dos ângulos centrais a partir do comprimento do arco associado, utilizamos a proporcionalidade entre a quantidade de "furos" e a medida do ângulo, no Multiplano. A aluna identificou que para cada "furo" que colocássemos um pino, a partir do ponto referencial, resultaria em um arco e que cada arco encontrado estaria relacionado a um ângulo central. Utilizamos pinos, elásticos e barbantes tanto para delimitar o arco, quanto para identificar o respetivo ângulo central ao qual esse arco se relacionava.

Como tínhamos identificado que um giro correspondia a andar 360º, logo, poderíamos obter uma relação entre este valor e os "furos" do esquema. Logo, dividindo este valor por 4, corresponderia ao valor de cada quadrante (90º). Pedi para que a aluna contasse a quantidade de furos presentes entre 0º e 90º. Prontamente ela respondeu como tendo 18 furos. Se quiséssemos saber uma relação entre os ângulos internos e os furos, precisaríamos identificar essa relação. Sabe-se inicialmente que para cada "furo" que colocarmos um pino, a partir do ponto referencial, resultará em um arco e que cada arco encontrado estará relacionado a um ângulo central, assim como, que uma volta completa na circunferência corresponde a um ângulo central de 360º.

Deste modo, pedimos inicialmente que a aluna dividisse 360º por 4. Desta forma, ela encontraria a medida do ângulo central formado pelos eixos correspondentes a cada quadrante. Em seguida, solicitamos que a aluna dividisse 90º por 3, já que o ângulo de 90º corresponde a três vezes o de 30º. Isso acontece uma vez que com três grupos de 30º, obtemos o valor de 90º. Portanto, se quisermos encontrar uma relação entre este ângulo e os furos, precisamos dividir o total de furos pelo mesmo valor obtido nesta divisão. Assim, determinamos que quando queremos percorrer um ângulo central de 30º, precisaríamos dividir a quantidade de furos por 3. A resposta foi 6 furos quando solicitado que a aluna contasse a quantidade de furos existente entre o 0º e o 90º. Identificamos que a cada quantidade x de furos percorridos, observamos um ângulo interno correspondente por meio desta relação.

Podemos utilizar esta mesma estratégia para descobrir a quantidade de furos correspondentes ao ângulo de 60º, multiplicando por 2 a quantidade de furos descoberta para 30º, e encontramos 12 furos. Já para 45º, basta dividir por 2 o resultado obtido para 90º e encontramos 9 furos.

É importante observarmos que em cada ângulo central que for obtido através desta relação entre este ângulo e o furo, seja acrescentado um pino para melhor identificação, para que seja possível determinar outros e estabelecer relações/padrões. Com essa ideia desenvolvida, a aluna conseguiu com o auxílio do material multiplano identificar todos os ângulos notáveis e seus simétricos em uma volta. A cada quadrante, como a quantidade de furos é sempre constante, tudo o que for feito no primeiro quadrante, poderia ser estendido para os demais. Para encontrar o ângulo de 120º, precisaríamos proceder da mesma forma que indicado anteriormente: a partir do pino que corresponde ao ângulo de 90º, precisaríamos andar 18 furos acrescentado mais 6 furos, portanto, 24 furos no total.

Após esse primeiro momento de associação entre furos, ângulo central e entendermos o comportamento da representação construída, partimos para estabelecer uma correspondência entre este esquema e os triângulos. Poderíamos percorrer esse objeto indicando os valores em graus, mas que poderíamos estabelecer outra relação que nos permitisse identificar a localização de cada pino desejado relacionada a estes valores. A aluna comentou que sempre que utilizamos ângulo, trabalhamos com as razões trigonométricas seno e cosseno. Perguntei, porque ela disse isso. Ela respondeu que nunca havia trabalhado apenas com ângulos, sem estarem associados a algo. Que ela acredita que deva existir alguma relação entre os ângulos e o seno e o cosseno aqui também.

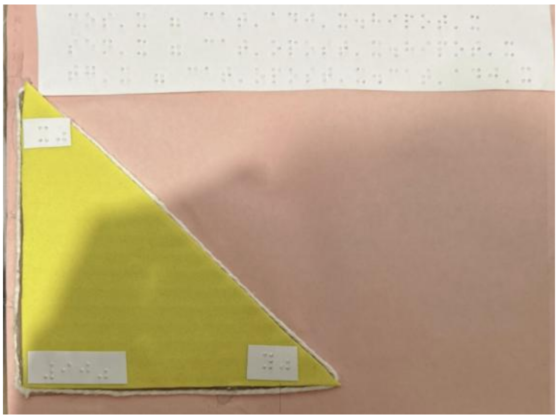
> **Estrela:** *Nossa! Vamos trabalhar apenas com ângulos? Não me lembro de trabalhar apenas com ângulos assim. No primeiro jeito* [com o plano cartesiano] *era mais fácil identificar a localização. Como sei onde estou apenas com ângulos?*

Pesquisador: *Por que acha que falta algo para facilitar esta localização?*

Estrela: *Porque nos triângulos a gente utiliza seno e cosseno. Aqui não tem isso não? Acho que não, né? Aqui não tem triângulo.*

Vale ressaltar que no começo deste encontro, além de trabalhar com a localização de pontos do plano cartesiano, trabalhamos com o reconhecimento das razões trigonométricas nos triângulos retângulos. Acredito que por conta disso, ela tenha associado a ideia dos ângulos com seno e cosseno, pois dificilmente seria feita essa conexão sem essa revisão anterior. A Figura 21 a seguir, foi utilizada para definirmos as razões trigonométricas no triângulo retângulo. A representação consiste em um triângulo retângulo em alto relevo, com os seus ângulos indicados em braille, bem como, as razões trigonométricas transcritas em braille. Trabalhamos com essa identificação justamente pela necessidade de precisarmos utilizar desse conhecimento para o desenvolvimento junto a circunferência trigonométrica. O recurso em paralelo com as razões trigonométricas presentes no material funcionou como resgate das ideias anteriores observados pela aluna quando foi feita a revisão da trigonometria do nono ano. A aluna mencionou que essa atividade a ajudou a compreender as relações e as razões de maneira conjunta nesse processo, pois antes, enquanto teve a revisão, não havia o braille presente no material para indicar as razões, mas sim, apenas a figura de um triângulo retângulo fixa no material Multiplano onde eram indicadas as razões via oral.

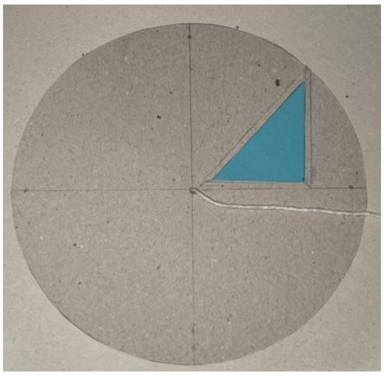
Figura 21 - Representação de um triângulo retângulo, seus respectivos ângulos internos e suas razões trigonométricas.



Fonte: Autor.

Isso foi um ensejo para seguirmos da forma descrita a seguir. Utilizando o esquema da Figura 18, foi possível construir um triângulo retângulo no primeiro quadrante, utilizando a medida da hipotenusa como raio e um dos vértices do triângulo como o centro deste círculo, como indicado na Figura 22 a seguir.

Figura 22 - Representação da circunferência, a partir de um círculo em papel paraná com um triângulo retângulo no primeiro quadrante e um barbante preso ao centro.



Fonte: Autor.

Para esta construção com o Multiplano, um dos vértices do triângulo se encontrava localizado sobre a origem do círculo, o outro, em um dos furos na borda do círculo, no primeiro quadrante, e o terceiro, sobre o eixo OX. A esse triângulo de hipotenusa 1 identificamos cada cateto em função das razões trigonométricas seno e cosseno. Dessa forma, obtivemos que:

- $x = \cos \theta^{o}$;
- $y = \text{sen}\ \theta^{o}$.

Com essa informação, atribuímos aos valores representados pelo eixo OX e OY como sendo funções trigonométricas apresentadas acima, pois estas são correspondentes a um raio de 1 unidade. Pode-se compreender essa ideia para uma hipotenusa de raio R qualquer, com isso, nossas funções acima representadas serão acrescidas de um R, a depender do raio tomado. Dessa forma, foi possível compreender que assim como no plano cartesiano, para determinarmos um ponto percorrido no arco de circunferência, deveríamos observar os valores de seno e do cosseno de um ângulo central conhecido. A este ponto representamos por $P = (\cos \theta^{o}; \text{sen}\ \theta^{o})$.

Perguntei à aluna se ela gostava mais de utilizar os recursos que desenvolvi ou o Multiplano. Estrela respondeu que os recursos desenvolvidos eram melhores, pois possibilitam observar mais a fundo as ideias que eram propostas durante aqueles encontros. Além disso, ela acrescentou que possuíam braille e diferentes texturas, e isso facilitava na construção das ideias. Vale ressaltar que o Multiplano tem uma versão que dispõe do braille, porém em apenas algumas peças, não em todos os componentes utilizados. Segundo ela, com o Multiplano, tudo o que era feito era com o mesmo elástico, ou seja, mesma textura, com isso, não permitia perceber o esquema construído como um todo. Essas questões referentes às diferentes texturas e à ausência de mais elementos em braille foram obstáculos que presenciei durante o relato de minha monografia (Soares, 2021) quando utilizado o material Multiplano. Aqui para esta aluna, foi observado esse obstáculo, semelhante ao percebido no trabalho anterior. O material por mais que pareça formidável e facilitador em alguns aspectos, ainda assim, necessita de um cuidado maior em sua utilização. Isso foi percebido e relatado pela aluna de acordo com o fragmento abaixo:

> **Estrela:** *Esses materiais são melhores. Consigo observar mais coisas do que com o Multiplano.*
> **Pesquisador:** *Por que o Multiplano não seria melhor?*
> **Estrela:** *É tudo muito parecido! Às vezes, eu me perco, pois é tudo muito igual.* [referindo-se às texturas dos elásticos inclusos no material].

Podemos perceber com esse relato, que os recursos desenvolvidos auxiliavam a aluna mais na condução das ideias observadas, pois permitiam maior cuidado no tratamento das informações que eram apresentadas. Santos (2022, p. 48) reconhece essa importância quanto ao uso dos materiais apropriados para atender aos alunos com deficiência visual. Segundo este autor, conteúdos com forte apelo visual precisam estimular experiências multissensoriais ao aluno cego, seja por meio de diferentes texturas, do alto relevo e sons. Dessa forma, observa-se o quanto é importante ouvir, estar atento às observações e às inquietações levantadas pelos alunos, pois se não tivesse feito esta pergunta, talvez, a aluna não comentasse a respeito. Esta pergunta não fazia parte de nosso repertório prévio de questões a serem levantadas com os alunos.

Mostrei à aluna que é possível percebermos na circunferência trigonométrica algumas relações entre os pontos demarcados. Solicitei que colocasse os dois dedos indicadores sobre a origem dos eixos. Feito isso, pedi que percorresse o eixo OX de modo que identificasse, através dos “furos” presentes neste eixo, uma relação entre os pinos de 0º e 180º. Ela informou que entre os dois pinos que representam 0º e 180º, respectivamente, havia a mesma quantidade de “furos”. Dessa forma, pude informá-la que estes valores possuíam esta característica, pois ambos eram simétricos em relação ao eixo OY e que existiam mais simetrias possíveis para além da analisada. A aluna ficou manipulando a construção tentando identificar outras. Utilizei mais perguntas investigativas para essa situação. Perguntei à aluna se poderíamos observar esta mesma relação no eixo OY, ainda não analisado. A resposta foi que sim! Dessa forma, identificamos outra simetria nesta construção. A resposta da aluna foi a seguinte:

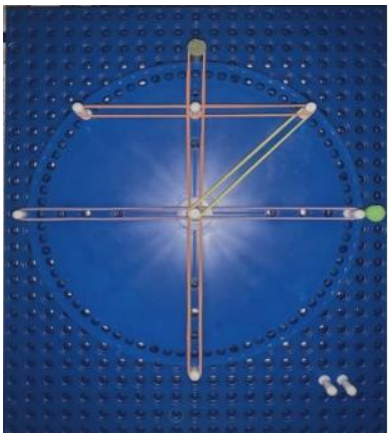
> **Estrela:** *Sim! Aqui, a quantidade de furos para cima e para baixo são iguais também.*
> **Pesquisador:** *Esses pontos também são simétricos em relação ao eixo OX. Quando percorremos para cima ou para baixo, a partir da origem, observamos que estes pontos descrevem os mesmos valores em módulo. As distâncias percorridas são iguais.*

Depois, de tratar das simetrias observadas em relação aos pinos demarcados sobre os eixos, apresentei essa ideia para outros pontos presentes na circunferência trigonométrica. Para este encontro, como havíamos apresentado muitos conceitos à aluna, tratei apenas de desenvolver o máximo possível acerca da simetria de reflexão em relação ao eixo OY. Foi importante observar que uma vez que a aluna compreendeu a ideia de relacionar “furos” aos ângulos centrais, utilizando proporcionalidade, isso foi aplicado na construção desta simetria.

Utilizei o esquema construído (Figura 18) solicitando que a aluna escolhesse um ponto no primeiro quadrante para ser colocado um pino. Ela escolheu o ponto em que a quantidade de furos se relacionava ao ângulo central de 30º. Utilizei um elástico para demarcar esse ângulo no primeiro quadrante. Pedi para que ela manipulasse esse esquema construído. Informei à aluna que poderíamos identificar uma relação entre os pinos do primeiro e segundo quadrante. Pedi para que ela, partindo do pino que demarcava o ângulo de 180º, percorresse a mesma quantidade de furos que ela andou no primeiro quadrante, mas aqui no segundo quadrante e no sentido horário. A coluna percorreu seis furos, no segundo quadrante a partir do pino que demarcava o ângulo de 180º. Utilizamos um pino para demarcar esse furo e com um elástico preso ao furo e a origem, marquei esse ângulo.

Informei à aluna que poderíamos fazer a mesma correspondência entre os pontos do primeiro e segundo quadrante, pois havíamos percorrido arcos simétricos de mesmo comprimento em ambas as extremidades a partir do eixo OX. Que poderíamos fazer essa correspondência entre esses pontos, pois estávamos observando a partir de uma simetria de reflexão sobre o eixo OY. Dessa forma, com outro elástico, foi feita a união destes dois pinos demarcados em cada quadrante. Essa linha orientou a aluna a identificar que os valores do primeiro e segundo quadrantes possuem uma correspondência. O pino acrescido à interseção serviu para caracterizar as projeções sobre o eixo OY. Isso permitiu que a aluna identificasse claramente como os pontos simétricos se relacionavam em ambos os quadrantes, reforçando o conceito de simetria e sua aplicação na circunferência trigonométrica, como indicado na Figura 23 a seguir:

Figura 23 - Simetria em relação ao eixo OY.



Fonte: Autor.

A aluna utilizou os dedos da mão para observar essa distância entre os pontos, uma vez que o material não apresenta furos em toda a sua extensão. Ela observou que essa distância correspondia a cinco dedos de sua mão em ambos os lados na horizontal. E que na vertical, o valor permanecia constante, sendo este, quatro dedos de sua mão abertos. Esse valor constante é referente à distância entre a reta que une esses pinos e o eixo OY. Poderíamos ter utilizado barbante para descrever estas distâncias, contudo, a aluna optou por utilizar os dedos da mão para isso. Funcionou para a aluna, mas talvez para outro aluno isso não funcionaria. Com isso, ela pôde constatar que estes valores possuíam esta característica, pois ambos eram simétricos em relação ao eixo OY, pois havíamos construído arcos simétricos no primeiro e no segundo quadrantes. A partir do diálogo a seguir observamos que a aluna identificou que para essa simetria obtínhamos uma correspondência:

> **Estrela:** *Sim! Aqui, a quantidade de furos para cima é igual, coincidem nesse pino aqui.* [indicando o pino sobre o eixo OY]. *Essa medida corresponde a quatro dedos da minha mão.*
> **Pesquisador**: *E sobre o eixo OX consegue observar alguma correspondência?*
> **Estrela:** *Não consigo não! Não tem furo aqui.*
> **Pesquisador:** *E se eu construir um triângulo no primeiro e no segundo quadrante?*

Estrela: *Ai sim! Os lados dele são iguais. Mas cada um está para o lado do eixo X.*

Pesquisador: *Como você descobriu isso?*

Estrela: *Aqui, quatro dos meus dedos representam esse lado e esse lado.* [indicando os lados do triângulo retângulo construído].

Com isso, a aluna pôde perceber que para o ângulo de 30º no primeiro quadrante, havia um simétrico correspondente a ele, no segundo quadrante, que correspondia ao ângulo de 150º. Comentei com a aluna que poderíamos analisar esses ângulos encontrados por meio das coordenadas do ponto que apresentamos anteriormente. Dessa forma, ao analisarmos estes pontos em função das razões trigonométricas seno e cosseno observados anteriormente, obtemos: sen(150º) = sen(30º) e cos(150º) = - cos (30º). Os senos desses dois ângulos são iguais, devido à distância ser constante de um ponto sobre o eixo OY demarcado e a origem (essa distância correspondia a cinco dedos da mão da aluna). Este ponto sobre o eixo OY mencionado é gerado pela projeção dos pontos do primeiro e segundo quadrante sobre este eixo, resultado direto dessa simetria de reflexão.

Para o valor dos cossenos, embora as distâncias fossem as mesmas, deveríamos levar em consideração o sinal, pois ambos os pontos estavam em lados opostos em relação ao eixo OX. A aluna utilizou os dedos da mão para compreender essas distâncias, contudo, pode-se utilizar barbantes para essa identificação. A utilização deles facilitará a identificação de valores para além dos notáveis.

A partir da construção realizada, passou-se à compreensão dos valores dos senos e cossenos de arcos nos quadrantes, incluindo a identificação do porquê há senos e cossenos de valores negativos. As tarefas que envolvem simetria com base na circunferência reforçam o conceito de orientação e localização em sistemas de representação, onde os sinais + ou – simbolizam se afastar ou se aproximar da origem, assim como, "caminhar" para a direita ou para a esquerda, para "cima" ou para "baixo". O uso de um recurso como o Multiplano, permitiu que ela explorasse a ideia de redução ao primeiro quadrante. O problema proposto foi o seguinte: dados arcos no segundo quadrante, encontre os seus respectivos pares no primeiro quadrante usando simetria em relação ao eixo vertical. A aluna percebeu que reduzir um arco para o primeiro quadrante é encontrar no primeiro quadrante um arco de mesmo comprimento ao originalmente apresentado, com razões trigonométricas de valores iguais em módulo.

Trabalhamos neste primeiro momento com os valores apenas em graus, e com os ângulos notáveis. Não apresentamos as medidas dos ângulos em radiano, por acreditar que para esse encontro já havíamos explorado muitos conceitos que precisam de tempo para a assimilação. Não queríamos perder as ideias já construídas, nem muito menos trabalhar todos os conceitos de uma única vez neste encontro, sendo assim, optei por não tratar neste primeiro momento com os valores em radianos. Trabalhei com os ângulos notáveis, muito motivado pelo recurso que utilizamos e devido à compreensão que a aluna teve em associar os “furos” aos ângulos centrais em graus. Essa ideia de operar apenas com os ângulos notáveis é um outro obstáculo que observei durante o desenvolvimento de atividades parecidas ocorridas em minha monografia. Quando observamos valores que não são notáveis, o recurso por mais que funcione, não apresenta as mesmas potencialidades, muito motivado pela ausência de um universo maior de pontos para a utilização.

Sendo assim, o próximo passo é utilizar o material manipulável confeccionado para além do Multiplano. Não tratei de utilizá-lo de modo inicial, em virtude da construção que já havia sido feita com a aluna. A aluna mais de uma vez mencionou sobre a utilização do material Multiplano. Dessa forma, optei por não trabalhar com ele nesse primeiro momento, mas futuramente utilizarei em minhas aplicações para sustentar essa ideia que defendo para o reconhecimento de outras simetrias para além dos ângulos notáveis. Na Figura 18 é possível identificar porque só podemos operar com os ângulos notáveis, uma vez que os eixos OX e OY não dispõem de um conjunto de furos para além dos determinados pelos arcos notáveis. Apenas por esse fato, o desenvolvimento de outras simetrias não se torna algo bem apropriado, pois a não demarcação de pontos sobre os eixos OX e OY quando feitas as simetrias de reflexão, torna o desenvolvimento das atividades envolvendo simetrias menos precisos. Esse foi um segundo ponto que observei desde as aplicações que resultaram na minha monografia.

Referente ao número de encontros, pode-se dizer que foi reduzido devido à presença de feriados, por questões de saúde da aluna durante a aplicação das tarefas e pelo recesso de final de ano. Contudo, em nossas análises, foi possível observar algumas respostas à nossa pergunta inicial e que apontam sobre a importância de recursos acessíveis e apropriados para este ensino. Para o próximo ano, pretendíamos retomar com as aplicações no NAPNE, aumentar o número de alunos e obter outros dados para as análises. Entretanto, pelas questões anteriormente expostas, as aplicações com a primeira estudante precisaram ser interrompidas. A grosso modo, já foi possível perceber nesse primeiro momento, mesmo que de modo breve, a relevância que esses recursos em composição com o Multiplano têm para esse estudo, bem como os impactos que proporcionam para o ensino dessa aluna, sobretudo envolvendo os conhecimentos de trigonometria.

7. Entrevistas baseadas em tarefas com o aluno Sol

Neste capítulo, serão apresentados os ajustes implementados ao longo do desenvolvimento desta pesquisa. Observações derivadas dessas aplicações, expressões potenciais e sugestões mencionadas pelo aluno em relação às atividades e aos recursos serão descritas, juntamente com as ações e modificações realizadas durante ou após as tarefas. Este estudo foi conduzido em um ambiente externo ao núcleo de acessibilidade e ao NAPNE, utilizando a sala de trabalho do aluno na universidade. A sala, que possui formato retangular, estava equipada com duas mesas grandes, cinco cadeiras, um computador, um telefone, quatro impressoras braille e caixas contendo formulário contínuo (papel utilizado nas impressoras braille). Os encontros foram realizados com o aluno trabalhando individualmente, e o processo de aplicação das atividades foi dividido ao longo de três dias, sem um tempo pré-determinado para conclusão. Essa abordagem permitiu que concluíssemos todas as atividades planejadas dentro do prazo estabelecido.

A seguir, exploraremos mais detalhadamente o perfil do aluno participante desta pesquisa. Será abordada sua trajetória acadêmica até ingressar na universidade, além de seus conhecimentos prévios em trigonometria. Em sequência, abordaremos as atividades.

7.1 Conhecendo Sol e seus conhecimentos prévios

Como mencionado anteriormente, para concluir este estudo, foi necessário ajustar nosso cenário de análise, o que incluiu a mudança de participante na pesquisa. No novo contexto, o estudo teve início com um aluno cego, matriculado no curso de engenharia em uma instituição federal de ensino superior no estado do Rio de Janeiro. Este participante, que será referido como Sol neste relato, ingressou no curso em 2018. Com 26 anos de idade, Sol é cego congênito devido à amaurose congênita de Leber (ACL), uma doença degenerativa hereditária rara que causa disfunção da retina desde uma idade precoce, conforme definido pela Retina Brasil (Porto, 2019). É essencial destacar essas informações sobre Sol para contextualizar sua participação na pesquisa e compreender como sua condição visual pode influenciar sua abordagem e percepção das atividades de trigonometria apresentadas.

No momento da entrevista, Sol estava cursando disciplinas equivalentes ao 4º período de seu curso de engenharia. Ele expressou o desejo de mudar para um curso na área da computação, mencionando que essa área tende a ter menos foco em cálculos, o que pode ser mais adequado às suas preferências e habilidades.

A trajetória educacional de Sol teve início no Instituto Benjamin Constant, onde cursou o Ensino Fundamental I e II. Nessa instituição especializada, ele foi estimulado e alfabetizado no Sistema Braille, além de ter acesso a tecnologias assistivas que facilitaram seu desenvolvimento acadêmico. O Instituto desempenhou um papel fundamental ao oferecer suporte educacional personalizado para suas necessidades específicas.

No Ensino Médio, Sol estudou em outra instituição de ensino pública que também oferecia suporte especializado através de um NAPNE (Núcleo de Apoio às Pessoas com Necessidades Específicas). Este ambiente provavelmente proporcionou a Sol recursos adicionais e assistência personalizada para garantir seu sucesso acadêmico.

Neste primeiro momento da pesquisa, além de traçarmos o perfil detalhado de Sol (conforme apresentado no Quadro 7, p. 85), introduzimos o Quadro 8 (p. 87) para documentar seus conhecimentos prévios em trigonometria durante a primeira sessão de entrevista. Este quadro foi projetado para registrar e analisar como os conhecimentos prévios de Sol influenciam sua compreensão e habilidades na área de trigonometria, antes de qualquer intervenção ou atividade específica ser realizada.

Sol, que está atualmente cursando disciplinas correspondentes ao 4º período de seu curso de engenharia, demonstra interesse em mudar para um curso na área da computação, motivado pela menor ênfase em cálculos nessa área específica. Sua educação inicial teve início no Instituto Benjamin Constant, onde foi estimulado e alfabetizado no Sistema Braille, além de ter acesso a tecnologias assistivas. Posteriormente, durante o Ensino Médio em uma instituição pública com suporte do NAPNE, Sol continuou a receber o suporte necessário para suas necessidades educacionais.

O Quadro 10 será essencial para documentar as impressões de Sol sobre trigonometria, ajudando-nos a entender como suas experiências educacionais e sua condição visual podem moldar a abordagem e a compreensão desse conteúdo fundamental.

Quadro 10 - Perguntas acrescidas à entrevista de Sol.

1) Você se lembra do ensino de trigonometria na Educação Básica?   2) Quais recursos foram utilizados para o ensino desse conteúdo?

3) Em que ano você entrou na universidade?
4) Quais disciplinas da universidade você já cursou até o momento?
5) Você se lembra do ensino de trigonometria no Ensino Superior? Quais recursos foram utilizados nesta fase de ensino?
6) Você teve dificuldade com a trigonometria desenvolvida na universidade?
7) Como foi a acessibilidade proporcionada pelos professores durante essas disciplinas que envolviam a trigonometria?
8) Você acredita que saber trigonometria o ajudaria a compreender melhor as disciplinas que utilizam desse tópico de conhecimento?

Fonte: Autor.

Através das perguntas detalhadas do Quadro 7 (p. 85), pudemos observar os hábitos de estudo de Sol durante seu Ensino Básico, assim como o formato de suas avaliações. Sol compartilhou que durante o Ensino Médio não estudava em casa devido à falta de materiais disponíveis, e suas avaliações eram realizadas de maneira contínua durante os atendimentos no Núcleo de Apoio às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE). Ele também destacou os recursos como sendo fundamentais ao longo de sua jornada acadêmica, os quais incluem o geoplano, materiais produzidos pelos professores (como tela, papel e giz), materiais desenvolvidos por meio de softwares de acessibilidade (como o Monet), e o Multiplano, este último utilizado predominantemente durante o Ensino Médio, conforme explicado por ele. Esses recursos foram mencionados por ele mais de uma vez.

Ao ser questionado sobre a disponibilidade de livros didáticos, Sol lembrou-se de tê-los recebido durante o Ensino Fundamental, porém relatou que durante o Ensino Médio a situação foi bastante diferente. Os livros eram entregues a ele por capítulos e demoravam muito para ficarem prontos, o que, segundo ele, dificultava sua compreensão dos conteúdos, pois não havia material disponível para estudo posterior e ele ficava restrito ao espaço do Núcleo.

Sol destacou a boa vontade dos professores em ajudá-lo com suas demandas, especialmente devido à demora na produção dos livros em braille. No entanto, ele também apontou os núcleos, tanto o NAPNE quanto o setor de acessibilidade da universidade, como "problemáticos". Na visão de Sol, esses núcleos são morosos para atender as necessidades dos alunos incluídos, o que evidencia desafios significativos enfrentados por estudantes com deficiência visual no acesso a materiais educacionais adequados e ao suporte necessário para uma experiência educacional inclusiva e eficaz.

As observações de Sol fornecem uma perspectiva importante sobre seu contexto educacional, destacando como esses desafios podem ter influenciado seu desenvolvimento acadêmico e sua percepção em relação aos recursos disponíveis.

Quando questionado sobre seu aprendizado em trigonometria, Sol compartilhou que teve experiências distintas ao longo de sua trajetória educacional. No Instituto Benjamin Constant (IBC), os conceitos foram abordados de maneira básica, utilizando materiais táteis e o geoplano. Ele destacou que foi no Núcleo que teve a oportunidade de estudar os tópicos mais aprofundados sobre trigonometria, o que foi fundamental para sua preparação nas disciplinas universitárias, as quais esses conteúdos são frequentemente abordados de forma mais complexa.

Durante o Ensino Médio, Sol mencionou que, para o conteúdo de trigonometria, trabalhou principalmente com o geoplano e outros materiais produzidos pelo seu professor de matemática. Embora tenha utilizado o Multiplano em menor grau, ele enfatizou a relevância de recursos adaptados para auxiliá-lo, especialmente neste tópico em específico.

Essas experiências evidenciam a importância crucial de adaptações curriculares e materiais didáticos acessíveis para estudantes com deficiência visual. Além disso, ressaltam o papel significativo dos núcleos e dos professores na facilitação do aprendizado desses alunos, garantindo que tenham acesso equitativo ao conteúdo educacional.

Sol reconheceu a defasagem em relação ao aprendizado de matemática, ao ingressar no Ensino Médio. Ele descreveu como foi difícil acompanhar alguns desses conteúdos durante essa fase, mencionando que o NAPNE teve que ajudá-lo com dúvidas que antecediam aquele ano. Apesar dos desafios enfrentados, Sol reconheceu que sua passagem por esse núcleo foi fundamental para sua trajetória acadêmica, pois proporcionou o suporte necessário para que ele pudesse alcançar o nível universitário.

No Ensino Superior, Sol já cursou uma variedade de disciplinas, incluindo Cálculo Diferencial e Integral 1, Cálculo de uma Variável 1 e 2 (equivalentes ao Cálculo 1 em seu curso de origem), Física 1, Físicas Experimentais 1, 2 e 3, além de outras disciplinas como Algoritmo e Computação, e Sistemas Digitais. Segundo ele, as disciplinas que envolvem cálculos e física frequentemente utilizam trigonometria de forma direta ou indireta. Sol reconhece que a trigonometria e geometria sempre foram desafiadoras para ele, em grande parte devido ao apelo visual predominante desses assuntos. No entanto, ele também enfatizou a importância de conhecê-las, especialmente para quem pretende seguir um curso na área de exatas. Isso fica evidenciado na passagem a seguir:

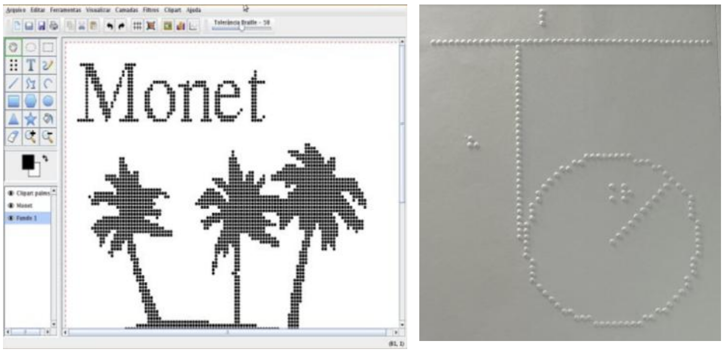
Sol: *A trigonometria é muito difícil, mas não só para mim! Meus amigos do Ensino Médio também tinham dificuldades nesse conteúdo. Acredito que seja uma dificuldade comum.*
Sol: *Saber esse conteúdo me ajudou em disciplinas daqui da universidade. Nos Cálculos que fiz e nas disciplinas de Física 1 e nas Físicas Experimentais. Sempre tinha alguma coisa envolvendo trigonometria de alguma forma.*

Ainda sobre o ensino de trigonometria, Sol destaca a importância do apoio dos professores, tanto do Ensino Básico quanto do Ensino Superior, para ajudá-lo a compreender os conceitos envolvidos. Reconhecendo especialmente a contribuição significativa de uma aluna facilitadora durante a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 na universidade. Sol compartilhou que essa facilitadora produzia materiais utilizando papel e barbante, os quais foram essenciais para auxiliá-lo no entendimento de conceitos como triângulo retângulo, cosseno, seno e tangente, entre outros.

Na universidade, Sol mencionou que não utilizou o material Multiplano, mas contou com recursos produzidos pela facilitadora e outros desenvolvidos por meio de softwares de acessibilidade, incluindo o Monet, conforme observado a seguir (Figura 24).

Essa experiência ilustra como o apoio individualizado de facilitadores e o uso de tecnologias assistivas são fundamentais para o sucesso acadêmico de Sol, proporcionando adaptações necessárias para o seu aprendizado.

Figura 24 - Interface do software Monet e a representação de um disco suspenso sobre um fio feito pelo aluno Sol.



Fonte: site Acessibilidade Brasil[10] e material produzido pelo aluno Sol.

[10] O Monet de acordo com o site http://www.acessibilidadebrasil.org.br/joomla/softwares?id=685 é "um software para desenhar gráficos em uma impressora Braille". Acesso em 07 de maio de 2024.

Após o primeiro diálogo com Sol, identificamos que ele possui algum conhecimento inicial sobre trigonometria, embora não tenha entrado em detalhes durante a entrevista inicial. A partir deste ponto, iremos explorar mais especificamente seus conhecimentos referentes aos tópicos fundamentais para compreensão da trigonometria na circunferência, através de perguntas direcionadas. O objetivo dessas perguntas é avaliar se Sol possui ou não o conhecimento necessário, e para o caso não tê-los, familiarizá-lo com o tema abordado, garantindo uma base sólida para o desenvolvimento das atividades do estudo com ele.

7.2 Iniciando tópicos que antecedem as aplicações

Nesta subseção, apresentamos a partir de entrevistas em que continuamos a investigar se Sol possuía os conhecimentos necessários para avançar nas atividades propostas. Através das perguntas realizadas, buscamos compreender melhor o entendimento dele sobre conceitos introdutórios, incluindo triângulo, plano cartesiano e circunferência, por exemplo.

Durante essa avaliação inicial, ficou evidente que Sol não tinha lembranças claras sobre os conceitos de circunferência e plano cartesiano, possivelmente devido ao tempo decorrido desde que ele estudou esses temas anteriormente. Essa abordagem não apenas nos permitiu identificar quais áreas precisavam ser revisadas ou reforçadas, mas também estabeleceu um ponto de partida para remediar as atividades subsequentes. Isso garantiu que Sol pudesse se familiarizar novamente com esses conceitos essenciais, como circunferência e plano cartesiano, antes de avançarmos para o estudo mais aprofundado da trigonometria.

Ao ser perguntado sobre o conceito de triângulo, o aluno respondeu que eram figuras que possuíam três lados e três ângulos. Contudo, ao ser entregue a ele diferentes tipos de triângulos, ele não conseguiu identificá-los os que eram iguais ou distintos entre si, como podemos verificar nas seguintes passagens:

Sol: *Triângulo são figuras com três lados e três ângulos.*

Pesquisador: *Isso mesmo!*

Entreguei diferentes triângulos para o aluno e perguntei então:

Pesquisador: *Você reconhece todas essas figuras como sendo triângulos?*

Sol: *Sim!*

Pesquisador: *Por quê?*

Sol: *Porque essas figuras possuem três lados e três ângulos.*

Pesquisador: *Ok. E esses triângulos são iguais ou diferentes?*

Sol: Acho que *são diferentes! Esse daqui é igual a esse. Eu acho!* [Sol respondeu corretamente ao manipular dois triângulos que lhe foram entregues. No entanto, mesmo acertado, Sol ainda demonstrava incerteza quanto à distinção entre os triângulos].

Pesquisador: *São?*

Sol: Não sei não!

Durante o processo de avaliação inicial, percebi que Sol enfrentou dificuldades para identificar as semelhanças e diferenças entre os triângulos apresentados. Reduzimos o número de triângulos para dois, na tentativa de simplificar o processo de comparação, porém mesmo assim o aluno não conseguiu distinguir se eram iguais ou diferentes. Isso indicou a necessidade de uma abordagem mais sistemática, incentivando Sol a examinar cada triângulo individualmente. Focamos em suas características como tamanho dos lados, tipos de ângulos (agudos, retos, obtusos), que poderiam auxiliar na diferenciação de um triângulo e outro.

Sol utilizava um método de identificação dos triângulos colocando-os sobre a mesa e apalpando um a um com as mãos espalmadas. No entanto, essa abordagem mostrou-se pouco eficaz, pois a manipulação era feita de forma aleatória. Observando esse modo de operar do aluno, sugeri que posicionasse cada figura triangular verticalmente sobre a mesa, de modo que apenas um lado estivesse apoiado nela. Dessa forma, o aluno respondeu:

Sol: *Aqui é aquele que tem o ângulo de 90º* [referindo-se ao triângulo retângulo]; *esse aqui é diferente do outro* [comparando o triângulo isósceles ao triângulo retângulo anteriormente analisado]; *Já esse outro, ele tem esse lado aqui maior e também é diferente dos outros dois que observei antes* [referindo-se ao triângulo obtusângulo].

Ao adotar o método de reconhecimento, Sol conseguiu perceber certas características dos triângulos entregues a ele, concluindo que esses objetos não eram iguais. Além de posicionar os triângulos verticalmente sobre a mesa conforme sugerido, Sol utilizou também a sobreposição das figuras para eliminar qualquer dúvida relativa à semelhança ou à diferença entre elas.

Sol: *Esses triângulos não são iguais não! Esse aqui tem um lado maior que esse!*

Pesquisador: *Como você identificou que o lado desse triângulo é maior que o desse outro?*
Sol: *Coloquei do modo que me falou, depois eu sobrepus os triângulos. Ao comparar os lados, percebi que um é maior que o outro e que eles são diferentes.*

Sem a nossa intervenção, Sol não conseguia identificar os diferentes tipos de triângulos entregues a ele, reconhecia somente que aquelas figuras eram triângulos. A mediação adequada permitiu criar um ambiente onde Sol pôde explorar os materiais táteis e receber instruções que facilitaram sua compreensão. Isso foi crucial para promover a aprendizagem ativa e a construção de significados sobre os conceitos abordados. Ao interagir com os materiais e receber orientações direcionadas, Sol teve a oportunidade não apenas de identificar as características físicas dos triângulos, mas também de resgatar e consolidar conceitos prévios que estavam menos claros para ele inicialmente. A condução mediada da prática tornou-se fundamental para promover, identificar e resgatar as ideias do aluno. A partir dos materiais e das instruções adequadas, Sol foi capaz de construir representações e significados sobre as ações realizadas, como apontam Campos (2008) e Passos (2006).

Através da mediação, Sol conseguiu construir representações mentais mais claras e precisas dos diferentes tipos de triângulos. Isso foi fundamental para sua compreensão dos conceitos geométricos e trigonométricos que serão abordados posteriormente. As experiências mediadas não apenas facilitaram a identificação dos triângulos, mas também proporcionaram ao Sol experiências de aprendizagem significativas, as quais ele pôde conectar os conceitos abstratos com as representações tangíveis dos materiais. Esses pontos destacam a importância da mediação pedagógica para adaptar o ensino às necessidades individuais de Sol, promovendo assim uma aprendizagem mais eficaz e significativa. Ao reconhecer e aplicar essas estratégias, estamos contribuindo positivamente para o desenvolvimento acadêmico e cognitivo de Sol.

Relativo aos triângulos retângulos, Sol respondeu que não lembrava de nomes como cateto e hipotenusa, apesar de tê-los estudado anteriormente. Apresentamos a ele o material (Figura 14, p. 100), que continha um triângulo retângulo e esses elementos indicados e os ângulos em braille (catetos, hipotenusa e ângulos). Solicitamos que Sol manipulasse o material e observasse os elementos presentes nele. O aluno identificou que a hipotenusa está sempre oposta ao ângulo reto e que é o maior lado do triângulo retângulo. Além disso, reconheceu os outros dois lados da figura como sendo os catetos. Após manipular o recurso, perguntamos a Sol se ele lembrava de alguma relação envolvendo esses elementos (catetos e hipotenusa), que havia estudado em algum momento da sua vida. Sol respondeu que talvez fosse "naquelas relações entre seno, cosseno e tangente, mas que não se lembrava muito bem a ordem".

Sol relata, referindo-se ao ensino de trigonometria, que o tipo de material utilizado, com a identificação dos elementos e com a representação por figuras em alto relevo, é algo novo para ele. A apresentação desse novo modo de representação mostrou-se eficaz, permitindo ao Sol fazer alusões aos triângulos que foram manipulados anteriormente.

Esse mesmo esquema permitiu-nos apresentar ângulos internos de um triângulo, bem como relembrar os ângulos notáveis e revisitar suas razões trigonométricas. Em relação aos ângulos internos, Sol reconheceu no triângulo que lhe foi apresentado (Figura 25) cada um dos ângulos e detectou como sendo não retos aqueles com medida 30º e 60º. Contudo, na Figura 26 que lhe foi apresentada, um triângulo retângulo isósceles, não conseguiu identificar o ângulo de 45º. Isso pode ter ocorrido porque ele estava mais familiarizado com os ângulos de 30º e 60º devido ao seu uso frequente ou talvez pelo fato do triângulo retângulo isósceles ser algo pouco utilizado por ele. Utilizamos essas mesmas representações para pedir que Sol identificasse por meio do esquema as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente).

Figura 25 - Triângulos retângulo com os ângulos internos 30º e 60º.

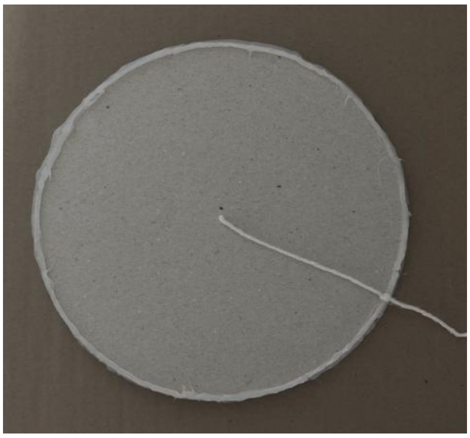
Fonte: Autor.

Figura 26 - Triângulo retângulo isósceles.

Fonte: Autor.

Solicitei a Sol que manipulasse o esquema representado pela Figura 27. Após explorá-lo, Sol classificou a figura como sendo um círculo ou um disco com raio r. Ele preferiu o termo "disco" devido à familiaridade com essa nomenclatura utilizada no ensino superior para representar esse tipo de objeto. Quando perguntado sobre a circunferência, ele respondeu que ambos - círculo e circunferência - representam a mesma figura circular. Sol sempre os associou como sinônimos, apesar de existirem distinções nos livros do ensino básico entre círculo e circunferência. Para o estudante, o círculo era representado através do material do Multiplano ou do software MONET (Figura 24, p. 124). A apresentação desse novo modo de representação foi uma novidade para ele.

Figura 27 - Representação de uma circunferência a partir de um círculo de papel paraná preso em um papelão.



Fonte: Autor.

Sol: *Aqui tem um círculo com um barbante preso no seu centro!*

Pesquisador: *Você consegue rotacionar esse barbante?*

Sol: *Sim, consigo!*

Pesquisador: *Você poderia rotacioná-lo para mim, por favor?*

Sol: *Claro!*

Pesquisador: *Então, você acaba de determinar uma circunferência ao rotacionar esse barbante. A circunferência é justamente o conjunto de todos os pontos cuja distância até o centro é igual ao raio.*

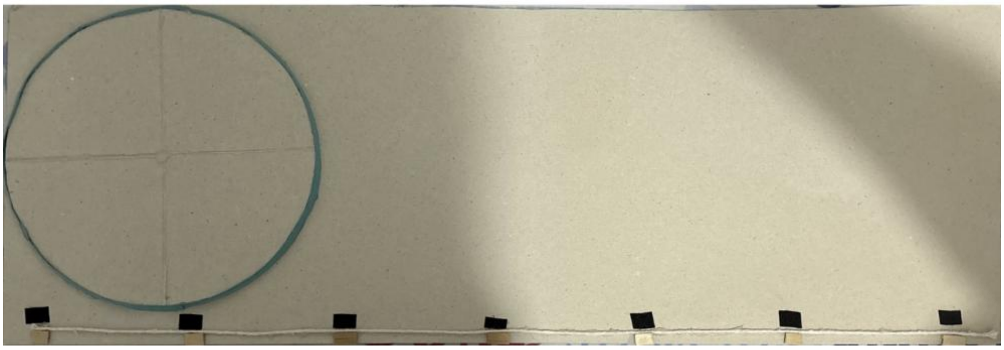
Utilizamos a Figura 17 (p. 105-106) para que Sol identificasse e determinasse o comprimento da circunferência. Para isso, pedi ao aluno que contornasse a circunferência com um pedaço de barbante. Após contorná-la, Sol foi guiado a sobrepor esse barbante sobre o barbante fixado ao esquema. Dessa forma, ele percebeu que ambos tinham o mesmo comprimento quando esticados. Utilizamos uma régua adaptada para medir esse comprimento quando retificado. Sol mediu também o diâmetro da circunferência, a partir do barbante utilizado para contorná-la. Ao dividir a medida do comprimento de circunferência por seu diâmetro, via calculadora do celular, o aluno pôde obter um valor aproximado para o número π. Dessa forma, o uso do barbante mostrou-se um modo prático e eficaz para identificar esses elementos e mensurá-los.

Perguntei ao Sol se ele compreendia o que era o radiano. Ele respondeu que radiano era a "lateral de um círculo". Perguntamos também se ele se referia a toda a "lateral" do círculo ou apenas a uma parte dele, buscando entender melhor sua resposta. Sol explicou que estava se referindo à parte limitada pelo primeiro quadrante. Para ajudá-lo a compreender melhor o conceito de radiano, utilizamos o material representado pela Figura 16 (p. 105) e outro representado pela Figura 28 a seguir. Entregamos cada um dos materiais ao aluno, um por vez, permitindo que ele explorasse livremente. A ideia com esses dois materiais era trabalhar o conceito de radiano de maneira experimental.

Utilizando um barbante e os materiais anteriormente entregues ao aluno para explorarmos a definição de radiano. Foi explicado ao Sol que 1 radiano é a medida do arco cujo comprimento é igual ao raio da circunferência unitária. O aluno pôde identificar essa medida junto ao esquema utilizado e compreender que o comprimento do barbante auxiliar não era suficiente para contornar completamente esse objeto circular. Além disso, Sol verificou-se que essa unidade (o radiano) não cabe um número inteiro de vezes sobre o barbante fixado ao esquema, que representa o comprimento da circunferência quando esticado. Ele percebeu que caberiam 6 vezes inteiras o raio nesse comprimento, mas ainda faltaria um pedaço para cobri-lo completamente. Isso ocorre porque o comprimento da circunferência é uma medida irracional.

Portanto, ao abordar o conceito de radiano com o aluno, foi crucial esclarecer que se trata da medida de um arco específico relacionada ao raio do círculo. Essa atividade prática permitiu ao Sol não apenas compreender o conceito teoricamente, mas também identificá-lo, facilitando assim sua aprendizagem sobre o tema.

Figura 28 - Representação de um círculo dividido em quadrantes e do seu centro. Abaixo, demarcado o seu comprimento e as marcações de quantos raios cabem nesse comprimento.



Fonte: Autor.

Vale ressaltar que Sol mencionou não se lembrar de ter visto eixos sobre a circunferência, como representado pela Figura 28 que antecede. Para ele, essa representação era particular do plano cartesiano e não era aplicável a outro objeto como um círculo, por exemplo. Diante dessa observação do aluno, utilizamos o esquema representado pela Figura 20 (p. 110), que consiste em um círculo cortado por eixos cartesianos, com um barbante fixado no centro. Na extremidade do círculo, havia indicações dos ângulos centrais em graus.

Solicitei ao Sol que girasse o barbante e verificasse o que acontecia durante esse movimento. Iniciando do ângulo de 0º e movendo-se no sentido anti-horário ao longo da extremidade do círculo, Sol identificou que a inclinação do ângulo central aumentava a cada movimento. Auxiliei o aluno a perceber que a cada rotação do barbante, conforme indicado, ele observava um novo ângulo central. Dessa forma, Sol pôde compreender que uma rotação completa na circunferência corresponde a um deslocamento angular de 0º a 360º. Essa atividade prática permitiu que o aluno identificasse os ângulos em uma volta dada na circunferência.

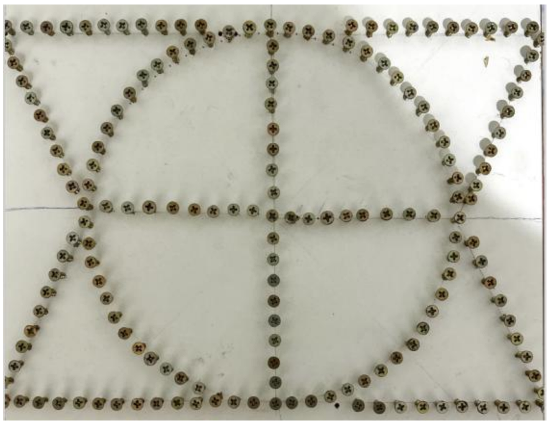
Ao finalizarmos esse reconhecimento dos ângulos através do material, Sol acrescentou que agora fazia "total sentido" para ele essa identificação, pois ao percorrermos um comprimento maior, consequentemente, percorremos uma angulação maior também. Diante desse esquema também foi possível apresentar a ele os quatro quadrantes, e mostrar que cada um deles representava um quarto da circunferência.

7.3 Associando arcos e ângulos

Antes de prosseguir com as aplicações com o aprendiz Sol, no segundo encontro, é necessário fazer um adendo quanto à ordem dos recursos utilizados. Devido à impossibilidade de levar o Multiplano nesse dia em específico, e para não perder a oportunidade de realizar a aplicação, decidimos alterar a ordem dos materiais das atividades. Para este aluno em particular, supus que essa mudança não prejudicaria o estudo. No entanto, é importante destacar que a ordem das atividades foi mantida conforme planejado inicialmente.

Apresentei ao aluno o material, que é um eoplano circular (Figura 29). Sol mencionou que nunca tinha ouvido falar desse material antes e que até então só havia estudado com o geoplano e o Multiplano. O aluno comentou que esse novo material lembrava bastante o Multiplano. Inicialmente, permiti que o aluno manipulasse livremente o material entregue a ele, já que era a primeira vez que estava tendo contato com o mesmo.

Figura 29 - Geoplano circular



Fonte: Autor.

Ao terminar a exploração, o aluno identificou cada elemento presente no material, incluindo a circunferência e os eixos. Observou também que, ao contrário do Multiplano, não seria necessário inserir pinos neste novo material. Isso ressalta que, mesmo com a mudança dos materiais, o aluno conseguiu fazer comparações devido à sua experiência prévia com o Multiplano. O aluno percebeu que o fato de o novo material já vir equipado com “pinos” é vantajoso para a manipulação, pois as peças permanecem fixas e não se soltam, ao contrário do que ocorria com o Multiplano. Ele mencionou que, ao usar o Multiplano, as peças frequentemente "voavam" devido à tensão dos elásticos, o que exigia refazer a representação.

Solicitei ao aluno que identificasse os eixos, a origem e a circunferência presentes no material. O aluno procurou localizar o centro do material. Ao encontrar este ponto, posicionou os dedos indicadores sobre ele e explorou o material movendo os dedos para a direita/esquerda e para cima/abaixo. Essa abordagem sugere que ele estava reconhecendo os eixos horizontal (X) e vertical (Y) presentes no material. Esses movimentos auxiliaram o aluno a perceber a direção e a orientação dos eixos em relação à origem.

Utilizando as mãos para contornar o material, o aluno identificou a circunferência. Com base no esquema representado pela Figura 19 (p. 109), Sol reconheceu assim a divisão do plano em quatro partes, caracterizadas como quadrantes. Conduzimos o aluno a associar os eixos identificados (horizontal e vertical) como sendo X e Y, respectivamente. Além de caracterizar os eixos, o aluno também identificou os sinais associados a cada um deles. Em um sistema de coordenadas, isso geralmente se refere aos sinais positivo (+) e negativo (-), indicando a direção ao longo de cada eixo em relação à origem.

Prosseguimos com o material (Figura 29) para a atividade, utilizando um elástico fixado à origem. Solicitei ao aluno que contornasse a circunferência com o elástico, no sentido anti-horário, percorrendo toda a sua extensão. Essa ação permitiu que o aluno identificasse esse movimento como já realizado em outra atividade.

Durante essa exploração, o aluno fez uma conexão com o círculo que tínhamos percorrido e identificado cada ângulo central de 0º a 360º (Figura 20, p. 110). Quando os alunos manipulam objetos específicos orientados adequadamente, eles podem recuperar representações abstratas e simbólicas atribuídas a essas experiências, conforme destacado por Uttal *et al*. (2009, p. 157). Aqui, o uso de recursos sequenciais e estruturas semelhantes permitiu que o aluno Sol reconhecesse ideias previamente apresentadas a ele.

Após fazer essa conexão, utilizei o mesmo elástico para marcar um ângulo de 30º e um barbante para indicar o comprimento do arco a ele associado. O aluno identificou a abertura angular e, utilizando um barbante posicionado sobre o arco, determinou seu comprimento.

Busquei também, a partir desse material, estabelecer relações entre o ângulo central e o comprimento de arco. Para isso, utilizamos a proporcionalidade envolvendo cada um desses elementos e os parafusos como pontos de referência. O arco é definido como a medida da distância ao longo da circunferência delimitado por dois pontos específicos, neste caso, entre dois parafusos. Essa abordagem ajudou o aluno a visualizar e compreender como o ângulo central e o comprimento de arco se relacionam.

Assim, dar uma volta na circunferência significou "caminhar" um ângulo central de 360º, o que, por sua vez, representou percorrer uma determinada quantidade de parafusos ao longo de sua extensão. Determinar um arco correspondente a um ângulo central de 90º equivale, no material, a mover-se sobre a circunferência, no primeiro quadrante, por 18 parafusos. Da mesma forma, percorrer um arco correspondente a um ângulo central de 30º significa "andar" sobre esse arco por 6 parafusos. Seguindo dessa maneira, é possível identificar uma forma de associar o ângulo central ao seu respectivo arco quando se percorre os parafusos presentes no material.

Utilizar essa abordagem acima permitiu-nos utilizar o material concreto (com os parafusos) não apenas para "visualizar", mas também para mensurar os comprimentos de arcos relacionados a cada ângulo central. Isso ajudou o aluno a entender a relação direta entre a medida angular e o deslocamento ao longo da circunferência, aplicando assim, conceitos matemáticos de maneira prática e intuitiva.

Utilizando o esquema representado pela Figura 21 (p. 112), foi possível que Sol identificasse que a hipotenusa de um triângulo e o raio coincidem. Indiquei que isso também aconteceria caso tomássemos um triângulo retângulo com outras dimensões, o que alteraria seria o raio da circunferência, mas ainda sim, o raio e a hipotenusa possuiriam o mesmo comprimento neste tipo de construção.

Com o recurso (Figura 21, p. 112), o aluno observou as razões e utilizou cada uma delas para determinar os lados de um triângulo retângulo construído no primeiro quadrante. Dessa forma, o aluno Sol percebeu que um lado do triângulo é dado pelo seno de um ângulo α multiplicado pelo raio, e o outro lado é dado pelo cosseno de um ângulo α multiplicado pelo raio. Essa construção foi importante pois além de revisitar essas razões, possibilitou que o aluno as empregasse para determinar os elementos desconhecidos do triângulo.

Estendemos essa ideia para outro triângulo construído. Sol identificou que o lado do triângulo sobre o eixo OX representava os valores do cosseno de um ângulo multiplicado pelo raio, enquanto o outro lado do triângulo indicava os valores associados ao seno de um ângulo multiplicado pelo raio. Com essas duas representações, o aluno pôde identificar e associar que as medidas obtidas para os lados desses triângulos sempre seguiam os mesmos "padrões" para cada um dos eixos, variando apenas o ângulo.

Sol somente conseguiu associar a correspondência entre o lado do triângulo em função do seno e do raio, e o respectivo eixo OY após uma intervenção do pesquisador. Utilizei um elástico auxiliar sobre o lado do triângulo e o identifiquei como sendo paralelo ao eixo (OY). Dessa forma, Sol conseguiu identificar e caracterizar os eixos em função do seno e do cosseno dos ângulos.

7.4 Identificando arcos simétricos a um arco no primeiro quadrante

Prosseguimos com a aplicação, de modo a determinar arcos simétricos em outros quadrantes a partir de um arco inicial conhecido. Para isso, foi utilizada a ideia de arcos congruentes ou arcos com o mesmo comprimento, considerando diferentes quadrantes.

Foi solicitado que o aluno escolhesse um ângulo no primeiro quadrante. Sol escolheu o ângulo de 30º no primeiro quadrante e identificou o arco associado a esse ângulo como sendo o referente a 6 parafusos. Apresentei ao aluno que poderíamos identificar um arco, no segundo quadrante, que tivesse esse mesmo comprimento de arco que observamos no primeiro quadrante. Para isso, ele precisaria percorrer essa mesma quantidade de parafusos só que no segundo quadrante, partindo do ponto que é simétrico do zero, caminhando no sentido horário. O aluno com os dedos na origem caminhou para a esquerda até encontrar o ponto da extremidade de eixo OX que intersecta a circunferência. Informei a Sol que esse ponto era o simétrico do zero em relação à origem. Feito isso, o aluno percorreu 6 parafusos no sentido horário e indicou onde estaríamos.

Perguntei ao entrevistado se ele poderia identificar outro arco, no segundo quadrante, que fosse simétrico a um arco do primeiro quadrante utilizando essa mesma ideia. O aluno realizou o mesmo procedimento anterior e nos indicou outra possibilidade. Com as mãos do aluno sobre o material, uma no primeiro quadrante e a outra, no segundo, fomos percorrendo a extensão dos arcos construídos, identificando cada arco simétrico existente.

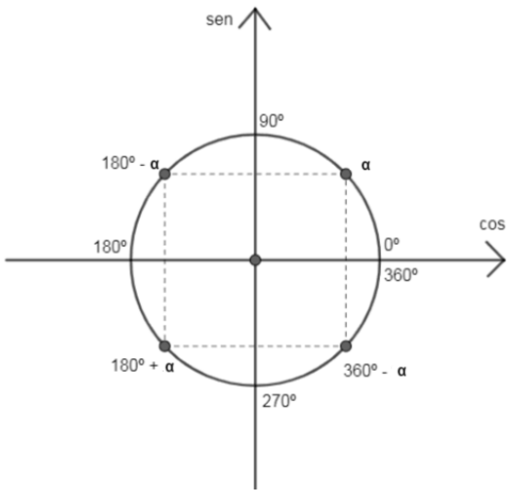
Ao determinarmos alguns arcos simétricos, do primeiro e segundo quadrantes, foi solicitado que o aluno escolhesse um ângulo central. O aluno escolheu o ângulo de 30º. Por meio de um elástico foi demarcado esse ângulo. No segundo quadrante, o aluno indicou o ângulo de 150º. Com um outro elástico, ligamos cada um desses pontos demarcados. Dessa forma, ao serem unidos, o aluno pode perceber a partir dessa representação que dado qualquer arco no primeiro quadrante, podemos determinar um arco simétrico no segundo quadrante a partir de uma simetria de reflexão em torno do eixo OY.

Com essa ideia de simetria e de arcos simétricos realizada com o aluno, pudemos construir dois triângulos retângulos, um no primeiro quadrante e outro no segundo, para que o aluno percebesse que os valores associados aos senos e aos cossenos, que se referem aos lados desses triângulos são iguais em módulo, alterando apenas a disposição do mesmo em cada quadrante. Dessa forma, o aluno conseguiu compreender que para um arco do segundo quadrante, os valores relativos aos cossenos possuem sinais contrários aos observados no primeiro quadrante (Figura 31) e que os valores relativos aos senos, são iguais. Utilizamos barbantes de mesmo comprimento para que o aluno identificasse essas medidas como sendo congruentes.

O aluno conseguiu verificar que para encontrarmos uma simetria entre pontos do primeiro e do segundo quadrantes, quando observado em relação ao eixo OY, precisamos analisar a quantidade de furos percorridos. Essa abordagem envolveu entender como um arco em um quadrante é refletido no outro quadrante, considerando a quantidade de "furos" ou unidade angular percorrida. Portanto, ao analisar essas simetrias, estamos aplicando conceitos de transformações isométricas e observando as coordenadas de cada um dos pontos para entendermos como pontos e arcos são refletidos através do eixo, no caso, OY entre os quadrantes. Cerqueira e Ferreira (1996, p.1) destacam a importância de não apenas realizar ações de forma mecânica, mas sim refletir sobre essas ações para entender seu significado e aplicação prática, o que é fundamental no aprendizado da matemática e de qualquer outro campo de estudo. Isso aconteceu nas aplicações realizadas ao levantarmos a questão da existência de outros arcos simétricos, de observarmos os atributos dos triângulos e identificar similaridades envolvendo cada uma das reflexões.

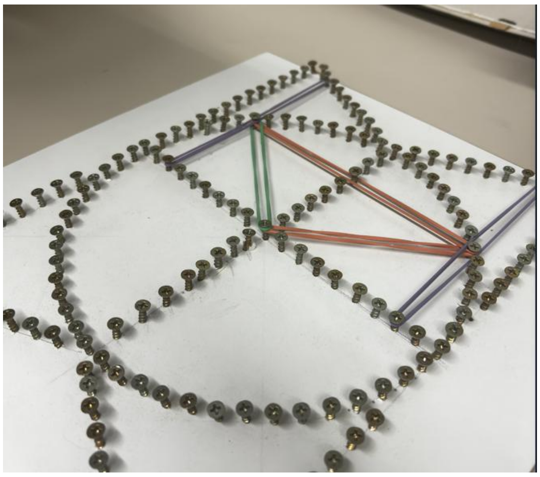
Já para o valor do cosseno, foi observado que os lados dos triângulos construídos, são simétricos em relação ao eixo OY, resultando na mudança do sinal da angulação envolvendo o segundo quadrante, dessa forma, cos (150º) = - cos (30º).

Figura 30 - Generalização dos arcos simétricos em cada quadrante.



Fonte: Autor.

Figura 31 - Representação da simetria de reflexão de um arco em relação ao eixo OY.

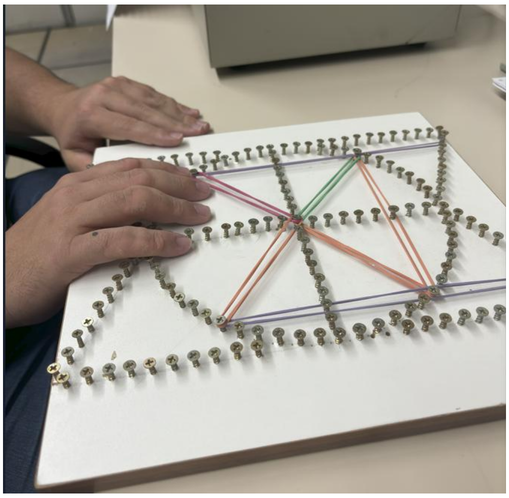


Fonte: Autor.

De modo análogo, podemos realizar as demais simetrias de rotação e de reflexão. O intuito é identificar, no terceiro e quarto quadrantes, arcos simétricos a um arco do primeiro quadrante.

Exploramos essas simetrias para outros ângulos centrais e outros arcos, não apenas para os ângulos notáveis, algo que não era possível com o Multiplano. Essa estratégia utilizada para determinar as simetrias pode ser aplicada a qualquer arco no primeiro quadrante para encontrar arco simétrico nos demais quadrantes. Isso nos permitiu explorar não apenas determinados tipos de arcos, como expandi-los a todo o círculo trigonométrico. Exploramos as três simetrias em conjunto com o aluno Sol, uma seguida da outra, na tentativa de que fosse identificado “padrões” e diferenças em cada um dos quadrantes (Figura 32).

Figura 32 - Representação das três simetrias em conjunto sobre o mesmo material.



Fonte: Autor.

7.5 Utilizando o Multiplano com Sol

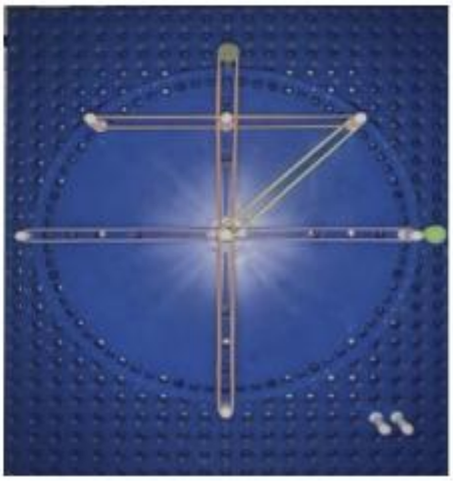
Para o terceiro dia, utilizamos o material Multiplano. Começamos com a construção do par de eixos cartesianos sobre o círculo presente nesse material. Solicitei que o aluno percebesse semelhanças e diferenças entre esse material e o outro utilizado. O aluno descreveu que o Multiplano possuía menos pinos ao longo de sua extensão e menos “furos”, mas que de modo geral ambos pareciam bastante similares.

Ao terminar a exploração do material, iniciei de modo semelhante ao realizado com o material geoplano circular, construindo um arco cujo ângulo central era de 30º. De maneira análoga, utilizando proporcionalidade, relacionamos os valores dos ângulos centrais aos "furos" na extensão do arco, algo que no material anterior era feito com os parafusos.

Voltamos para o arco relativo ao ângulo central de 30º. Utilizando elásticos, construímos um triângulo retângulo no primeiro quadrante. Solicitei que Sol percebesse o que havíamos feito. O aluno comentou que essa representação era muito semelhante ao que havíamos feito anteriormente com o outro material. Este questionamento foi proposital, pois o nosso interesse era trabalhar com as mesmas atividades, alterando apenas o material na tentativa de identificar aquele que fosse mais confortável para o aluno.

Solicitei novamente que o aluno contasse quantos furos havia sobre a extensão de um arco, partindo do pino referencial. A partir da reflexão em relação ao eixo OY podemos encontrar um arco simétrico ao arco do primeiro quadrante. Do pino que indica o simétrico do 0º, no sentido horário, podemos caminhar sobre a extensão de “furos” e encontrar um arco cujo comprimento é equivalente ao arco determinado no primeiro quadrante. Sol pôde perceber esses arcos como sendo simétricos. Com um elástico auxiliar, liga-se os pinos do primeiro e segundo quadrantes. Com um pino extra, podemos indicar a interseção entre essa reta e o eixo OY (Figura 33). Solicitei que o aluno percebesse o que havíamos feito.

Figura 33 - Representação do pino de interseção entre a reta e o eixo OY.



Fonte: Autor.

Foram construindo triângulos retângulos no primeiro e no segundo quadrante. Após uma exploração realizada por Sol, o aluno nos indicou que havíamos construído dois triângulos retângulos, um em cada quadrante. E que semelhante ao que havíamos feito anteriormente, os valores relativos ao cosseno possuíam sinais contrários, e que os valores do seno eram positivos. Perguntei como ele perceber isso, o aluno respondeu com a seguinte passagem:

Sol: *Cada triângulo está em um lado. Esse está para a esquerda; já este está para a direita.*

Pesquisador: *Sim. O que mais?*

Sol: *Assim como vimos antes, os cossenos possuem sinais contrários e os senos possuem os mesmos sinais.*

Pesquisador: *Como você percebeu isso? Poderia me dizer?*

Sol: *Então, esse lado aqui que indicado o cosseno é positivo, pois está a direita do eixo OX. Já esse aqui é negativo, pois está à esquerda.*

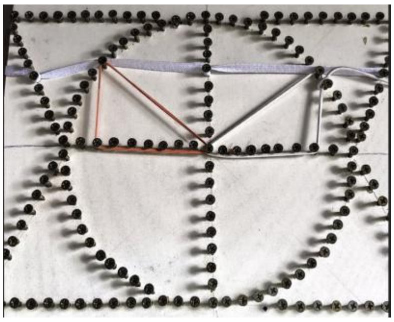
Prosseguimos com a identificação de arcos simétricos, de modo análogo, para os demais quadrantes. Utilizei essa mesma ideia para determinarmos simetrias de arcos cujos os ângulos centrais eram de 45º e 60º. Feito isso para esses arcos, e saindo do universo dos notáveis, indiquei com um elástico um arco cujo ângulo central era de 15º. Dessa forma, o aluno Sol precisaria caminhar sobre a extensão do arco tanto no primeiro, quanto nos demais quadrantes, 3 furos. As coisas estavam indo bem até precisarmos construir um triângulo retângulo e termos que unir os pinos do primeiro e do segundo quadrante. O fato de não ter o ponto de projeção sobre os eixos, acabou complicando na identificação de que os senos eram semelhantes para Sol. A ausência desse pino de identificação fazia com que ora o elástico estivesse mais acima, ora estivesse mais abaixo. Isso ficou explicitado na seguinte passagem:

> **Sol:** “Ixi…., aqui complica!”
>
> **Pesquisador:** Por quê?
>
> **Sol:** Porque não consigo identificar que são iguais. Aqui não tem aquele pino. Se eu caminhar pelo elástico tanto por aqui [lado direito], quanto por aqui [lado esquerdo], por exemplo, não consigo perceber que são iguais. O elástico fica solto!”

Diante dessa situação observada, alterei para o material proposto, geoplano circular. Para ângulos diferentes dos notáveis, o material proposto mostrou-se mais efetivo, pois a ausência de pino sobre os eixos impossibilitou que o aluno identificasse as projeções sobre o eixo como sendo de mesmo comprimento.

Construir as representações com os dois materiais em sequência possibilitou que o aluno identificasse algumas limitações presentes no material, dentre elas, a não fixação do ponto de projeção sobre os eixos, por exemplo. Além disso, permitiu-me compreender outras alternativas para facilitar uma melhor identificação das simetrias. Uma alternativa foi utilizar elásticos diferentes para esta construção (Figura 34). Dessa forma, não teríamos o mesmo padrão de elástico e facilitaria no reconhecimento após as reflexões, pois teríamos diferentes texturas presentes no material. Essa simples alteração trouxe ao aluno Sol mais conforto, pois segundo ele, ter texturas diferentes no material facilita demais, não só a ele, mas a todos os alunos que utilizam o tato para a percepção.

Figura 34 - Representação da simetria de reflexão em relação ao eixo OY com diferentes texturas de elásticos.

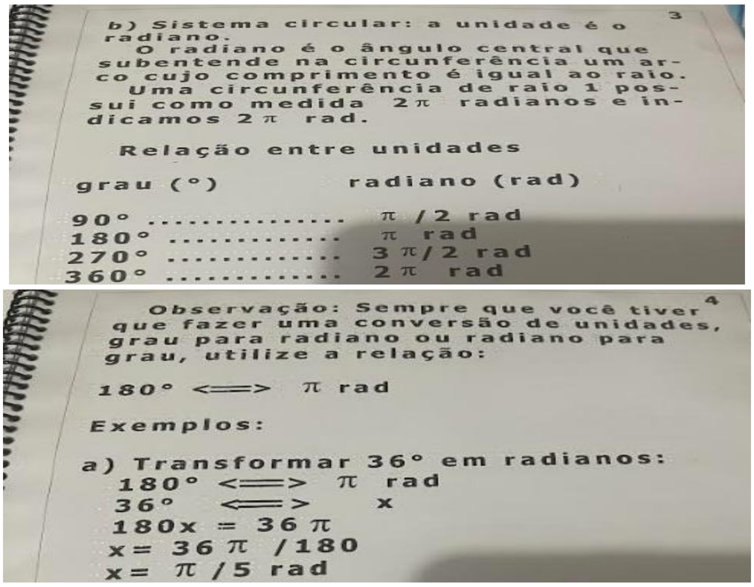


Fonte: Autor.

Após trabalharmos com as simetrias de arcos com os respectivos valores associados em graus, mudamos o nosso modo de abordagem, mas agora, utilizamos o radiano. Para isso, utilizamos o material do IBC produzido pela professora Paula Barbosa (Figura 35). Com ele, conseguimos estabelecer uma relação entre as medidas dos ângulos centrais e os respectivos valores dos arcos, só que em radianos. Comecei informando ao aluno Sol que utilizamos o radiano para expressar justamente esses comprimentos de arcos. Que poderíamos relacionar ambas as unidades de medida a partir de uma relação de proporcionalidade envolvendo cada uma delas. Utilizar essa forma de abordagem após as atividades iniciais, permitiu-nos tornar as novas atividades menos abstratas do que já operar com o radiano de modo inicial.

Como havíamos identificado o comprimento do arco em atividade anterior como sendo $C = 2\pi r$, logo para uma circunferência de raio medindo uma unidade de medida, teríamos como comprimento, $C = 2\pi$ radianos. Esse comprimento estará associado a uma volta na circunferência que em graus equivale a um giro de 360º. Dessa forma, poderíamos relacionar o comprimento ao seu respectivo valor em graus, assim como é feito no material.

Figura 35 - Relações de proporcionalidade entre graus e radianos das páginas 3-4 do livro em braille do Colégio Benjamin Constant.



3

b) Sistema circular: a unidade é o radiano.
O radiano é o ângulo central que subentende na circunferência um arco cujo comprimento é igual ao raio.
Uma circunferência de raio 1 possui como medida 2 π radianos e indicamos 2 π rad.

Relação entre unidades

grau (°)	radiano (rad)
90°	π /2 rad
180°	π rad
270°	3 π/2 rad
360°	2 π rad

4

Observação: Sempre que você tiver que fazer uma conversão de unidades, grau para radiano ou radiano para grau, utilize a relação:

180° <==> π rad

Exemplos:

a) Transformar 36° em radianos:
180° <==> π rad
36° <==> x
180x = 36 π
x= 36 π /180
x= π /5 rad

Fonte: Brasil (2010, p. 3-4).

Sol acrescenta que identificar esses valores para números pequenos torna-se algo “tranquilo”, o problema seria quando os valores são um pouco maiores. O aluno ressalta que trabalhar com radianos pode ser uma tarefa difícil pelo fato de precisarmos operar com muitos cálculos, o que poderia acarretar certos equívocos nos resultados obtidos, por justamente, não ser algo muito “fácil” de ser realizado. A complexidade aumenta quando precisamos calcular comprimentos de arco para ângulos muito grandes em radianos, especialmente porque estamos lidando com números que envolvem π e frações de π. Na maioria das transformações realizadas tornou-se algo complicado para o aluno, mas não impossível de ser realizada. Dependendo do valor tornou-se bem trabalhoso para o aluno apenas fazer essa conversão para valores diferentes dos notáveis.

8. Considerações finais

Nesta pesquisa, objetivamos observar os recursos empregados para o ensino da trigonometria da primeira volta aos alunos sem acuidade visual e, a partir deles, propor novos recursos para desenvolver esse conteúdo da melhor forma possível. Podemos dizer que atingimos nosso objetivo, embora ao longo desse processo tenhamos enfrentado algumas barreiras que nos fizeram alterar algumas ideias iniciais propostas.

Observamos que ambos os participantes trouxeram contribuições significativas para nossas análises. Identificamos alguns obstáculos enfrentados por eles e notamos a importância dos recursos para o desenvolvimento de tópicos ligados à trigonometria. Diante disso, buscamos responder algumas questões levantadas na introdução deste trabalho. As questões centrais foram:

1. Quais são as potencialidades e os obstáculos encontrados pelos alunos com deficiência visual no ensino de trigonometria?
2. A natureza dos obstáculos encontrados são inerentes ao conteúdo ou aos recursos utilizados?
3. Os recursos podem auxiliar a aprendizagem deste conteúdo?

Para responder a essas questões, precisamos retomar as aplicações e observar a evolução dos alunos no decorrer desse processo de desenvolvimento das atividades e de utilização dos recursos.

1. Quais são as potencialidades e os obstáculos encontrados pelos alunos com deficiência visual no ensino de trigonometria?

Foi possível perceber que os recursos desenvolvidos e utilizados, assim como as atividades e os métodos adotados, permitiram acesso mais amplo aos conteúdos, sobretudo os visuais, como é o caso da trigonometria. Em resumo, a utilização de materiais acessíveis e a inclusão do Sistema Braille nos recursos propostos, não apenas enriqueceram as experiências educacionais desses alunos, mas também promoveram uma maior familiaridade e acessibilidade, permitindo melhor compreensão e a identificação de elos e estruturas necessárias para caminharmos junto a eles na trigonometria.

Trabalhar com uma sequência didática baseada na tríade triângulo, plano cartesiano e circunferência facilitou a fluidez no desenvolvimento dos conteúdos presentes nas atividades. Essa situação é bem recorrente no processo de ensino e aprendizagem da Trigonometria quando empregados recursos manipuláveis, por exemplo, indicando o caráter interdependente envolvido nos conteúdos matemáticos e a identificação das melhores formas de construções. Sousa e Farias (2023, p. 2) reconhecem que, na Matemática, “o desconhecimento de determinados conteúdos, podem atuar como alicerce para outros". Isso se deve ao fato de que as novas ideias aqui desenvolvidas foram construídas a partir de conceitos que os alunos já conheciam e que foram recuperados, possibilitando a preparação do caminho para conceitos subsequentes.

Desde o início da pesquisa e das atividades, seguimos uma sequência de atividades e de perguntas que nos permitiu uma abordagem sistemática e progressiva. Ao caminhar por cada uma das etapas dessa sequência, os dois alunos foram incentivados a perceber padrões, identificar semelhanças e diferenças entre os conceitos abordados. Isso não apenas fortaleceu o entendimento teórico, mas também os estimulou a contribuir com sugestões para melhorar as atividades, as instruções e os recursos utilizados. Os recursos e os comandos, de modo geral, não apenas facilitaram a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também promoveram um ambiente participativo onde os alunos foram encorajados a se engajarem ativamente na construção de seu conhecimento.

O recurso Multiplano, embora atendesse a determinados propósitos, tornou-se pouco acessível quando empregado para alguns tópicos como a trigonometria. O material, por mais válido e facilitador em muitos aspectos, necessitaria de uma maior atenção, por não ter diferentes texturas, tipos de elásticos, relevos e mais furos sobre seu círculo para a construção e identificação das simetrias e não menos importante, para desenvolver as reduções ao primeiro quadrante. Observamos que os recursos desenvolvidos, nesse sentido, se tornaram imprescindíveis como complementação didático-pedagógica ao Multiplano por cada um dos alunos, uma vez que os livros didáticos adaptados foram pontuados como não tendo sido empregados a eles. Para o ensino de alunos com deficiência visual, especialmente em trigonometria, a utilização de recursos grafo-tátil, além da combinação com comandos e metodologias apropriadas, auxiliaram na construção dos conceitos envolvidos tanto com a aluna Estrela, quanto com o aluno Sol.

Diante do exposto, observamos como é importante a medicação para a condução e utilização dos recursos, pois sem os direcionamentos e as instruções adequadas não seria possível percorrer a sequência planejada e avançar pelo conteúdo proposto.

Os obstáculos enfrentados pelos alunos estavam mais relacionados ao emprego do material adequado às necessidades deles, do que propriamente ligados às atividades em si. Isso ficou evidenciado à medida que empregamos as mesmas atividades com esses alunos e ambos identificaram particularidades bem similares quanto à necessidade de texturas, à necessidade de pinos auxiliares, à falta de furos e às alterações dos recursos empregados. O espaço dado aos alunos possibilitou que eles pudessem ficar à vontade para explorar e dizer o que estava bom ou não para o acesso mais fluido a esses tópicos.

Não podemos descartar, entretanto, que também existiram os obstáculos ligados às atividades, que foram contornados com alterações em enunciados, a partir de sugestões levantadas pelos participantes da pesquisa. Isso nos indicou a importância de atenção aos detalhes, observando cada relato e o passo a passo desenvolvido com esses alunos, com o intuito de identificar ações, conduções e ideias. Dessa forma, foi possível perceber que métodos de ensino eficazes, apoiados em atividades, comandos adequados e recursos acessíveis puderam auxiliar no aprendizado dos alunos para o ensino de trigonometria. Os alunos não apenas contribuíram para identificar questões pertinentes ao material, mas também foram fundamentais para a implementação de melhorias nesse processo de construção dos recursos e das atividades. Suas experiências ajudaram-nos a adaptar os recursos, garantindo maior eficácia e acessibilidade.

O desenvolvimento das atividades com a aluna Estrela por mais que tivesse tido que ser interrompido devido à greve nas instituições federais, o que nos impediu de prosseguir com as aplicações previstas junto a ela no Núcleo, observamos que as atividades em composição com recursos apresentados a ela foram importantes para o início do ensino de trigonometria e para compreender como ela operava com os materiais. Essa introdução, além de servir como revisão e resgate de conteúdos anteriores, dentre eles, triângulo, plano cartesiano e circunferência, serviram para que, de certa forma, ela tivesse um primeiro contato com a trigonometria na primeira volta e pudesse caminhar mais tranquilamente nesse conteúdo em momento posterior se preciso for, pois o próximo tópico abordado seria funções trigonométricas.

Devemos reconhecer que a aluna Estrela, mesmo que não tenhamos conseguido prosseguir com todas as aplicações planejadas, trouxe contribuições valiosas para a pesquisa, ajudando no desenvolvimento das atividades, alterações dos recursos e diferentes formas de operar as ferramentas aqui empregadas. Suas contribuições beneficiaram também ao aluno Sol, demonstrando como o incentivo de boas práticas e a mediação adequada podem favorecer o aprendizado dos alunos em diferentes espaços.

A participação ativa e o engajamento de ambos os alunos foram cruciais para o desenvolvimento desta pesquisa, apresentando diferentes perspectivas, mas também mostrando que ambos, tanto no ensino básico, quanto no superior possuíam questões bem parecidas levantadas, bem como sugestões para os recursos e as atividades. Percebemos como a colaboração entre o pesquisador e os participantes pôde enriquecer significativamente este estudo. Dessa forma, apesar das limitações existentes durante a pesquisa, conseguimos atingir os objetivos, beneficiando ambos os alunos e possibilitando que eles trouxessem contribuições. Isso ressalta a importância de adaptarmos e ajustarmos os planos de pesquisa conforme necessário, para garantir resultados relevantes, significativos e expressivos no decorrer do estudo, se necessário for.

As diferenças no uso de recursos entre Estrela e Sol foram poucas, alterando mesmo quanto à utilização do último recurso e em relação ao término das atividades propostas. Por mais que Estrela estivesse mais familiarizada com os recursos manipuláveis e com o Multiplano, não percebemos muitas diferenças quando comparadas com as aplicações de Sol. O uso de recursos manipuláveis auxiliares permitiu que ambos desenvolvessem e compreendessem intuitivamente os conceitos matemáticos observados, o que pode ter contribuído para que cada um pudesse participar ativamente. O fato de Sol estar recentemente lidando mais com ferramentas tecnológicas do que com materiais manipuláveis, não o impediu de contribuir com as atividades, opinando quanto aos recursos utilizados. Além disso, como ele conhecia brevemente esse conteúdo, possibilitou que ele identificasse práticas diferentes das realizadas em suas experiências anteriores e identificasse tópicos que para ele eram novos também.

Ambos trouxeram contribuições valiosas para a pesquisa. Sol, por exemplo, afirmou que esse conteúdo foi pouco estudado por ele, mesmo durante o Ensino Médio, devido à ausência de materiais específicos. Ele reconheceu a relevância desses conceitos para cursos universitários ligados à área de exatas, especialmente para as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e Álgebra Linear. Esperamos que a pesquisa possa não apenas beneficiar Sol em termos de aprendizado imediato, mas também possa auxiliá-lo para desafios acadêmicos futuros, destacando a importância de uma base sólida em trigonometria.

2. A natureza dos obstáculos encontrados são inerentes ao conteúdo ou aos recursos utilizados?

Percebemos que, de certo modo, há obstáculos relacionados tanto ao conteúdo quanto aos recursos. Entretanto, os obstáculos relacionados ao conteúdo puderam ser contornados, com a presença dos materiais apropriados, de orientações e de direcionamentos. Já os relativos aos recursos previamente selecionados, não puderam ser contornados sem que fossem utilizados outros tipos de materiais acessíveis. Ficar fixado em apenas um material, como o Multiplano, pode acarretar barreiras ao invés de potencialidades, uma vez que o uso isolado do material tornou-se insuficiente para lidar com todas as necessidades dos alunos ligadas ao conteúdo trigonométrico.

Ao manipular diferentes tipos de triângulos, os alunos inicialmente tiveram dificuldade em identificá-los, indicando que suas imagens conceituais sobre triângulos eram limitadas. A utilização de triângulos móveis permitiu uma experiência até então diferente da estática do Multiplano, promovendo um entendimento mais dinâmico para ambos os alunos.

A limitação de apenas três marcações (ou furos) sobre os eixos OX e OY no material Multiplano impacta significativamente a capacidade dos alunos de identificar simetrias para ângulos além dos notáveis. Esses pontos de fixação são cruciais para determinar com precisão as reflexões e simetrias dos arcos sobre a circunferência. Entretanto, isso restringe a variedade de possibilidades que podem ser exploradas, tendo em vista que muitas outras medidas de ângulos não podem ser adequadamente representadas.

A falta de demarcações adicionais impossibilita que os alunos realizem a redução ao primeiro quadrante. Essa limitação se tornou um obstáculo para que o aluno Sol identificasse e explorasse arcos com ângulos diferentes dos notáveis nos demais quadrantes. A ausência desses furos adicionais de fixação significava que o elástico utilizado para indicar a simetria, não permanecia fixado sobre os eixos OX e OY. Isso resultava em uma certa mobilidade do elástico, prejudicando a identificação das relações envolvendo os valores de seno e cosseno em cada quadrante na circunferência. Tornando-se assim, um obstáculo inerente ao recurso nesse sentido.

A questão da textura dos elásticos utilizados nos materiais, tanto no Multiplano, quanto no geoplano circular, foi uma preocupação levantada pelos alunos durante as atividades. Ambos destacaram que o uso de elásticos com texturas similares dificultava a percepção das representações. Segundo a aluna Estrela, isso tornava tudo muito "parecido”. Para contornar esse problema implementamos alterações significativas, incluindo o uso de três elásticos com diferentes texturas e variando os tamanhos dos barbantes. Essas mudanças foram sugeridas pela própria aluna Estrela e foram bem recebidas pelo aluno Sol. Segundo ele, essas modificações contribuíram para uma maior clareza nas representações feitas no material.

Sol destacou algumas dificuldades ao trabalhar com a conversão de medidas de ângulos de graus para radianos, especialmente em situações em que os valores são diferentes dos notáveis. Nestes casos, pode ser necessário utilizar registros detalhados ou apoio de materiais extras para realizar os cálculos com segurança e precisão. Isso se deve à natureza não trivial dos cálculos mentais envolvidos, especialmente quando se trata de cálculos de arcos específicos. Além disso, ele expressou uma preferência pelo uso exclusivo de graus para identificar correspondências e transformações entre ângulos. Isso pode ser devido à familiaridade e facilidade percebida ao trabalhar com medidas angulares em graus, que são mais comuns no princípio do ensino de trigonometria.

A diversificação das texturas dos elásticos e dos materiais utilizados não apenas facilitou a percepção tátil das representações, mas também melhorou a questão da acessibilidade. Isso significa que mais alunos podem se beneficiar do uso dos materiais Multiplano e/ou geoplano circular, em composição com outros materiais aqui apresentados para as atividades, e para compreender melhor os conceitos abordados de trigonometria. Essa adequação demonstra um compromisso em ajustar os recursos educativos para atender às necessidades individuais dos alunos, promovendo uma aprendizagem mais eficiente. É uma abordagem positiva que ajuda a maximizar o potencial de aprendizagem de todos os estudantes envolvidos.

3. Os recursos podem auxiliar a aprendizagem deste conteúdo?

Percebemos que os recursos puderam auxiliar ambos os alunos a desenvolverem o conteúdo de trigonometria. Trabalhar com materiais acessíveis e de confecção próprios, em composição com os já existentes, permitiram explorar e entender as particularidades individuais de cada um. Isso é fundamental para pesquisas que buscam entender como diferentes recursos impactam o aprendizado e as práticas pedagógicas dos alunos. A integração do Sistema Braille com os recursos facilitou aos aprendizes a identificarem e compreenderem conceitos que anteriormente eram apenas discutidos verbalmente ou até mesmo esquecidos. A combinação de materiais e técnicas, como a inclusão desse sistema de escrita, permitiu uma maior liberdade aos alunos, tornando as atividades mais dinâmicas e participativas. Isso também proporcionou um ambiente mais confortável para explorar a trigonometria e outros assuntos relacionados a ela.

O desenvolvimento dos processos de visualização das representações construídas com os recursos dependeram das explorações realizadas de forma tátil, bem como das orientações/explicações levantadas pelo pesquisador. Isto possibilitou que os alunos identificassem representações a partir das ações realizadas e que novas estruturas desconhecidas até então pudessem surgir. O desenvolvimento deles neste experimento só foi possível com o emprego de materiais manipuláveis acessíveis, reforçando o que a literatura apresenta acerca do benefício dos materiais, em especial para aqueles conteúdos com forte apelo visual (Bernardo; Garcez; Santos, 2019).

Durante as entrevistas, percebemos que os recursos beneficiaram tanto Estrela quanto Sol na condução das atividades e na possibilidade de experienciar possibilidades não vistas até então. Sol destacou a novidade de trabalhar com materiais desenvolvidos dessa forma justamente devido ao cuidado em identificar suas necessidades, o que nos mostra como a atenção aos detalhes e a necessidade de acessibilidade são importantes quando pretendemos confeccionar recursos. Além disso, a presença do braille nos materiais, se destaca como uma agente facilitador no processo de aprendizagem, pois segundo a aluna Estrela, “facilitaria” para o entendimento de ideias antes ditas de modo verbal.

Observamos a importância de integrar o uso do tato com comandos verbais e com a escrita no Sistema Braille. Essa abordagem permitiu uma maior familiaridade com a representação apresentada, facilitando a identificação dos seus elementos e das razões trigonométricas. Evitamos o uso excessivo de instruções verbais sem conexão com a manipulação tátil, como discutido por Cerqueira e Ferreira (1996). Percebemos que para a aprendiz, as definições que antes não eram compreendidas, ganharam significados através da forma como foi conduzido esse estudo.

Apresentar um novo material permitiria expandir as possibilidades de aprendizagem, oferecendo aos alunos a oportunidade de explorar e compreender melhor os conteúdos envolvidos em um contexto mais abrangente. A experiência destacou a importância de ter materiais educativos que sejam flexíveis e capazes de suportar uma variedade de conceitos matemáticos, incluindo simetrias além dos ângulos notáveis, para promover um aprendizado mais completo e envolvente aos alunos.

Devemos levar em consideração os conhecimentos prévios de Sol para essa pesquisa. Embora esse aluno reconheça não ter aprofundado esse conteúdo durante seus estudos anteriores, não podemos ignorar que, durante o Ensino Médio e o Ensino Superior, ele teve algum contato com o tema. Diferente de Estrela, Sol compreendia melhor esses tópicos, ao passo que para a aluna seria o seu primeiro contato com esse conteúdo. Diante dessas diferenças de experiência prévia, é importante considerar como as atividades e recursos ajudaram tanto Sol quanto Estrela a construir seus conhecimentos de modo eficaz. Isso inclui revisão de conceitos fundamentais, recursos adicionais para estudo individualizado e apoio personalizado conforme necessário.

As análises forneceram momentos valiosos de reflexão sobre a importância dos recursos acessíveis, apoiados por tarefas, e da mediação, para o ensino de trigonometria. O uso combinado de ferramentas materiais parece ter tido um impacto significativo no aprendizado dos alunos, permitindo a exploração de conceitos como simetrias, arcos, ângulos além dos notáveis, e triângulos, de maneira mais tangível. Os recursos permitiram a exploração de conceitos mais abstratos, tornando-os acessíveis aos alunos (Batista; Miranda, 2015).

Os professores desempenham um papel essencial na escolha e no uso dos materiais em sala de aula. Eles são os mediadores do aprendizado, responsáveis por identificar as melhores ferramentas e planejar atividades que proporcionem experiências significativas para os alunos. A formação docente deve nesse sentido incentivar o uso de recursos de maneira eficaz, pois saber aplicá-los é fundamental para o seu uso em contextos de aprendizagem.

Para os alunos cegos, a falta de recursos adequados pode fazer com que conteúdos, trigonometria, fiquem muito abstratos. No entanto, é possível tornar os materiais acessíveis aos alunos com deficiência visual. Pequenas mudanças, como por exemplo, alterar contrastes, ampliar fontes ou utilizar instrumentos táteis, podem fazer uma grande diferença para alunos com baixa visão. Há ainda alunos que apresentam outras necessidades relacionadas às alterações na sensibilidade tátil. Nesse caso, uma modificação possível quanto por exemplo o uso do parafuso no material (Figura 34, p. 140**)**, seria a substituição por cavilhas de madeira ou, até mesmo, pingos de cola quente sobre a cabeça do parafuso. De modo geral, as atividades e os recursos aqui trazidos, podem ser utilizados por todos, para isso, adequações e alterações são precisas de acordo com a necessidade de cada aluno, cabendo ao professor investigá-las e modificá-las pontualmente.

Esperamos alcançar outros profissionais e inspirá-los a usar recursos acessíveis no ensino de trigonometria, permitindo que os alunos cegos desenvolvam os conteúdos que muitas vezes não são estudados por eles, ou são estudados de forma superficial. Não queremos indicar um passo-a-passo de como proceder, mas sim, fornecer ideias e sugestões para práticas inclusivas. Assim, oferecemos nossa contribuição para que todos os alunos tenham as mesmas oportunidades de aprendizado, mas para isso, devemos levar em conta as particularidades de cada um.

Vale destacar que este trabalho é apenas o começo de uma jornada que ainda está em construção. Precisamos testá-lo em diferentes contextos e continuar a discussão sobre a formação de professores e as avaliações num espaço inclusivo. Acreditamos que juntos podemos construir um ambiente educacional mais acolhedor a todos.

9. Referências bibliográfica

ADLER, JILL. The dilemma of transparency: Seeing and seeing through talk in the mathematics classroom. **Journal for research in mathematics education**, v. 30, n. 1, p. 47-64. jan. 1999.

ADLER, JILL. Conceptualising Resources as a Theme for Teacher Education. **Journal of mathematics teacher education**, p. 205-224, 2000. Disponível em: https://doi.org/10.1023/A:1009903206236. Acesso em: 01 ago. 2022.

ALVES, E. L. **Nenhum a menos na aula de matemática**: representações sociais de inclusão de estudantes com deficiência visual e seus impactos na aprendizagem de razões trigonométricas. 2018. 272 p. (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/32352/1/TESE%20Evanilson%20Landim%20Alves.pdf. Acesso em: 30 ago. 2022.

AMERICAN OPTOMETRIC ASSOCIATION. Visual acuity. Disponível em: https://www.aoa.org/healthy-eyes/vision-and-vision-correction/visual-acuity?sso=y. Acesso em: 12 abr. 2024.

ARAÚJO, A. L. L.; MARSZAUKOWSKI, F.; MUSIAL, M. (Org.). Matemática e deficiência visual. In: Semana de iniciação científica e mostra de Pós-Graduação da FAFIUV, 2009, Paraná. **Anais eletrônicos** [...]. Paraná: FAFIUV, 2009. Disponível em: https://ieps.org.br/artigomat.doc. Acesso em: 20 jan. 2023.

BATISTA, J. O.; MIRANDA, P. B. O uso de material didático no ensino da matemática para o aluno deficiente visual. In: I Jornada de estudos em matemática, 2015, Pará. **Anais eletrônicos**. Pará: UNIFESSPA, 2015. p. 1-11. Disponível em: https://jem.unifesspa.edu.br/images/Anais/v1_2015/CC_20150984002_O_uso_de_materiais.pdf. Acesso em: Acesso em: 20 set. 2023.

BECKER, Fernando. O que é construtivismo? **Revista de Educação AEC**, Brasília, v. 21, n. 83, p. 7-15, abr./jun. 1992.

BERNARDO, F. G. Recursos e adaptação de materiais didáticos para a inclusão visual no ensino de matemática. **Revista de Educação Pública**, Rio de Janeiro, p. 1 - 6, 2016.

BERNARDO, F. G.; GARCEZ, W. R.; SANTOS, R. C. Recursos e metodologias indispensáveis ao ensino de matemática para alunos com deficiência visual. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 9, n. 1, p. 1-20, jan./abr. 2019.

BONI, V.; QUARESMA, S. J. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em ciências sociais. **Em Tese**, Florianópolis, v. 2, n. 1, p.68-80, jan./jul. 2005.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini**: 8º ano. 10 ed. São Paulo: Moderna, 2022.

BRITO, A. J.; MOREY, B. B. Trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental. **Horizontes**, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 65 - 70, jan./ jun. 2004.

BRANDÃO, J. C. **Matemática e deficiência visual**. 2010. 150f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-graduação em Educação, Fortaleza-CE, 2010. Disponível em: http://repositorio.ufc.br/handle/riufc/3110. Acesso em: 30 ago. 2022.

BRASIL. **Decreto nº 6.571**, de 17 de setembro de 2008. Dispõe sobre o atendimento educacional especializado. Brasília, DF: Diário Oficial da União, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Especial**. Brasília, 2008.

BRASIL. **Resolução CNE/CEB nº 2**, de 11 de setembro de 2001. Estabelece as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/diretrizes.pdf. Acesso em: 02 abr. 2024.

BRASIL. **Resolução CNE/CEB nº 4**, de 2 de outubro de 2009. Institui Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial. Disponível em: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/view/CNE_rceb00409.pdf?query=Resolu%5Cu00e7%5Cu00e3o. Acesso em: 02 abr. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Programa TECNEP - Educação, Tecnologia e Profissionalização para Pessoas com Necessidades Educativas Especiais**. Brasília, DF: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Política Nacional de Educação Especial**. Brasília, DF: MEC, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. **Censinho TECNEP**. Brasília, DF: MEC, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Documento Base do Programa TECNEP**. Brasília: MEC/SETEC, 2010.

BRASIL. **Lei nº 13.146, de 06 de julho de 2015**. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília, DF: Presidência da República, [2015]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm#:~:text=Art.%201%C2%BA%20%C3%89%20institu%C3%ADda%20a,Par%C3%A1grafo%20%C3%BAnico. Acesso em: 20 jul. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília, DF: MEC/SEF, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 15 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Portaria nº 3.128, de 24 de dezembro de 2008**. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2008. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/saudelegis/gm/2008/prt3128_24_12_2008.html. Acesso em: 10 abr. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Benjamin Constant (org.). **Caderno de trigonometria**: Elaborado e transcrito para o sistema braille profª: Paula Márcia Barbosa, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf. Acesso em: 18 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 18 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: MEC/SEF, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf. Acesso em: 20 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: MEC/SEB, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 18 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Modalidades Especializadas de Educação. **Política Nacional de Educação Especial**: Equitativa, Inclusiva e com Aprendizado ao Longo da Vida. Brasília, DF: MEC/ SEMESP. 2020. 124 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Atendimento Educacional Especializado**: Deficiência Visual. Brasília, DF: SEESP/SEED/MEC, 2007. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/aee_dv.pdf. Acesso em: 15 fev. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília, DF: MEC/SEF, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf. Acesso em: 18 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Resolução nº 510, 07 de abril de abril de 2016**. Normas aplicáveis a pesquisas em Ciências Humanas e Sociais. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2016. Disponível em: https://conselho.saude.gov.br/images/comissoes/conep/documentos/NORMAS-RESOLUCOES/Resoluo_n_510_-_2016_-_Cincias_Humanas_e_Sociais.pdf. Acesso em: 18 de mar. 2023.

BRASIL. **Lei n° 9.394, 20 de dezembro de 1996**. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, DF: Presidência da República, [1996]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 01 ago. 2022.

BRUNO, M. M. G. **Deficiência visual: reflexão sobre a prática pedagógica**. São Paulo: Laramara; 1997.
CARDOSO, F. A. R.; VECCHI, T. P. B. A aprendizagem matemática do deficiente visual. **Conselho Editorial**, p. 53, 2011. Disponível em: https://res7.com.br/wp-content/uploads/2012/04/Ed.-Edicao-Especial-UEM.pdf#page=53. Acesso em: 20 nov. 2022.

CARMO, M. P. **Trigonometria e números complexos**. Rio de Janeiro: SBM, 1979.

CERQUEIRA, J. B.; FERREIRA, E. M. B. Recursos didáticos na educação especial. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, n. 5, p. 1-6, 1996. Disponível em: https://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/article/view/660. Acesso em: 15 ago. 2023.

CLEMENTS, D. H. "Concrete" Manipulatives, Concrete Ideas. **Contemporary Issues in Early Childhood**, v. 1, n. 1, 1999.

CLEMENTS, D. H.; MCMILLEN, S. Rethinking "concrete" manipulatives. **Teaching Children Mathematics**, n. 5, v. 2. p. 270-279, jan. 1996.

CONDE, A. J. M. Definição de cegueira e baixa visão. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: http://antigo.ibc.gov.br/images/conteudo/AREAS_ESPECIAIS/CEGUEIRA_E_BAIXA_VISAO/ARTIGOS/Def-de-cegueira-e-baixa-viso.pdf. Acesso em: 12 de mar. de 2024.

CUNHA, A. M. S. **A relação professor-aluno e suas implicações na aprendizagem**. 2003. Monografia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2003.

DIAS, C. Alunos com deficiência visual em sala de aula: vou te contar o que estamos fazendo! **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 61, 2020. Disponível em: http://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/article/view/729. Acesso em: 20 jan. 2023.

FERNANDES, S. A. H. A. **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva**. 2008. 262 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11344. Acesso em: 15 nov. 2022.

FERRONATO, R. **A construção de instrumento de inclusão no ensino de matemática**. 2002. 126 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002. Disponível em:http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/82939. Acesso em: 30 jul. 2022.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A, 2008, 200 p.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R. **Matemática completa**, 1ª série, 2. ed. Renov., São Paulo: FTD, 2005a.

GOLDIN, G. A scientific perspective on structures, task-based interviews in mathematics education research. In: LESH, R.; KELLY, A. E. **Handbook of research design in mathematics and science education**. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, p. 517–546, 2000.

HIEBERT, J.; WEARNE, D. Links between teaching and learning place value with understanding in first grade. **Journal for Research in Mathematics Education**, New York, 23(2), p. 98 - 122, 1992.

IBGE - INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo demográfico de 2010**: Características gerais da população, religião e pessoas com deficiência. Rio de Janeiro: IBGE, 2010. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/94/cd_2010_religiao_deficiencia.pdf. Acesso em: 02 de maio de 2023.

IBGE - INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo demográfico 2010**. Rio de Janeiro: IBGE, 2012. Disponível em: http://www.ibge.gov.br/home/presidencia/noticias/noticia_impressao.php?id_noticia=2170. Acesso em: 02 de maio de 2023.

JUNIOR, A. F. P. C; DOMUNGUES; M. O; SOUZA; S. S. Produção de material didáticos para alunos com deficiência visual: experiências nos anos iniciais. **Educação Pública**, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/18/17/produo-de-material-didtico-para-alunos-com-deficincia-visual-experincias-nos-anos-iniciais. Acesso em: abr. 2024.

KAMII, C.; LEWIS, B. A.; KIRKLAND, L. Manipulatives: when are they useful? **Jornal of mathematical behavior**, 20, p. 21 - 31, 2001.

LANGWINSKI, L. G.; SOMAVILLA, A. S.; PIMENTEL, L. S. Um projeto de pesquisa de ensino de matemática para o aluno deficiente visual do Instituto Federal do Paraná - IFPR. **Ensino e Tecnologia em Revista**, Paraná, v. 4, n. 1, 2020. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/10994. Acesso em: 30 jul. 2022.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. "Siga os exemplos" dos alunos: aprendizagens em aulas exploratório-investigativas no 4º ano do ensino fundamental. **Revista Eletrônica de Educação** UFSCar, São Carlos, v. 6, no. 1, p. 243-265, mai. 2012.

LIMA, E. S. Núcleo de atendimento/apoio às pessoas com necessidades educacionais específicas (NAPNE) sob um olhar epistêmico e interdisciplinar. **Anais do Encontro Nacional sobre Inclusão Escolar da Rede Profissional Tecnológica (ENIERPT)**, *[S. l.]*, v. 1, n. 1, 2022. Disponível em: https://publicacoes.ifc.edu.br/index.php/enierpt/article/view/3197. Acesso em: 7 abr. 2024.

LORENZATO, S. A. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, S (org). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

MANSUR, D. R.; ALTOÉ, R. O. Ferramenta Tecnológica para Realização de Revisão de Literatura em Pesquisas Científicas. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, Espírito Santo, v. 10, n. 1, p. 8-28, 2021.

MANZINI, E. J. Considerações sobre a elaboração de roteiro para entrevista semi-estruturada. In: MARQUEZINE, M. C.; ALMEIDA, M. A.; OMOTE, S. (Orgs.). **Colóquios sobre pesquisa em educação especial**. Londrina: Eduel, 2003, p. 11 - 25.

MANZINI, E. J. A entrevista na pesquisa social. **Didática**, São Paulo, v. 26 - 27, 1990 - 1991, p. 149 - 158.

MARSON, S. M., HARRINGTON, C. F., WALLS, A. Teaching introductory statistics to blind students. Teaching Statistics: **An International Journal for Teachers**, Massachussets: Malden, v. 35, n. 1, 21-25, 2013.

MARCELLY, L. **Do improviso as possibilidades de ensino: estudo de caso de uma professora de matemática no contexto da inclusão de estudantes cegos**. 2015. (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, Rio Claro, 2015.

MELO, L. M. **O ensino de trigonometria para deficientes visuais através do multiplano pedagógico**. 2014. 99 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: http://www.bdtd.uerj.br/handle/1/4847. Acesso em: 30 ago. 2022.

MELO, M. V.; GONZÁLEZ, J. A. T. A importância dos recursos didáticos adaptados para alunos com deficiência visual nas aulas de ciências e química. In: VII Congresso Nacional de Educação, 2020, Alagoas. **Anais**. Alagoas: Centro Cultural de Exposições Ruth Cardoso, 2020, p. 1-12.

MENDES, L. O. R.; PEREIRA, A. L. Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 196-228, 2020.

MENDES, K. A. M. O. **Educação especial inclusiva nos Institutos Federais de Educação Ciência e Tecnologia brasileira**. 2017. 168 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017. Disponível em: https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/8139. Acesso em: 10 mar. 2024

MINAYO, M. C. S. **Ciência Técnica e Arte**: o desafio da pesquisa social. In: DESLANDES, S. F.; NETO, O. C.; GOMES, R.; MINAYO, M. C. S. (Org.). Pesquisa social*:* teoria, método e criatividade. 21ª Ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002. p. 9-29.

MINÉ, V. A. A.; COUTINHO, M. D. M. C. A ludicidade no Ensino de frações para alunos com necessidades especiais: cegueira. **Tangram - Revista de Educação Matemática**, v. 2, n. 3, p. 103 – 113, 2019.

MIRANDA, T. G. **O professor e a educação inclusiva**: formação, prática e lugares. Salvador: EDUFBA, 2012, p. 491.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 2011. p. 248.

MOREIRA, M. A. Al afinal, qué es aprendizaje significativo?. **Revista Curriculum**, La Laguna, Espanha, n. 25, p. 29-56, 2012. Disponível em: http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf. Acesso em: 05 dez. 2023.

MOREY, B. B. **Tópicos de história da trigonometria**. Natal: SBHMat, 2001. 52 p.

MOYER, P. S. Are we having yet? How teachers use manipulative to teach mathematics. **Educational studies in mathematics**, v. 47, p. 175-197, 2001. Disponível em: https://doi.org/10.1023/A:1014596316942. Acesso em: 02 de agosto de 2022.

MOYER-PACKENHAM, P. S. **International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives.** USA: Springer, 2016.

MOYER, P. S.; BOLYARD, J. J.; SPIKELL, M. A. What are virtual manipulatives? **Teaching Children Mathematics**, n. 6, v. 8, p. 372-377. 2002.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2004-2005.

NERY, M. W. A. **Um olhar sobre a educação inclusiva de deficientes visuais estratégias de ensino de trigonometria e geometria espacial**. 2013. 81p. (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Piauí, Piauí, 2013.

NOGUEIRA, C. M. I. **Educação matemática inclusiva**: do que, de quem e para quem? In: KALLEF, A. M. M. R.; PEREIRA, P. C. (Orgs.). Educação Matemática: diferentes olhares e práticas. Curitiba: Appris. 2020.

NUNES, S. S.; LOMÔNACO, J. F. B. Desenvolvimento de conceitos em cegos congênitos: caminhos de aquisição do conhecimento. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional (ABRAPEE)**, v. 12, n.1, p. 119 – 138, 2008.

Organização Mundial da Saúde. **Classificação internacional de doenças e problemas relacionados à saúde**. São Paulo: Edusp, 1993.

PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.** In: LORENZATO, S. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2006.

PASCHOAL, G. S. **O ensino de trigonometria no ensino médio: uma abordagem com a resolução de problemas**. 2018. 110 p. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2018. Disponível em: http://repositorio.ufsm.br/handle/1/16732. Acesso em: 30 jul. 2022.

PALMIRA, C. A. **Educação matemática no ensino médio e a inclusão de alunos com deficiência visual**. 2012. 191 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2012. Disponível em: https://repositorio.ufes.br/bitstream/10/2328/1/tese_6252_C%c3%81TIA%20APARECIDA%20PALMEIRA.pdf. Acesso em: 30 jul. 2022.

PAPACOSTA, A.; CIVARDI, J. A.; DIAS, M. E. S. Adaptações para sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, Rio Grande do Sul, v. 20, n. 47, p. 21-28, 2015. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/25864/. Acesso em: 20 jan. 2023.

PARANÁ (Estado). Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes curriculares da educação básica: matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação, 2008, 82 p.

PEREIRA, A. C. C.; MOREY, B. B. Um ensaio sobre a história da trigonometria antes do século XV. **Conexões - Ciência e Tecnologia**, Ceará, [S. l.], v. 9, n. 4, p. 143–152, dez. 2016. Disponível em: https://conexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/article/view/933. Acesso em: 20 fev. 2023.

PIAGET, J. **Os problemas e os métodos**. In: Piaget J. A representação do mundo na criança. Rio de Janeiro: Record, 1975, p 5-32.

PITOMBEIRA, J. B. (Coord.) **Multicurso ensino médio: matemática, primeira série**: livro do aluno. 3. ed. Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2008a.

RAMOS, A.; FARIA, P. M.; FARIA, A. Revisão sistemática de literatura - contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, Paraná, v. 14, n. 41, p. 17, 2014.

ROSA, V. F. **Políticas públicas educacionais, direitos sociais e democratização do acesso à escola:** uma visão a partir da implantação da Ação TECNEP na Rede Federal de Educação Tecnológica. Marília, 2011. 137 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Filosofia e Ciências.

REYS, R. **Considerations for teaching using manipulative materials**. Em Teaching made aids for elementary school mathematics. Reston: NCTM.(1982).

RIBEIRO, A. **Concepções de professores do 1º ciclo do ensino básico**: a matemática, o seu ensino e os materiais didácticos. 1995. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico) – Instituto Politécnico de Viseu, Lisboa: APM, 1995.

SANCHES, G.; BETTERVIDE, F. L.; JUNQUEIRA, S. M. S. O uso de material manipulável em aula de trigonometria: uma possibilidade de inclusão. **Anais do Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão (Siepe)**, v. 7, n. 1, 2016.

SANCHIS, I. P.; MAHFOUF, M. Interação e construção: o sujeito e o conhecimento no construtivismo de Piaget. **Ciência & Cognição**, Rio de Janeiro, v. 12, nov. 2007, p. 165-177.

SANTOS, D. C.; CURY, H. N. O uso de materiais manipuláveis como ferramenta na resolução de problemas trigonométricos. **Vidya**, v. 31, n. 1, p. 49-61, jan-jun, 2011.

SANTOS, R. C. **Representações de tabelas e gráficos estatísticos para alunos com deficiência visual**. 2022, 252 p. Tese (Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022. Disponível em: https://pemat.im.ufrj.br/images/Documentos/tese/2022/DSc_28_Rodrigo_Cardoso_dos_Santos.pdf. Acesso em: 15 dez. 2023.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, C. R.; OLIVEIRA, G. S. Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos nas séries iniciais do ensino fundamental. **Itinerarius Reflectionis**, Goiânia, v. 9, n. 1, 2013. Disponível em: https://revistas.ufj.edu.br/rir/article/view/24344. Acesso em: 20 jul. 2024.

SANTOS, S. M. P.; CRUZ, D. R. M. **O lúdico na formação do educador**. In: SANTOS, S. M. P. dos (Org.). O lúdico na formação do educador. Petrópolis, Vozes, 1997.

SANTOS, R. C.; SEGADAS-VIANNA, C. C. Observação da revisão de gráficos e tabelas de estatística adaptados em livros didáticos de Matemática em braille produzidos pelo Instituto Benjamin Constant. **Revista Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, v. 1, ed. 60, p. 29-54, 2017.

SANTOS, R. C.; SEGADAS-VIANNA, C. C.; SANTOS, A. C. F. A leitura tátil de representações de gráficos de barras para alunos cegos. **Revista Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, v. 28, n. 64, 2022.

SARAMA, J.; CLEMENTS, D.H. Promoting a good start: Technology in early childhood mathematics. In: **Promising Models to Improve Primary Mathematics Learning in Latin America and the Caribbean Using Technology**; Arias, E., Cristia, J., Cueto, S., Eds.; InterAmerican Development Bank: Washington, DC, USA, 2009.

SASSAKI, R. K. Inclusão: acessibilidade no lazer, trabalho e educação. **Revista Nacional de Reabilitação (Reação)**, São Paulo, ano XII, mar./abr. 2009, p. 10-16.

SASSAKI, R. K. **Terminologia sobre deficiência na era da inclusão**. In: VIVARTA, V. (coord.). Mídia e deficiência. Brasília: Andi/Fundação Banco do Brasil, 2003, p. 160-165.

SASSERON, L. H. Fundamentos teórico-metodológico para o ensino de ciências: a sala de aula. **Fundamentos Teórico-Metodológico para o Ensino de Ciências: a sala de aula**. São Paulo: USP, UNIVESP. Disponível em: https://midia.atp.usp.br/plc/plc0704/impressos/plc0704_12.pdf. Acesso em: 12 abr. 2023.

SELTMAN, W. A. **What is acuity of vision?** Disponível em: https://www.webmd.com/eye-health/what-is-acuity-of-vision. Acesso em: 15 abr. 2024.

SEIF, S. K. **Tabela de Snellen**: uma ferramenta de avaliação da acuidade visual. Disponível em: https://sanarmed.com/tabela-de-snellen-uma-ferramenta-de-avaliacao-da-acuidade-visual-colunistas/. Acesso em: 12 abr. 2024.

SERRAZINA, L. **Didáctica da matemática: os materiais e o ensino da matemática**. Realização de Paulo Cartaxo; Tecnóloga Isabel Ribeiro. Consultoria científica de José Manuel Matos. Lisboa: Universidade Aberta, 1996. 1 prog. vídeo (22 min., 39 seg.)

SERRAZINA, M. L.; MATOS, J. M. **Didática da matemática.** Lisboa, Universidade Aberta, 1996.

SILVA, L. F. et al. Ensinando Geometria a Deficientes Visuais: o ambiente dinâmico Geometrix. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 21, n. 02, p. 62, 2013.

SILVA, J. B. C. S.; LIMA, R. M. **Conhecendo e reconhecendo o NAPNE**: algumas informações relevantes a partir de uma pesquisa. 1.ed. Rio de Janeiro: Imperial Editora, 2022.

SOARES, E. F.; FERREIRA, M. C. C.; MOREIRA, P. C. Da prática do matemático para a prática do professor: mudando o referencial da formação matemática do licenciando. **Zetetiké**, v. 5, n. 7, p. 25 - 36, jan-jun, 1997.

SOARES, J. A. M. **O Ensino do ciclo trigonométrico a alunos com deficiência visual: a**

redução ao primeiro quadrante. 2021. Monografia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

SOARES, J. A. M. **Ensino de cones a alunos com deficiência visual: uma abordagem por investigação**. 2023. 53 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Rio de Janeiro, 2023.

SOUSA, M. I. B.; FARIAS, S. A. Revisão de literatura sobre o ensino e aprendizagem de trigonometria: implicações na formação de professores de matemática. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 13, n. 2, p. 1-20, 2023.

SOUZA, S. E. O uso de recursos didáticos no ensino escolar. In: I Encontro de Pesquisa em Educação, IV Jornada de Prática de Ensino, XIII Semana de Pedagogia da UEM: "Infância e Práticas Educativas". **Anais**. Arq. Mudi, 11., Maringá, PR, 2007.

FACCHI, M. G. **A importância do uso de materiais manipuláveis no ensino de matemática.** 2022. Monografia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Pato Branco, 2022.

TALL, D., VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies Mathematics**, 12, p. 151–169, 1981. Disponível em: https://doi.org/10.1007/BF00305619. Acesso em: 09 dez. 2023.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

TROTA, F.; JAKUBOVIC, J.; IMENES, L. M. **Matemática aplicada**. 2º grau. São Paulo: Moderna, 1979.

TURRIONI, A. M. S.; PÉREZ, G. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores.** In: LORENZATO, Sérgio (Org.) O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, p. 57 - 76, 2006.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004. 165 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2004.

THOMPSON, A. Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: GROUWS, D. A. (Ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan Publishing Company, 1992. p. 127-146.

UTTAL, D. H. et al. Dual representation and the linking of concrete and symbolic representations. **Child Development Perspectives**, v. 3, n. 3, p. 156-159. 2009.

VALE, I. **Materiais manipuláveis na sala de aula**: o que se diz, o que se faz. In APM (Eds.), Actas do ProfMat. Lisboa: APM, p. 111-120, 1999.

VALE, I. **Materiais manipuláveis**. Viana do Castelo: ESEVC-LEM, 2002. Disponível em https://ipvc.academia.edu/Isabe lVale. Acesso em: 10 de nov. de 2013

VIGOTSKI, L. S. **Obras Completas – Tomo Cinco**: Fundamentos de Defectologia. Tradução do Programa de Ações Relativas às Pessoas com Necessidades Especiais (PEE). Cascavel, PR: EDUNIOESTE, 2022. 488 p.

VIVEIROS, E. R.; CAMARGO, E. P. Deficiência visual e educação científica: orientações didáticas com um aporte na neurociência cognitiva e teoria dos campos conceituais. **Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias: Góndola, Ens Aprend Cienc**, v. 6, n. 2, p. 25-50, 2011.

ZABALA; A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZANOLLA, S. R. S. O conceito de mediação em Vigotski e Adorno. **Psicologia & Sociedade**, v. 24, n. 1, p. 5-14, 2012. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S0102-71822012000100002. Acesso em: 11 out. 2022.

ANEXOS

Anexo A

REGISTRO DE ASSENTIMENTO DE LIVRE E ESCLARECIDO

O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual

Pesquisador: Jean Avelino de Melo Soares

Tels: (21) 98601-4268 ou e-mail: jeannavelino@gmail.com

Você está sendo convidado a participar da pesquisa **O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual.**

Queremos entender os obstáculos encontrados pelos alunos com deficiência visual no ensino de trigonometria, se são por conta das atividades ou dos materiais manipulados disponíveis. Você não será o único participante desta pesquisa. Outros alunos que frequentam o Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE) do XXX também vão participar porque seus pais autorizaram que eles(elas) participem e/ou porque eles(elas) quiseram. Caso não queira, você não precisa participar da pesquisa se assim desejar, é direito seu. Caso participe, não terá nenhum problema se desistir futuramente. Os riscos dessa pesquisa são mínimos, você poderá sentir-se cansado ou achar que sua participação estará acarretando na avaliação do professor ou até mesmo sua, vale destacar que nosso objetivo não é apontar erros ou acertos. O que se espera nesse estudo é contribuir para que outros estudantes com deficiência visual possam ter o conteúdo de trigonometria, assim como os demais alunos da instituição. Esperamos que você nos ajude, respondendo a algumas perguntas porque a partir de nossas descobertas, ajudaremos a melhorar o ensino em sua escola. Toda participação será mantida em sigilo, assim como, os arquivos referentes a esta pesquisa. Estes arquivos e dados serão mantidos em pastas na nuvem com senha e não serão compartilhados de forma alguma com ninguém. Caso decida aceitar o convite, você irá responder a algumas perguntas por meio de atividades e utilizará o material manipulado Multiplano. Não terá nenhum custo em sua participação. Basta escrever seu nome aqui embaixo.

Aluno Entrevistado

____

REGISTRO DE ASSENTIMENTO DE LIVRE ESCLARECIDO

O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual

Pesquisador: Jean Avelino de Melo Soares

Aluno de mestrado da Universidade Federal do Rio de Janeiro sob a orientação da professora Claudia Coelho de Segadas Vianna

Tels: (21) 98601-4268 ou e-mail: jeannavelino@gmail.com

Eu____ aceito participar da pesquisa "**O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual**", que tem o objetivo de contribuir para ensino do conteúdo de trigonometria no ciclo trigonométrico, sobretudo, de redução ao primeiro quadrante a alunos com deficiência visual a partir de atividades e utilizando o recurso manipulado acessíveis a vocês. Esperamos contribuir e motivar a aprendizagem do conteúdo de trigonometria aos alunos com deficiência visual. O estudo investiga as possibilidades do uso de recursos manipuláveis, dentre eles, o Multiplano, para o ensino do conteúdo de trigonometria. Entendi como será a pesquisa e o estudo. Entendi que posso dizer "sim" e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer "não" e desistir que ninguém vai ficar zangado. O pesquisador tirou minhas dúvidas e conversou com os meus responsáveis. Recebi uma cópia deste registro de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Rio de Janeiro, ____de _________de __________.

____

Assinatura do aluno (maior de idade)

____

Assinatura do pesquisado

Anexo B

REGISTRO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Informações aos participantes maiores de idade

1) **Título do protocolo do estudo: O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual**

2) **Convite**

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa **O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual**. Antes de decidir se você participará, é importante que entenda porque o estudo está sendo feito e o que ele envolverá. Reserve um tempo para ler cuidadosamente as informações a seguir e faça perguntas se algo não estiver claro ou se quiser mais informações. Não tenha pressa de decidir se deseja ou não participar desta pesquisa.

3) **O que é o projeto?**

Trata-se de uma pesquisa que utilizará o método da entrevista baseada em tarefas. A pesquisa pretende ser realizada no Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE) do XXX. Será realizada com 5 ou 6 estudantes com deficiência visual do 1° ano do Ensino Médio, durante as aulas de matemática, com o conteúdo de trigonometria. Para este estudo, investigarei os obstáculos encontrados pelos alunos no ensino de trigonometria. Se esses obstáculos se dão por conta dos recursos utilizados ou pelo conteúdo. Em um primeiro momento, realizarei uma entrevista semiestruturada para compreender mais sobre o aluno, se ele já havia estudado trigonometria antes, e do que ele se lembra deste conteúdo. Em um segundo momento, atuarei junto ao professor de matemática deste núcleo propondo atividades adaptadas de trigonometria com o uso do recurso manipulativo Multiplano. Acompanharei estes alunos durante as aulas de trigonometria que devem ocorrer em torno de 1 semestre (6 meses) aproximadamente. Após assistir as aulas destes alunos e aplicar as atividades, ao final do semestre, reaplicaremos um questionário para compreender como foi a aprendizagem deste conteúdo, se o recurso funcionou e se há algo que precisa ser melhorado.

4) **Qual é o objetivo do estudo?**

O projeto visa permitir que os alunos entendam o conceito de trigonometria no ciclo trigonométrico, mais precisamente redução ao primeiro quadrante, a partir da elaboração de atividades que sejam pertinentes e que possam contribuir e motivar a aprendizagem do conteúdo de trigonometria nesses alunos. O estudo investiga as possibilidades do uso de recursos manipuláveis, dentre eles, o Multiplano, para o ensino do conteúdo de trigonometria. Ao término da pesquisa, espero apresentar um produto educacional que atenda às mínimas necessidades dos alunos e dos professores de Matemática no ensino e na aprendizagem em trigonometria e contribuir com um texto que seja reflexivo para que professores interessados em educação inclusiva, educação especial e que trabalham com alunos com DV possam desenvolver, da melhor forma possível, o conteúdo de trigonometria com seus alunos.

5) Por que eu fui escolhido(a)?

As entrevistas e as atividades desenvolvidas serão oferecidas a alunos com deficiência visual e sua participação é voluntária, conforme desejo e autorização dos interessados. As atividades são relativas ao conteúdo de trigonometria, conteúdo observado durante o final do Ensino Fundamental (9° ano) e 1° ano do Ensino Médio. As atividades buscam compreender sobre o ensino de trigonometria a alunos com deficiência visual, a partir da utilização de materiais manipulativos. Todos os participantes deverão ser do Ensino Médio do XXX, alunos com deficiência visual cujo as aulas se realizam no Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE).

6) Eu terei que participar?

Você é quem decide se deseja participar ou não deste estudo/pesquisa. Caso decida participar do projeto **O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual**, você deverá assinar este registro e receberá uma via assinada pelo pesquisador, a qual deverá ser guardada. Mesmo se você decidir participar e autorizar, você ainda tem a liberdade de se retirar das atividades a qualquer momento, sem qualquer justificativa. Isso não afetará em nada sua participação em demais atividades e não causará nenhum prejuízo.

7) O que acontecerá comigo caso participe? O que terei que fazer?

Aceitando, você participará de entrevistas com algumas atividades de trigonometria. Para cada uma das atividades, o/a participante terá à disposição recursos materiais e professores para auxiliá-lo no manuseio dos recursos. As entrevistas serão filmadas e/ou os áudios serão gravados para o estudo da pesquisa. Caso ele/ela participe da pesquisa, será necessário apenas responder as perguntas das atividades e utilizar o material disponível.

8) O que é exigido de mim nesse estudo além da prática de rotina?

Serão exigidos do participante apenas as respostas e opiniões relativas às atividades, assim como, a manipulação do material disponibilizado, nada mais que isso.

9) Eu terei alguma despesa ao participar da pesquisa?

Não. Ao participar desta pesquisa, o participante não precisará contribuir com nenhum custo relativo a ela, desse modo, não existirá nenhuma despesa quanto a participação e contribuição para a pesquisa.

10) Quais são os eventuais riscos ao participar do estudo?

Uma vez que envolve indivíduos, não podemos descartar os riscos envolvidos em uma pesquisa. Espera-se que esta pesquisa gere o mínimo de risco possível. Os possíveis riscos envolvidos na pesquisa são que os estudantes possam sentir que sua participação estará acarretando na avaliação do professor ou dele próprio, vale destacar que nosso objetivo não é apontar erros ou acertos. O que se espera nesse estudo é contribuir para que outros estudantes com deficiência visual possam ter o conteúdo de trigonometria, assim como os demais alunos da instituição. Caso queira, poderá encerrá-la quando quiser, sem ônus ao participante da pesquisa. A participação dos estudantes se dará de forma totalmente voluntária, podendo ele recusar-se em participar, ou até mesmo desistir a qualquer momento sem que isso acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua resposta. Caso sinta-se cansado, desconfortável ou até mesmo com vergonha, poderemos parar a entrevista e retomá-la em um momento posterior

11) Quais são os possíveis benefícios de participar?

As contribuições da minha pesquisa visam atender tanto o aluno, quanto ao professor no ensino e na aprendizagem de trigonometria, sobretudo, de redução ao primeiro quadrante para alunos com DV; contribuir com subsídios e materiais matemáticos, sobretudo, de trigonometria para o ensino de aluno com Deficiência visual; proporcionar uma reflexão nos professores sobre as melhores práticas no ensino do tema e compartilhar saberes; construir um material que possa ser validado durante a minha pesquisa e disseminado entre os professores, e desse modo, contribuindo para uma pesquisa que esteja ao alcance dos educadores. Assim sendo, participando, você possibilita que o ensino do conteúdo de trigonometria seja trabalhando com alunos com deficiência visual por meio de atividades e com o uso de recursos manipuláveis acessíveis a suas realidades e necessidades.

***12)* O que acontece quando o estudo terminar?**

O pesquisador apresentará e entregará os resultados obtidos ao XXX.

13) E se algo der errado?

A pesquisa só será realizada com o consentimento dos envolvidos. Caso por algum motivo o participante da pesquisa sentir-se desconfortável, poderá retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa ou mesmo se retirar dela quando desejar, sem qualquer prejuízo ou justificativa.

14) A participação neste estudo será mantida em sigilo?

Sim. Toda participação será mantida em sigilo, assim como, os arquivos referentes a esta pesquisa. Estes arquivos e dados serão mantidos em pastas na nuvem com senha e não serão compartilhados de forma alguma com ninguém.

15) Contato para informações adicionais

Dados do(a) pesquisador(a) responsável: Prof. Jean Avelino de Melo Soares

E-mail: jeannavelino@gmail.com

Tel: (21) 98601-4268

Dados da Instituição Proponente.

Dados do CEP: *Comitê de Ética em Pesquisa do CFCH – Campus da UFRJ da Praia Vermelha – Prédio da Decania do CFCH, 3º andar, Sala 30 – Telefone: (21) 3938-5167 – Email: cep.cfch@gmail.com*

O Comitê de Ética em Pesquisa é um colegiado responsável pelo acompanhamento das ações deste projeto em relação a sua participação, a fim de proteger os direitos dos participantes desta pesquisa e prevenir eventuais riscos.

16) Remunerações financeiras

Nenhum incentivo ou recompensa financeira está previsto pela sua participação nesta pesquisa.

Obrigado por ler estas informações. Se deseja participar deste estudo, assine este Registro de Consentimento Livre e Esclarecido e devolva-o ao(à) pesquisador(a). Você deve guardar uma via deste documento para sua própria garantia.

1 – Confirmo que li e entendi as informações sobre o estudo acima e que tive a oportunidade de fazer perguntas.

2 – Entendo que minha participação é voluntária, sendo livre para retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar dar explicações, e sem sofrer prejuízo ou ter meus direitos afetados.

3 – Concordo em participar ou permitir que o meu filho(a) participe da pesquisa acima.

Nome do participante: ____

Assinatura do participante (maior de idade): _____________________________

Data: ______/______/______

OBS: Duas vias devem ser feitas, uma para o usuário e outra para o pesquisador.

Anexo C

REGISTRO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Informações aos responsáveis pelos participantes

1) **Título do protocolo do estudo: O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual**

2) **Convite**

Seu filho(a) está sendo convidado(a) a participar da pesquisa **O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual**. Antes de decidir se ele/ela participará, é importante que entenda porque o estudo está sendo feito e o que ele envolverá. Reserve um tempo para ler cuidadosamente as informações a seguir e faça perguntas se algo não estiver claro ou se quiser mais informações. Não tenha pressa de decidir se deseja ou não participar desta pesquisa.

3) **O que é o projeto?**

Trata-se de uma pesquisa que utilizará o método da entrevista baseada em tarefas. A pesquisa pretende ser realizada no Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE) do XXX. Será realizada com 5 ou 6 estudantes com deficiência visual do 1° ano do Ensino Médio, durante as aulas de matemática, com o conteúdo de trigonometria. Para este estudo, investigarei os obstáculos encontrados pelos alunos no ensino de trigonometria. Se esses obstáculos se dão por conta dos recursos utilizados ou pelo conteúdo. Em um primeiro momento, realizarei uma entrevista semiestruturada para compreender mais sobre o aluno, se ele já havia estudado trigonometria antes, e do que ele se lembra deste conteúdo. Em um segundo momento, atuarei junto ao professor de matemática deste núcleo propondo atividades adaptadas de trigonometria com o uso do recurso manipulativo Multiplano. Acompanharei estes alunos durante as aulas de trigonometria que devem ocorrer em torno de 1 semestre (6 meses) aproximadamente. Após assistir as aulas destes alunos e aplicar as atividades, ao final do semestre, reaplicaremos um questionário para compreender como foi a aprendizagem deste conteúdo, se o recurso funcionou e se há algo que precisa ser melhorado.

4) **Qual é o objetivo do estudo?**

O projeto visa permitir que os alunos entendam o conceito de trigonometria no ciclo trigonométrico, mais precisamente redução ao primeiro quadrante, a partir da elaboração de atividades que sejam pertinentes e que possam contribuir e motivar a aprendizagem do conteúdo de trigonometria nesses alunos. O estudo investiga as possibilidades do uso de recursos manipuláveis, dentre eles, o Multiplano, para o ensino do conteúdo de trigonometria. Ao término da pesquisa, espero apresentar um produto educacional que atenda às mínimas necessidades dos alunos e dos professores de Matemática no ensino e na aprendizagem em trigonometria e contribuir com um texto que seja reflexivo para que professores interessados em educação inclusiva, educação especial e que trabalham com alunos com DV possam desenvolver, da melhor forma possível, o conteúdo de trigonometria com seus alunos.

5) Por que meu filho(a) foi escolhido(a)?

As entrevistas e as atividades desenvolvidas serão oferecidas a alunos com deficiência visual e sua participação é voluntária, conforme desejo e autorização dos interessados. As atividades são relativas ao conteúdo de trigonometria, conteúdo observado durante o final do Ensino Fundamental (9° ano) e 1° ano do Ensino Médio. As atividades buscam compreender sobre o ensino de trigonometria a alunos com deficiência visual, a partir da utilização de materiais manipulativos. Todos os participantes deverão ser do Ensino Médio do XXX, alunos com deficiência visual cujo as aulas se realizam no Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE).

6) Ele terá que participar?

Seu filho(a) é quem decide se deseja participar ou não deste estudo/pesquisa. Caso ele decidir participar do projeto **O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual**, você responsável deverá assinar este registro e receberá uma via assinada pelo pesquisador, a qual deverá ser guardada. Mesmo se ele/ela decidir participar e autorizado, ele/ela mesmo ainda tem a liberdade de se retirar das atividades a qualquer momento, sem qualquer justificativa. Isso não afetará em nada sua participação em demais atividades e não causará nenhum prejuízo.

7) O que acontecerá com ele/ela caso participe? O que ele terá que fazer?

Aceitando, ele(a) participará de entrevistas com algumas atividades de trigonometria. Para cada uma das atividades, o(a) participante terá à disposição recursos materiais e professores para auxiliá-lo no manuseio dos recursos. As entrevistas serão filmadas e/ou os áudios serão gravados para o estudo da pesquisa. Caso ele/ela participe da pesquisa, será necessário apenas responder as perguntas das atividades e utilizar o material disponível.

8) O que é exigido de dele/dela nesse estudo além da prática de rotina?

Serão exigidos do participante apenas as respostas e opiniões relativas às atividades, assim como, a manipulação do material disponibilizado, nada mais que isso.

9) Eu terei alguma despesa ao participar da pesquisa?

Não. Ao participar desta pesquisa, o participante não precisará contribuir com nenhum custo relativo a ela, desse modo, não existirá nenhuma despesa quanto a participação e contribuição para a pesquisa.

10) Quais são os eventuais riscos ao participar do estudo?

Uma vez que envolve indivíduos, não podemos descartar os riscos envolvidos em uma pesquisa. Espera-se que esta pesquisa gere o mínimo de risco possível. Os possíveis riscos envolvidos na pesquisa são que os estudantes possam sentir que sua participação estará acarretando na avaliação do professor ou dele próprio, vale destacar que nosso objetivo não é apontar erros ou acertos. O que se espera nesse estudo é contribuir para que outros estudantes com deficiência visual possam ter o conteúdo de trigonometria, assim como os demais alunos da instituição. Caso queira, poderá encerrá-la quando quiser, sem ônus ao participante da pesquisa. A participação dos estudantes se dará de forma totalmente voluntária, podendo ele recusar-se em participar, ou até mesmo desistir a qualquer momento sem que isso acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua resposta. Caso sinta-se cansado, desconfortável ou até mesmo com vergonha, poderemos parar a entrevista e retomá-la em um momento posterior

11) Quais são os possíveis benefícios de participar?

As contribuições da minha pesquisa visam atender tanto o aluno, quanto ao professor no ensino e na aprendizagem de trigonometria, sobretudo, de redução ao primeiro quadrante para alunos com DV; contribuir com subsídios e materiais matemáticos, sobretudo, de trigonometria para o ensino de aluno com Deficiência visual; proporcionar uma reflexão nos professores sobre as melhores práticas no ensino do tema e compartilhar saberes; construir um material que possa ser validado durante a minha pesquisa e disseminado entre os professores, e desse modo, contribuindo para uma pesquisa que esteja ao alcance dos educadores. Assim sendo, participando, você possibilita que o ensino do conteúdo de trigonometria seja trabalhando com alunos com deficiência visual por meio de atividades e com o uso de recursos manipuláveis acessíveis a suas realidades e necessidades.

***12)* O que acontece quando o estudo termina?**

O pesquisador apresentará e entregará os resultados obtidos ao XXX.

13) E se algo der errado?

A pesquisa só será realizada com o consentimento dos envolvidos. Caso por algum motivo o participante da pesquisa sentir-se desconfortável, poderá retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa ou mesmo se retirar dela quando desejar, sem qualquer prejuízo ou justificativa.

14) A participação neste estudo será mantida em sigilo?

Sim. Toda participação será mantida em sigilo, assim como, os arquivos referentes a esta pesquisa. Estes arquivos e dados serão mantidos em pasta na nuvem com senha e não serão compartilhados de forma alguma com ninguém.

15) Contato para informações adicionais

Dados do(a) pesquisador(a) responsável: Prof. Jean Avelino de Melo Soares

E-mail: jeannavelino@gmail.com

Tel: (21) 98601-4268

Dados da Instituição Proponente.

Dados do CEP: *Comitê de Ética em Pesquisa do CFCH – Campus da UFRJ da Praia Vermelha – Prédio da Decania do CFCH, 3º andar, Sala 30 – Telefone: (21) 3938-5167 – Email: cep.cfch@gmail.com*

O Comitê de Ética em Pesquisa é um colegiado responsável pelo acompanhamento das ações deste projeto em relação a sua participação, a fim de proteger os direitos dos participantes desta pesquisa e prevenir eventuais riscos.

16) Remunerações financeiras

Nenhum incentivo ou recompensa financeira está previsto pela sua participação nesta pesquisa.

Obrigado por ler estas informações. Se deseja participar deste estudo, assine este Registro de Consentimento Livre e Esclarecido e devolva-o ao(à) pesquisador(a). Você deve guardar uma via deste documento para sua própria garantia.

1 – Confirmo que li e entendi as informações sobre o estudo acima e que tive a oportunidade de fazer perguntas.

2 – Entendo que minha participação ou de meu filho(a) é voluntária, sendo livre para retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar dar explicações, e sem sofrer prejuízo ou ter meus direitos afetados.

3 – Concordo em participar ou permitir que o meu filho(a) participe da pesquisa acima.

Nome do participante: ____

Assinatura do responsável do participante: _____________________________

Data: ______/______/______

OBS: Duas vias devem ser feitas, uma para o usuário e outra para o pesquisador.

Anexo D

UFRJ - CENTRO DE FILOSOFIA
E CIÊNCIAS HUMANAS DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO
RIO DE JANEIRO

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: O Ensino de Trigonometria para Alunos com Deficiência Visual
Pesquisador: JEAN AVELINO DE MELO SOARES
Área Temática:
Versão: 3
CAAE: 69108823.5.0000.5582
Instituição Proponente: Universidade Federal Do Rio de Janeiro
Patrocinador Principal: FUND COORD DE APERFEICOAMENTO DE PESSOAL DE NIVEL SUP

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 6.436.728

Apresentação do Projeto:
Trata-se de uma pesquisa qualitativa e descritiva, que utilizará o método da entrevista baseada em tarefas. A pesquisa pretende ser realizada no Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE) do xxx. Será realizada com 5 ou 6 estudantes com deficiência visual do 1° ano do Ensino Médio, durante as aulas de matemática, do conteúdo de trigonometria. Para este estudo, investigarei os obstáculos encontrados pelos alunos no ensino de trigonometria. Se esses obstáculos se dão por conta dos recursos utilizados ou pelo conteúdo. Em um primeiro momento, realizarei uma entrevista semiestruturada para compreender mais sobre o aluno, se ele já havia estudado trigonometria antes, e do que ele se lembra deste conteúdo. Em um segundo momento, atuarei junto ao professor de matemática deste núcleo propondo atividades adaptadas de trigonometria com o uso do recurso manipulativo Multiplano. Acompanharei estes alunos durante as aulas de trigonometria que devem ocorrer em torno de 1 semestre (6 meses) aproximadamente. Após assistir as aulas destes alunos e aplicar as atividades, ao final do semestre, reaplicaremos um questionário para compreender como foi a aprendizagem deste conteúdo, se o recurso funcionou e se há algo que precisa ser melhorado.

Objetivo da Pesquisa:
- Apresentar um produto educacional que atenda as mínimas necessidades dos alunos e dos professores de Matemática no ensino e na aprendizagem em trigonometria e contribuir com um texto que seja reflexivo para que professores interessados em educação inclusiva, educação

especial e que trabalham com alunos com DV possam desenvolver, da melhor forma possível, o conteúdo de trigonometria com seus alunos.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

-Enquanto uma pesquisa nas Ciências Humanas, envolve risco mínimo, principalmente relacionados a possíveis constrangimentos que possam ocorrer durante a interação entre pesquisadores e outros participantes.

-Os riscos são descritos da seguinte maneira nas informações inseridas na Plataforma e no RCLE para responsáveis e para participantes maiores de idade:

"Uma vez que como envolve indivíduos, não podemos descartar os riscos envolvidos em uma pesquisa. Espera-se que esta pesquisa gere o mínimo de risco possível. Os possíveis riscos envolvidos na pesquisa são que os estudantes possam sentir que sua participação está acarretando na avaliação do professor ou dele próprio, vale destacar que nosso objetivo não é apontar erros ou acertos. O que se espera nesse estudo é contribuir para que outros estudantes com deficiência visual possam ter o conteúdo de trigonometria, assim como os demais alunos da instituição. A participação dos estudantes se dará de forma totalmente voluntária, podendo ele, recursar-se em participar, ou até mesmo desistir a qualquer momento sem que isso acarrete qualquer ônus ou prejuízo a sua resposta. Caso sinta-se cansado, desconfortável ou até mesmo com vergonha, poderemos parar a entrevista e retomá-la em um momento posterior."

-Os benefícios são indicados da seguinte maneira nas informações inseridas na Plataforma e no RCLE para responsáveis e para participantes maiores de idade:

"As contribuições da minha pesquisa visam atender tanto o aluno, quanto ao professor no ensino e na aprendizagem de trigonometria, sobretudo, de redução ao primeiro quadrante para alunos com DV; contribuir com subsídios e materiais matemáticos, sobretudo, de trigonometria para o ensino de aluno com Deficiência visual; proporcionar uma reflexão nos professores sobre as melhores práticas no ensino do tema e compartilhar saberes; construir um material que possa ser validado durante a minha pesquisa e disseminado entre os professores, e desse modo, contribuindo para uma pesquisa que esteja ao alcance dos educadores."

-Os riscos são indicados da seguinte maneira no RALE:

"Você poderá se cansar durante a participação, mas pode interrompê-la quando quiser."

E da seguinte maneira no RALE 2:

"Você poderá sentir-se cansado ou achar que sua participação estará acarretando na avaliação do professor ou até mesmo sua, vale destacar que nosso objetivo não é apontar erros ou acertos."

E os benefícios são apontados da seguinte maneira no RALE e no RALE2:
"Esperamos que você nos ajudar, respondendo a algumas perguntas porque a partir de nossas descobertas, ajudaremos a melhorar o ensino em sua escola."

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:
-A pesquisa objetiva desdobramentos importantes para sua área de conhecimento e possui relevância social.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:
-RCLE:
-Não há pendências
-RALE:
-No RALE 2, o subtítulo do documento aponta: Para alunos maiores de idade.

Recomendações:
-O RALE é um termo de esclarecimento voltado para crianças e adolescentes com menos de 18 anos, portanto, recomenda-se fortemente a retirada do subtítulo "para alunos maiores de idade" do documento apresentado como RALE 2. Além disso, é importante excluir da plataforma e não utilizar o documento RALE, que se encontra com menos informações que o documento RALE 2.
-É importante que o RCLE e o RALE sejam redigidos sempre em linguagem clara e acessível aos participantes da pesquisa. O primeiro registra o consentimento do responsável e, o segundo, o assentimento da pessoa menor de idade, de acordo com o Artigo 15 da Resolução 510. A Resolução 510 preza principalmente pela garantia dos meios mais acessíveis para o esclarecimento da pesquisa aos participantes, considerando seus lugares e condições sociais, conforme se lê em seu Art. 2º, inciso XXII.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:
O projeto está aprovado.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação

Endereço: Av Pasteur, 250-Praia Vermelha, prédio CFCH, 3º andar, sala 30
Bairro: URCA **CEP:** 22.290-240
UF: RJ **Município:** RIO DE JANEIRO
Telefone: (21)3938-5167 **E-mail:** cep.cfch@gmail.com

Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2084490.pdf	19/08/2023 16:15:26		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	RCLE2menoresdeidadeJeanAvelino.pdf	19/08/2023 16:14:19	JEAN AVELINO DE MELO SOARES	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	RCLE2maioresdeidadeJeanAvelino.pdf	19/08/2023 16:14:13	JEAN AVELINO DE MELO SOARES	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	RALE2JeanAvelino.pdf	19/08/2023 16:14:06	JEAN AVELINO DE MELO SOARES	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	RALEJeanAvelinodeMeloSoares.pdf	25/05/2023 19:46:03	JEAN AVELINO DE MELO SOARES	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	RCLEJeanAvelinodeMeloSoares.pdf	25/05/2023 19:45:45	JEAN AVELINO DE MELO SOARES	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoJeanAvelino.pdf	27/03/2023 18:29:03	JEAN AVELINO DE MELO SOARES	Aceito
Outros	RoteiroJean.pdf	27/03/2023 18:25:50	JEAN AVELINO DE MELO SOARES	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEJeanAvelino.pdf	27/03/2023 18:23:33	JEAN AVELINO DE MELO SOARES	Aceito
Folha de Rosto	FolhaderostoJeanAvelino.pdf	27/03/2023 18:21:35	JEAN AVELINO DE MELO SOARES	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

RIO DE JANEIRO, 19 de Outubro de 2023

Assinado por:
FERNANDA MARIA DA COSTA VIEIRA
(Coordenador(a))

Anexo E

Atividades para o ensino de trigonometria na circunferência trigonométrica

As atividades aqui construídas tiveram como base a tríade: triângulo, circunferência e plano cartesiano. Partindo da compreensão de triângulo retângulo e de elementos que o compõem (hipotenusas e catetos), é possível de se construir uma circunferência com raio de mesma medida que a hipotenusa deste triângulo. O plano cartesiano surgirá quando se insere um par de eixos cartesianos cuja origem é o centro da circunferência construída. Essa construção nos permite utilizar o material escolhido para o nosso trabalho, Multiplano, uma vez que ele se baseia em uma placa perfurada, semelhante a um plano, no qual através de pinos e um círculo, é possível conceber a construção da circunferência trigonométrica.

A construção feita desse modo, permitirá que o aluno resgate ideias anteriormente observadas, bem como permite buscar a construção de um elo entre esses conteúdos expressos na tríade mencionada. Esse sequenciamento e união entre assuntos, se assemelha à forma como o conteúdo é apresentado no livro Matemática Ciências e Aplicações (Iezzi *et al*., 2016), livro adotado no colégio de estudo dessa pesquisa. Portanto, faz-se necessário o uso de ferramentas e estruturas já conhecidas pelo aluno, assim como, seguindo uma sequência didática que ajudará esse aluno a construir o conhecimento acerca do que se pretende alcançar.

Pensando na possível impossibilidade de se adquirir o material Multiplano por algumas escolas, na questão que esse recurso ainda se torna insuficiente para atender com completude esse conteúdo e na necessidade de aumentar os potenciais dos alunos, dessa forma, utilizamos outros recursos confeccionados de modo manual, com produtos do dia a dia, para que nossas atividades sejam as mais democráticas possíveis, partindo do princípio da equidade de oportunidade e acesso. Para esses materiais, utilizamos cola, tesouras, réguas, papelão, madeira, pregos, E.V.A., dentre outros, utilizando para isso materiais presentes no cotidiano.

Os recursos e as atividades confeccionadas, permite-se que se chegue a perguntas e discussões muito mais profundas, que apenas com o recurso Multiplano não é possível solucionar, e quando é, torna-se fragmentado por não alcançar todas as possibilidades existentes do assunto. Dessa forma, os novos recursos em composição com o Multiplano podem facilitar a aprendizado de um conteúdo árduo como o de trigonometria na circunferência trigonométrica, quando se pensa no fato que somente com o uso do multiplano como ele estar, não dar conta de atender com profundidade esse tema. Repensar nas atividades e no material utilizado se deu com o intuito de permitir ampliar o horizonte matemático do aluno.

Deixamos claro, antes de adentrar as atividades propriamente, que os professores são livres para que possam utilizar de perguntas que acharem pertinentes ao seu aluno quanto a esse conteúdo, assim como para alterá-las se preciso for. Por mais que construamos uma atividade e desenvolvamos uma ordem a ser seguida (sequência didática), é o professor quem conhece o seu aluno e cabe a ele nortear as atividades que aqui seguem. É ele, o indivíduo responsável por conhecer o universo linguístico matemático de seu aluno, portanto, fica a cargo deste profissional analisar e desenvolver as perguntas da forma que achar pertinente.

As questões a seguir são diagnósticas para as atividades, pois utilizam-se de conhecimentos aprendidos em séries anteriores para o seu desenvolvimento. O resgate desses conceitos, favorece na construção e fluidez das ideias envolvidas.

Perguntas introdutória

1) O que é um triângulo? E um triângulo retângulo?

2) O que são catetos e hipotenusa?

3) Saberia me dizer como calcular o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo em um triângulo retângulo?

4) Você já ouviu falar em ângulos notáveis em um triângulo?

* Diga o que você lembra acerca destes ângulos.

5) O que é uma circunferência?

6) Lembra da fórmula do comprimento de uma circunferência?

7) Sabe definir o que é radiano?

De modo a organizar o entendimento do leitor quanto à numeração das figuras que seguem este anexo (de atividades), devemos salientar que a mesma não corresponde à legenda adotada na exemplificação das entrevistas com os alunos. Aqui, ela segue de modo diferente, haja vista que foram as primeiras a serem desenvolvidas e que durante a construção deste texto, outras imagens foram incorporadas. Dessa forma, não conseguimos utilizar a mesma numeração que compõem este anexo.

Atividade do nível 1

Materiais utilizados

- Papel paraná para a construção dos 4 triângulos
- Estilete ou tesoura
- Cola quente
- E.V.A
- Régua graduada
- Barbante
- Multiplano (opcional)

Objetivos

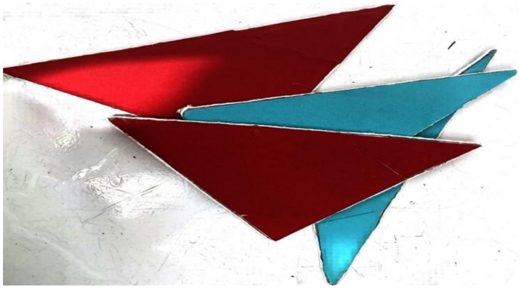
- Reconhecer figuras geométricas e seus elementos
- Identificar as razões trigonométricas no triângulo retângulo
- Recordar o comprimento da circunferência
- Determinar o significado da medida radiano

1) Você sabe o que é um triângulo? E um triângulo retângulo?

Caso o aluno não saiba responder a essas perguntas, disponibilizar diferentes tipos de triângulos construídos em papel paraná e permitir que o aluno identifique essa figura geometria.

*Com o esquema de triângulos (não estático) construídos, é possível identificar os ângulos internos. Colocar textura em cada ângulo para identificar diferenças e semelhanças entre eles.
*Espalhar diferentes figuras de triângulos sobre a mesa e pedir que o aluno identifique aqueles que são triângulos retângulos e aqueles que não são.

Figura 1 - Representação de diferentes tipos de triângulos.



Fonte: Autor.

2) Você sabe dizer o que são catetos e hipotenusa?

Desenvolvimento da atividade:

1° modo: utilizar os triângulos construídos na atividade anterior e identificar esses elementos, para o caso de não dispor do Multiplano. Caso possua esse recurso, apresentar a mesma representação deste triângulo no Multiplano e identificar esses elementos.

2° modo: utilizar um triângulo retângulo com baixo relevo com as devidas indicações em braille (hipotenusa e catetos).

Figura 2 - Representação de um triângulo retângulo e de seus elementos.

Fonte: Autor.

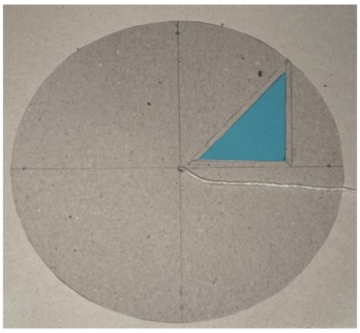
3) Você pode me dizer o que é seno, cosseno e tangente de um triângulo retângulo?

4) Você sabe o que é uma circunferência?

Utilizar um círculo e um pedaço de barbante, em que uma extremidade está presa no centro do círculo e na outra consta um nó (para facilitar que o aluno segure a ponta do barbante).

Desenvolvimento da atividade: Pede-se ao aluno que contorne o círculo com esse barbante. Em cada giro é possível auxiliá-lo a compreender que essa distância permanece constante, correspondendo ao raio do círculo. Além do fato de caracterizar a circunferência como a união de todos os pontos do extremo deste círculo, ou seja, o seu contorno.

Figura 3 - Representação da circunferência, a partir de um círculo em papel paraná com um triângulo retângulo no primeiro quadrante e um barbante preso ao centro.



Fonte: Autor.

5) Lembra da fórmula do comprimento de uma circunferência?

A atividade consiste em 2 passos:

Passo 1 - Inicialmente, para determinar o comprimento de uma circunferência, utiliza-se de três a quatro círculos de diferentes raios construídos em papel paraná ou papelão.

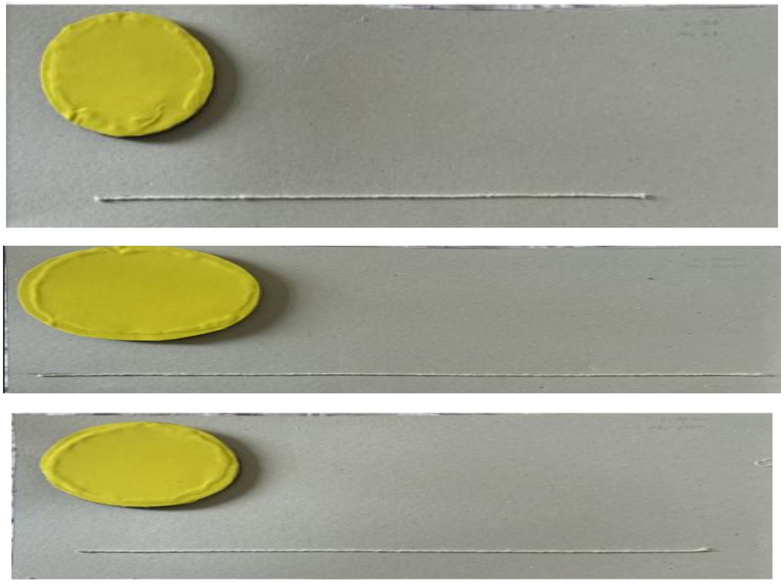
Desenvolvimento da atividade: Pega-se esses diferentes círculos construídos em papel Paraná/papelão fixados em uma base retangular. Com um barbante, solicite que o aluno contorne esse círculo. Em posse desse comprimento e utilizando uma régua adaptada é possível que esse aluno identifique a medida associada e este comprimento.

Passo 2 - Feito isso, para determinar o valor (aproximado) de π, pode-se utilizar os mesmos círculos e um barbante para determinação do diâmetro.

Desenvolvimento da atividade: Pega-se esses diferentes círculos e com um barbante, solicite que o aluno determine o diâmetro desse círculo. Com uma régua, solicite que o aluno meça esse comprimento. Por meio desses dois valores, quando divididos, é verificado que ele corresponde a um valor irracional. A esse valor damos o nome de π.

Utilizando os passos (1) e (2), é possível concluir a fórmula do comprimento da circunferência. ($\pi = \frac{C}{d}$ $e\ como\ d\ =\ 2r, temos\ que$ C = 2πr).

Figura 4 - Representação de círculos com diferentes raios.



Fonte: Autor.

6) Sabe definir o que é radiano?

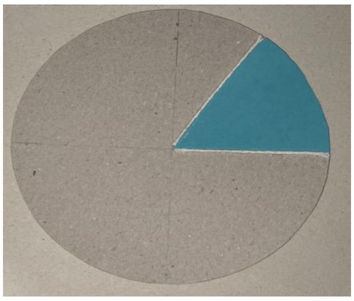
Para a determinação do radiano, utilizamos a própria definição: a medida do ângulo central determinada por um arco cujo comprimento é igual a medida do raio.

Utiliza-se um círculo feito em papel paraná, um barbante e setor circular preso neste círculo.

Desenvolvimento da atividade: Pega-se um barbante com o mesmo comprimento do raio desse círculo e peça para que o aluno verifique, por sobreposição, o quanto esse comprimento preenche o comprimento dessa circunferência. Pode-se utilizar um E.V.A para demarcar essa circunferência através de um setor circular e dois pedaços auxiliares de barbante para delimitar esse triângulo. Isso facilitará para que o aluno não precise segurar esse barbante com frequência, assim como, indicará a região delimitada por essa medida.

A definição de radiano se originará a partir dessa ideia feita, a partir da figura a seguir:

Figura 5 - Representação de um setor circular.



Fonte: Autor.

Atividade nível 2

Materiais utilizados

- Multiplano
- Elástico;
- Barbante;
- Papel paraná;
- Estilete;
- Cola;
- E.V.A;
- Material de confecção própria;
- Material em Braille e Thermoform (Brasil, 2010) (opcional).

Objetivos

- Localizar pontos no plano cartesiano;
- Construção do ciclo trigonométrico a partir de referenciais orientadores.

.

1) Com o Multiplano, construa um sistema de eixos coordenados O*X* e O*Y*. Apresente os eixos ao aluno, assim como a origem, orientação, os quatro quadrantes. Mostre também como localizar um determinado ponto (par ordenado).

Desenvolvimento da atividade: Para identificar alguns pontos localizados no plano cartesiano pode-se fazer da seguinte forma: com um dedo sobre a origem dos eixos, desloca-se sobre o plano cartesiano respeitando as coordenadas do ponto (x,y). Ex: para o ponto (2,1), precisamos andar na horizontal para a direita 2 unidades, e na vertical, para cima, uma unidade. Esse ponto é o ponto de coordenadas (2,1).

Pode-se espalhar alguns pinos no esquema construído e pedir que o aluno localize alguns dos pontos solicitados.

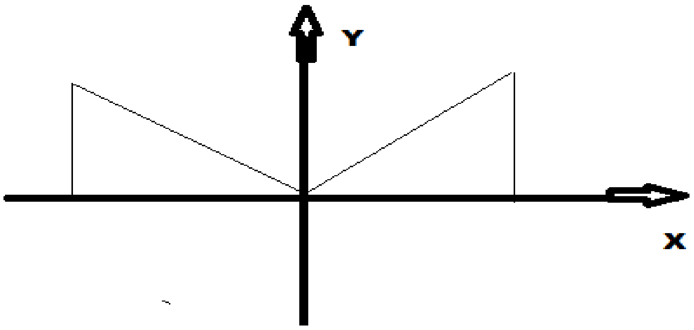
2) Oriente o aluno a sempre começar a localização dos pontos a partir da origem (0,0). Ex.: para localizar o ponto (-1,2), o aluno com o dedo indicador da mão (esquerda/direita) sobre o (0,0), desliza o dedo 1 unidade para a esquerda sobre o eixo horizontal e 2 unidades para cima. Após a fixação do pino, é importante que o professor complete o esquema geométrico para formar o retângulo de comprimento 1 e altura 2, em que o pino é um dos vértices de um retângulo, no segundo quadrante. A localização deste pino é obtida de maneira ordenada, ou seja, caminhando primeiramente sobre o eixo OX (para a esquerda ou para a direita) e em seguida caminhando paralelamente para o eixo OY (para cima ou para baixo).

3) Construa um triângulo retângulo no primeiro quadrante. Identifique os catetos e a hipotenusa. Construa outro triângulo retângulo no segundo quadrante. Identifique semelhanças e diferenças entre esses triângulos.

Algumas perguntas possíveis:

a) Os catetos e as hipotenusas têm o mesmo comprimento?
b) Os triângulos são semelhantes?
c) Têm a mesma altura?

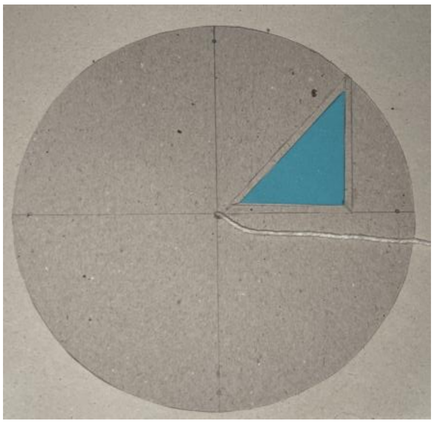
Figura 6 - Representação de dois triângulos retângulos congruentes e de um par de eixos cartesianos.



Fonte: Autor.

4) A partir do triângulo construído no primeiro quadrante, pode-se construir uma circunferência de raio que meça o mesmo comprimento que a hipotenusa.

Figura 7 - Representação da circunferência, a partir de um círculo, com um triângulo retângulo no primeiro quadrante e um barbante preso ao centro.



Fonte: Autor.

Para a construção da circunferência a partir do triângulo retângulo, toma-se um círculo, de papel paraná, com o mesmo tamanho do círculo do material multiplano. Construa um triângulo retângulo no primeiro quadrante do círculo. Prenda um barbante no centro do círculo com um nó na outra extremidade (para facilitar que o aluno segure a ponta do barbante).

Desenvolvimento da atividade:

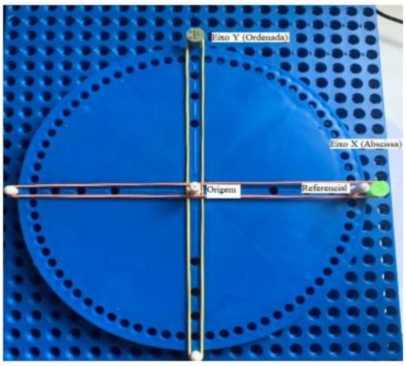
Contorna-se o círculo com esse barbante preso ao centro do círculo. Por meio desse esquema, é possível indicar ao aluno que o raio e a hipotenusa possuem o mesmo comprimento. A circunferência será observada justamente por essa linha que demarca esse contorno da extremidade do círculo.

5) Retorne ao Multiplano e utilize a representação do círculo. Acrescente no círculo a representação do par de eixos coordenados. Isso facilitará na construção das ideias a seguir.

Irei neste exercício mostrar os quadrantes e os valores das coordenadas de pontos sobre a circunferência. Mas inicialmente, apresentarei a representação da Figura 13, por meio da qual podemos nomear os elementos envolvidos neste processo.

Ex.: pino de cabeça chata (origem); pino X; pino Y e pino de cabeça redondo ao lado do pino (referencial), assim como, os 4 quadrantes.

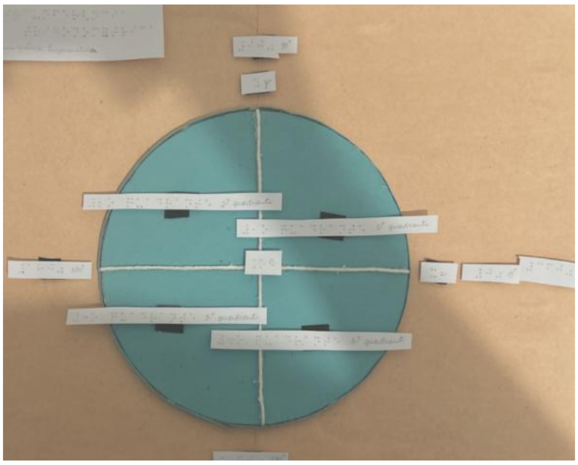
Figura 8 - Representação da circunferência trigonometria a partir de um círculo e do par de eixos cartesianos



Fonte: Autor.

Outra forma de apresentação é utilizando um recurso construído em papel paraná para que o aluno identifique a limitação dos quadrantes, dos eixos e a origem. Utilizando velcro e as palavras escritas em braille, é possível permitir que o aluno identifique os elementos presentes na circunferência trigonométrica. Para identificação dos eixos, foi utilizado barbante, como indicado a seguir:

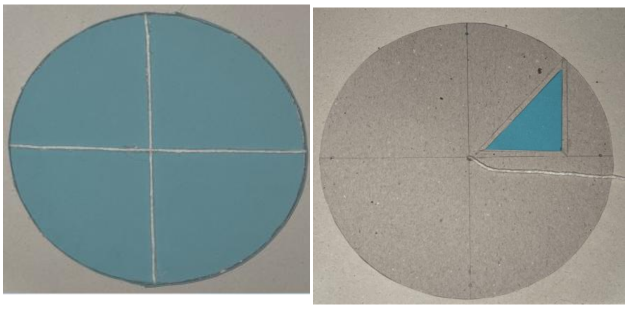
Figura 9 - Representação de uma circunferência trigonometria a partir de um círculo, alguns ângulos em graus e quadrantes.



Fonte: Autor.

Pode-se fazer um paralelo com a questão 4, para que o aluno perceba que a partir da circunferência construída no papel paraná, a partir do triângulo retângulo fixado no primeiro quadrante, também será possível de ser percebido por meio do multiplano.

Figura 10 - Representação de um círculo e seus quatro quadrantes e de um círculo com um triângulo retângulo no primeiro quadrante e um barbante preso ao centro desta circunferência.



Fonte: Autor.

Desenvolvimento da atividade:

Espalhe alguns pinos sobre a circunferência. Fixe um deles. Com o auxílio de um elástico fixado à origem, forme diversos arcos de circunferência tendo como um dos pontos o pino fixo e outro ponto cada um, por sua vez, dos pinos espalhados. Para medir o comprimento dos arcos, pode-se utilizar barbantes ou a contagem dos furos na extremidade da circunferência.

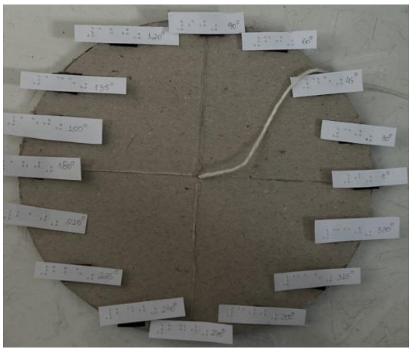
4) Para recordar a definição de ângulo, só que agora, na circunferência, precisamos associá-la à ideia de rotação de uma reta em torno de um ponto O, presente nesta reta.

Desenvolvimento da atividade:

1° modo: Represente um par de eixos cartesianos no círculo presente no Multiplano e demarque a origem desse par de eixos através de um pino. Por meio de um elástico fixado à origem e um pino (não fixado) solicite que o aluno escolha diferentes "furos" para a inserção desse pino. Após fixar esse pino, permita que o aluno identifique que a partir do momento que escolhemos um ponto qualquer, ao longo da circunferência, o ângulo central e o arco variam, justamente devido à rotação feita para a inserção do pino a partir do ponto referencial.

2° modo: No círculo construído de papel paraná, é possível percorrer esse círculo, em ambos os sentidos, horário e anti-horário, para que o aluno perceba que o ângulo está associado à ideia de uma rotação em torno de um ponto fixado. É possível compreender que em cada percurso sobre o círculo, com o barbante, é possível obter um ângulo central.

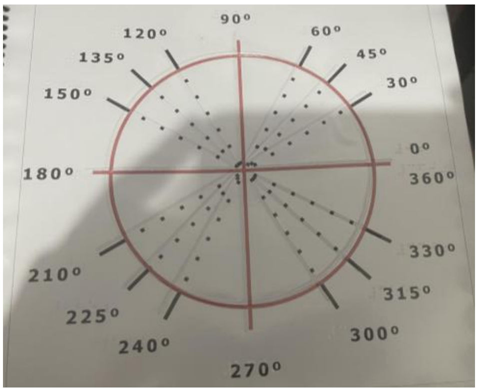
Figura 11 - Representação de um círculo e dos ângulos centrais em graus representados em Braille.



Fonte: Autor.

3° modo: Utilizando o material em braille e com Thermoform, presente em Brasil (2010) para apresentar o círculo trigonométrico com os diferentes ângulos em graus descritos em braille.

Figura 12 - Representação de uma circunferência e seus ângulos centrais expressos em graus da página 2 do livro em braille do Colégio Benjamin Constant.



Fonte: Brasil (2010, p. 2).

5) A partir da ideia de ângulo central, em uma circunferência, utilizar o material multiplano para estabelecer uma relação entre os furos e o ângulo central, em cada quadrante, e a relação de proporcionalidade que se pode obter entre eles.

Sabe-se que uma volta completa do ciclo corresponde a 360°. Para cada "furo" que colocamos um pino, a partir do ponto referencial, isso corresponderá a um arco, e este, se relaciona a um ângulo central.

Para determinar um arco cujo ângulo central é de 90°, precisamos andar sobre o comprimento da circunferência 18 "furos", contando a partir do ponto referencial. Logo, 90° corresponderá ao andar 18 furos. Cada vez que percorro os "furos", a partir do ponto referencial, cada furo descreve um arco associado a um ângulo central de ________ graus (ou seja, 90÷18 = 5°). Para descrever um arco cujo ângulo central é de 30°, isso corresponderá a andar quantos "furos"? Logo, se eu andar ⅓ de 90°, eu andarei quantos graus?

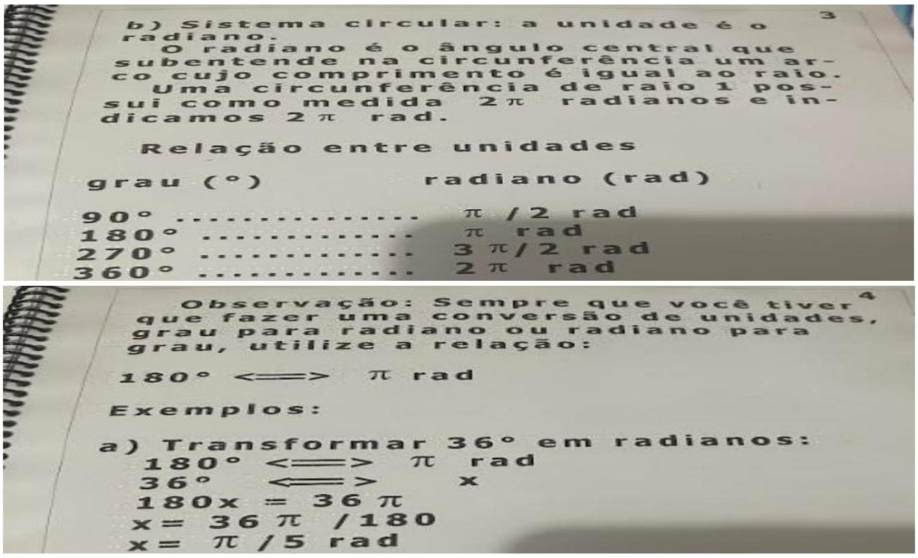
Se eu quiser descrever um arco cujo ângulo central é de 60°, eu preciso andar quantos "furos"? A quantidade de furos é o dobro da encontrada para 30°? Essa quantidade de furos representa qual fração da quantidade total de furos? (Resposta: ⅔)

Para descrever um arco cujo ângulo central é de 45°, eu preciso andar 9 "furos". Essa quantidade de furo representa que fração da quantidade total de furos corresponde a 90°? (R: ½).

6) Transformar graus em radianos, utilizando proporcionalidade.

Pode-se estabelecer uma relação entre o ângulo central em graus e seu respectivo comprimento de arco. Por meio dessa relação, é possível se obter os valores dos ângulos em radianos, assim como feito no material Brasil (2010, p. 3-4). Dessa forma, é possível ser construída uma circunferência com os ângulos centrais da referida figura, com suas medidas em radianos. Sugere-se o registro dos valores encontrados, que uma vez obtidos, podem ser fixados na mesma circunferência construída na questão anterior (2° modo).

Figura 13 - Relações de proporcionalidade entre graus e radianos das páginas 3-4 do livro em braille do Colégio Benjamin Constant.



3

b) Sistema circular: a unidade é o radiano.
O radiano é o ângulo central que subentende na circunferência um arco cujo comprimento é igual ao raio.
Uma circunferência de raio 1 possui como medida 2π radianos e indicamos 2π rad.

Relação entre unidades

grau (°)	radiano (rad)
90°	π /2 rad
180°	π rad
270°	3 π/2 rad
360°	2π rad

4

Observação: Sempre que você tiver que fazer uma conversão de unidades, grau para radiano ou radiano para grau, utilize a relação:

180° <==> π rad

Exemplos:

a) Transformar 36° em radianos:
180° <==> π rad
36° <==> x
180x = 36 π
x = 36 π /180
x = π /5 rad

Fonte: Brasil (2010, p. 3 e 4).

Atividade nível 3

Materiais

- Multiplano
- Elásticos
- Barbante
- Diferentes círculos sobrepostos

Objetivo

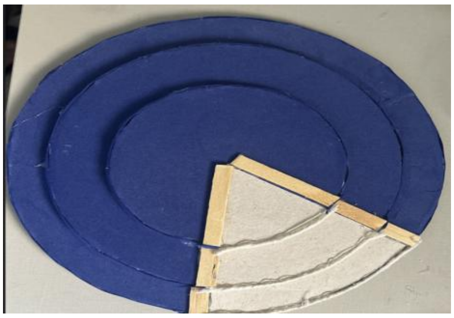
- Estudo dos arcos da circunferência;

Antes de entrarmos na atividade, é importante trabalhar com o aluno, que não somente há uma circunferência centrada na origem de raio unitário. Podemos representar circunferências com diferentes raios, mantendo o ângulo central fixo.

1) Pode-se calcular o comprimento de arcos utilizando proporcionalidade. Para isso, devemos tomar o comprimento de uma circunferência como unidade. Os comprimentos solicitados serão frações do comprimento total. Dessa forma, podemos observar que mantendo fixa a medida do ângulo central, o comprimento de um arco é diretamente proporcional ao raio da circunferência que o contém.

Utilizando o esquema abaixo, a partir de sobreposições de círculos de papel paraná de raios diferentes, barbantes e palitos, é possível estabelecer essa relação entre o comprimento do arco, a medida do raio considerado e o ângulo central.

Figura 14 - Representação de diferentes círculos concêntricos sobre o mesmo ângulo central.



Fonte: Autor.

Figura 20 - Representação da relação entre comprimento de arco e raio.

$$\boxed{\alpha = \frac{\ell}{r}} \quad \text{em que} \begin{cases} \boldsymbol{\alpha}\text{: medida do arco em radianos} \\ \boldsymbol{\ell}\text{: comprimento do arco} \\ \mathbf{r}\text{: medida do raio da circunferência} \end{cases}$$

Fonte: Iezzi et al. (2016).

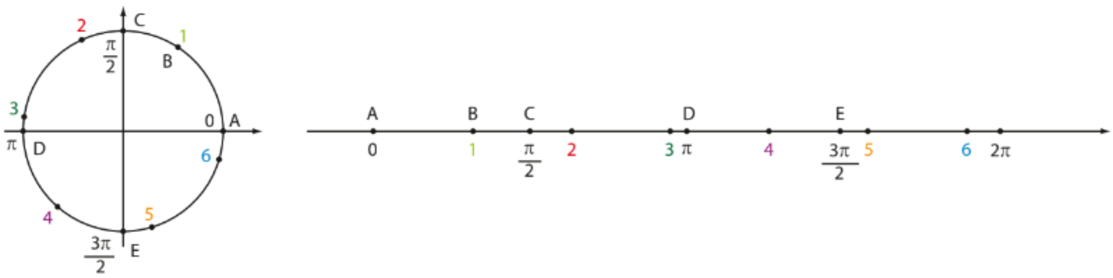
1) Um arco mede 45°. Sabendo-se que o raio da circunferência é de 1 cm, qual é a medida desse arco em radianos?

2) Em uma circunferência de raio 4 cm, toma-se um arco AB de comprimento 5 cm. Qual é, em radianos, a medida desse arco?

3) Qual é o comprimento de um arco de 30° sobre uma circunferência de raio 8 cm?

4) Pode-se retificar a circunferência e associar a cada comprimento (em radianos), o seu valor na reta numérica.

Figura 15 - Representação do comprimento de arco por um barbante e aberto observado no livro.



Fonte: Iezzi et al. (2016).

Algumas perguntas:

- O arco AC corresponde a uma volta completa na circunferência? Esse arco corresponde a que comprimento?
- Saindo do ponto A e percorrendo a extremidade do círculo (a circunferência) cheguei em D. O arco AD corresponde a qual comprimento?
- Saindo de A cheguei em E. Qual o comprimento que percorri?

Atividade nível 4

Materiais

- Multiplano
- Elásticos
- Barbante

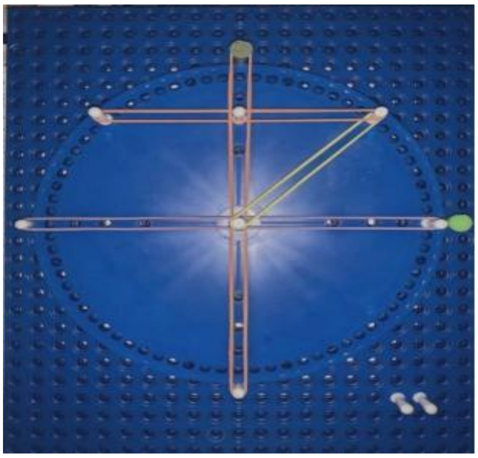
Objetivo

- Reconhecimento dos arcos simétricos a partir das simetrias sobre os eixos e a origem;

1) Trabalhar as simetrias dos arcos: reflexão em relação ao eixo OY (primeiro para o segundo), reflexão em relação ao eixo OX (primeiro para o quarto) e de rotação em relação à origem (primeiro e terceiro).

Atividades envolvendo simetria em relação aos eixos OY, OX e a origem.

Figura 16 - Simetria em relação ao eixo OY.



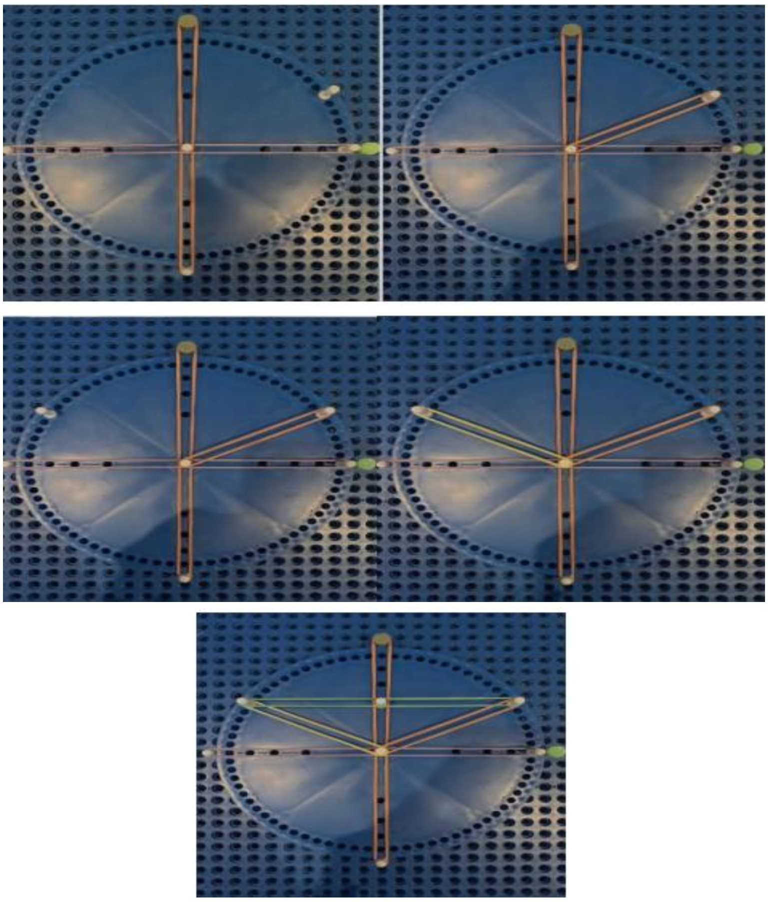
Fonte: Autor (2023).

Para a simetria em relação ao eixo OY, fixe um elástico a partir da origem e com um pino auxiliar, prenda-o em um ponto sobre o círculo, determinado um arco no primeiro quadrante. Com a mão sobre o pino que representa a origem, o aluno desliza o dedo sobre o elástico até encontrar a interseção com a circunferência. Esta interseção será chamada de origem dos arcos (referencial) sobre a circunferência trigonométrica. Explique ao aluno que os arcos são determinados num sentido conhecido como sentido anti-horário. Andar sobre a circunferência determinando arcos no sentido anti-horário (+) ou horário (-), respectivamente.

Desenvolvimento da atividade:

Peça ao aluno para escolher um "furo" para encaixe do pino no primeiro quadrante. Pergunte a ele quantos "furos" existem entre o pino referencial e o pino encaixado na extremidade do arco no primeiro quadrante. Pegue um barbante e meça esse arco. Dê a ele esse barbante com o tamanho do arco no primeiro quadrante. Solicite que posicione esse barbante no segundo quadrante, a partir do pino de interseção entre o eixo OX e a circunferência e localize o "furo" de encaixe correspondente ao segundo pino. Pegue um pino e dê ao aluno solicitando que ele posicione esse pino no "furo" encontrado. Pegue um elástico e ligue os pinos do primeiro e segundo quadrantes. Coloque um pino na interseção dessa reta construída entre os pinos e o eixo OY positivo. Pegue um barbante e meça-o do pino encaixado na interseção entre a reta e o eixo OY ao pino do primeiro quadrante. Dê ao aluno esse barbante e mostre que ele tem a mesma medida entre o pino no segundo quadrante e o pino encaixado na interseção entre a reta e o eixo OY.

Figura 17 - Representação da construção de arcos simétricos no primeiro e segundo quadrantes.

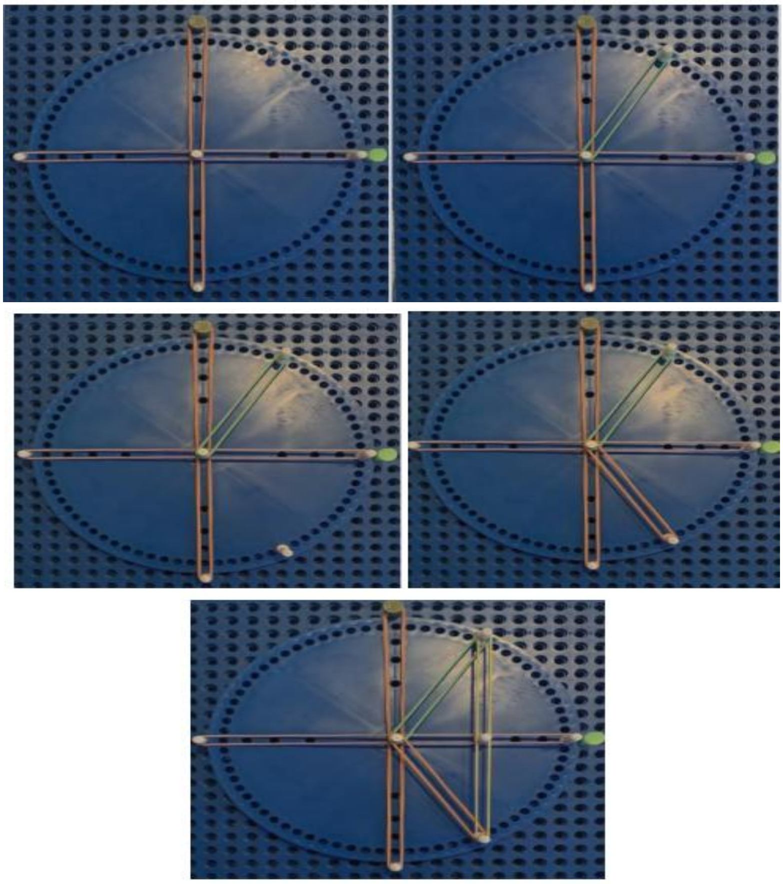


Fonte: Autor.

Caso o aluno tenha dificuldade em compreender ou acompanhar a atividade, uma alternativa é apresentar o ciclo trigonométrico em papel (color set) e após determinado o arco com o barbante, refleti-lo em relação ao eixo de simetria vertical da circunferência dobrando a figura e pressionando o arco determinado pelo barbante com o fundo de uma caneta.

Para a simetria em relação ao eixo OX, deverá ser realizado um processo análogo ao do item anterior, fazendo os devidos ajustes de modo a considerar o novo eixo de reflexão, eixo OX. O processo descrito no item anterior será então repetido.

Figura 18 - Representação da construção de arcos simétricos do primeiro e quarto quadrantes.

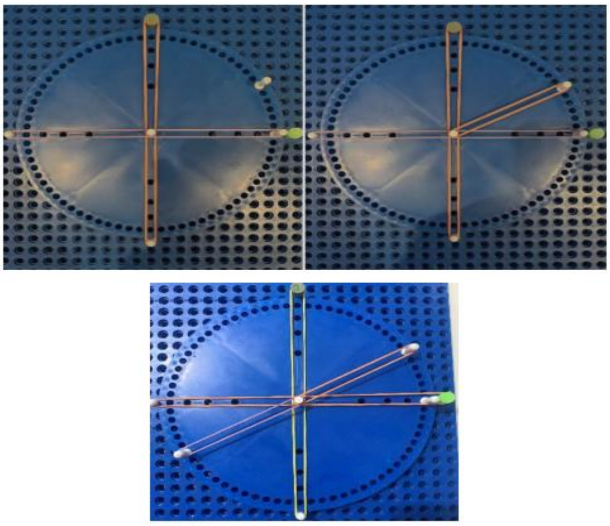


Fonte: Autor.

Para a simetria em relação à origem, pega-se um elástico a partir da origem e com um pino auxiliar prende-se esse elástico em um ponto sobre a circunferência de modo que o arco de extremidade na origem dos arcos e o pino assentado estejam no primeiro quadrante. Demarque o arco com a tira de barbante e o ângulo central correspondente a ele. Transponha o barbante para o terceiro quadrante de modo que uma extremidade esteja sobre a interseção do eixo x, na extremidade do arco, em um ponto simétrico ao zero, e a outra extremidade seja determinada a partir do ajuste do barbante sobre a circunferência no sentido anti-horário e fixe um pino. Com o auxílio do professor/mediador, o aluno deve concluir que além dos arcos terem comprimentos iguais às aberturas angulares, também são iguais. O aluno é então desafiado a fazer a reflexão de arcos do segundo e terceiro quadrante em relação à origem.

Desenvolvimento da atividade: Pegue um pino e dê ao aluno. Solicite que ele escolha um espaço no primeiro quadrante para encaixe do pino. Pergunte ao aluno quantos “furos” existem entre o pino referencial e o pino encaixado na extremidade do arco no primeiro quadrante. Pegue um barbante e meça esse arco. Dê a ele esse barbante com o tamanho do arco no primeiro quadrante. Solicite que posicione esse barbante no terceiro quadrante, a partir do pino de interseção entre o eixo OX e a circunferência e localize o "furo" para encaixe do segundo pino. Pegue um pino e dê a ele, solicitando que posicione esse pino no "furo" encontrado. Pegue um elástico e ligue os pinos do primeiro e terceiro quadrante. Para esse caso, não será necessário colocar um pino na interseção dessa reta construída entre os pinos e os eixos, uma vez que a origem já se encontra definida. Pegue um barbante e meça a distância da origem até o pino do primeiro quadrante. Dê ao aluno esse barbante e mostre que essa medida é igual a do pino do terceiro quadrante e a origem.

Figura 10 - Representação da construção de arcos simétricos do primeiro e terceiro quadrantes.



Fonte: Autor.

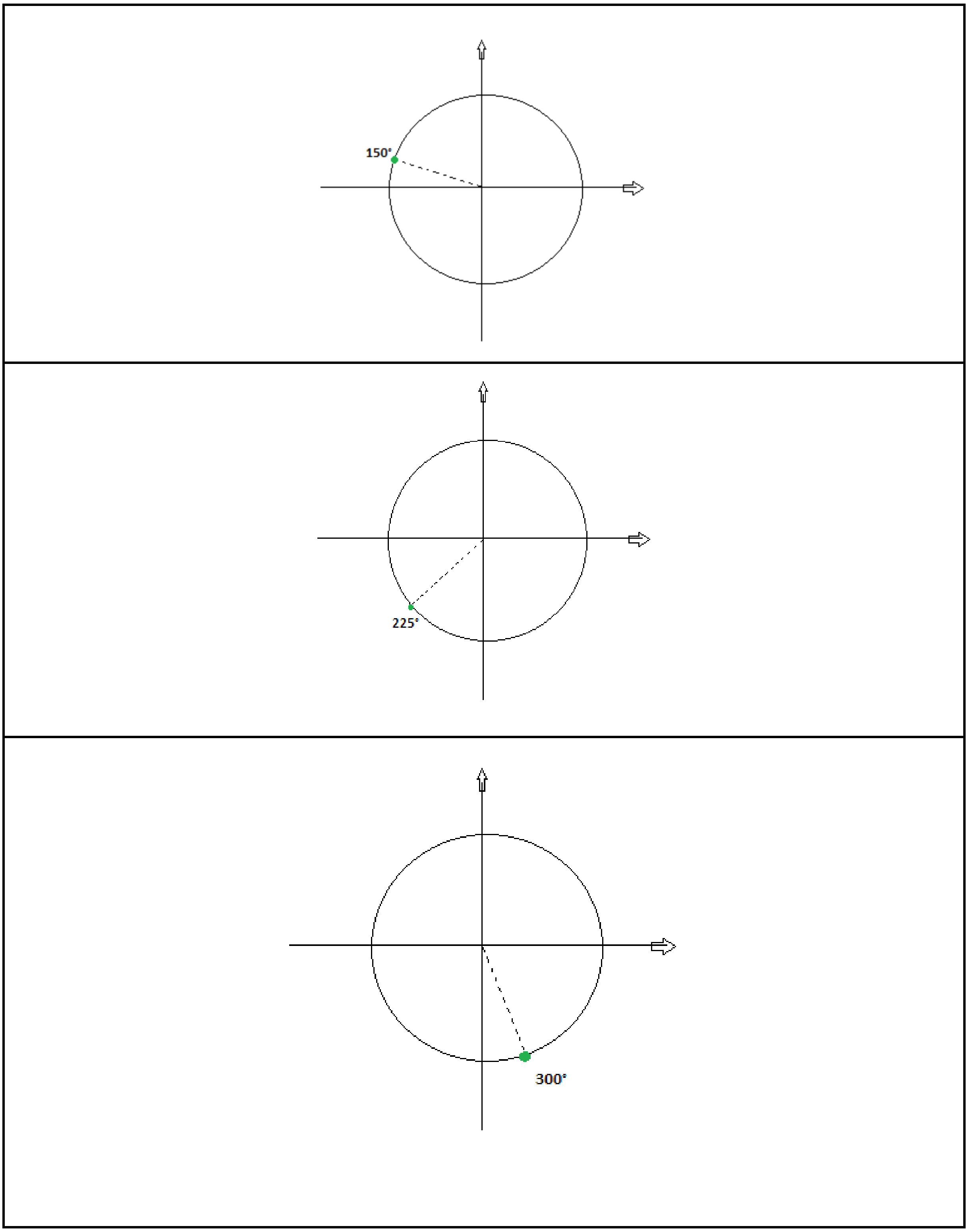
2) Dado um arco correspondente ao ângulo central de 30°, vamos obter as medidas de seus arcos simétricos em uma volta.

3) Marque, na circunferência trigonométrica, os pontos correspondentes aos números $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{2\pi}{3}$. Cite a simetria, se houver.

4) Considere o número $\frac{5\pi}{4}$. Em que quadrante se encontra a imagem desse ponto? Obtenha os números reais associados aos pontos simétricos de P em relação ao eixo horizontal, ao eixo vertical e ao centro da circunferência trigonométrica.

5) Determinar as medidas dos arcos do primeiro quadrante que são simétricos aos arcos indicados a seguir:

Figura 20 - Atividade para determinação de arcos simétricos.



Fonte: Autor.

Atividade nível 5

Materiais utilizados

- Multiplano
- Elásticos diferentes texturas
- Barbante
- Adaptação do geoplano circular
- Papel paraná
- E.V.A
- Cola quente
- Tesoura
- Compasso
- Régua

Objetivo

- Construir arcos côngruos a um arco no primeiro quadrante através de reflexões em relação a uma reta.

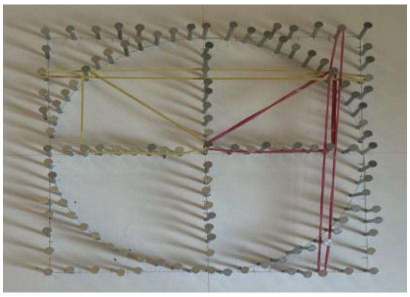
1. Relembre ao aluno que podemos “caminhar sobre” a circunferência trigonométrica dando voltas nele, a partir “furos”, tanto no sentido anti-horário em relação ao pino referencial, como no sentido horário desse mesmo pino. Aproveite para enfatizar que o sentido positivo de giro é o sentido anti-horário e que a cada “furo” para dispor um pino, temos associado um número real x e um número real y. Relacione ao par ordenado (x,y) visto no plano cartesiano.

Desenvolvimento da atividade:

Tome-se três pinos e coloque-os da seguinte forma: um sobre qualquer “furo” da circunferência escolhido pelo aluno, outro será colocado em um dos três “furos” disponíveis no eixo horizontal e o outro em um dos três “furos” disponíveis no eixo vertical. Com o auxílio de dois elásticos, ligue esses pinos. Peça ao aluno que reconheça que, para cada pino tomado, teremos um valor associado para x e outro para y.

Observação: como o material (Multiplano) só dispõe de 3 furos sobre os eixos verticais e horizontais, uma outra forma, é a construção de um recurso semelhante ao utilizado neste trabalho, que consiste em uma adaptação do geoplano circular. A partir dele, o aluno observará outras possibilidades para além daquelas que o Multiplano proporciona.

Figura 21 - Representação de triângulos congruentes após a redução ao primeiro quadrante.



Fonte: Autor.

2. Recordar como se caracteriza o seno e o cosseno de um triângulo retângulo. Se necessário, volte à atividade de nível 1. Construa um triângulo retângulo no primeiro quadrante do círculo, já identificando os eixos e a origem. Para associar os eixos a partir das razões trigonométricas, utilize este triângulo construído e identifique a hipotenusa como sendo de medida unitária. A partir das razões trigonométricas observadas no triângulo retângulo, é possível identificar os valores de x e y em função dessas razões trigonométricas.

   Assim sendo:

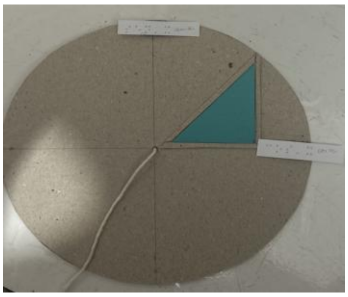
   - x = cos (α)
   - y = sen (α)

Desenvolvimento da atividade:

1° caso: No caso de dispor de material Multiplano, após demarcados os eixos OX e OY, a origem e o ponto referencial, tome dois pinos e dois elásticos. Um desses pinos será colocado em um dos "furos" no primeiro quadrante e um outro será colocado em um dos três "furos" disponíveis no eixo OX. Com os elásticos, ligue os pinos escolhidos e o pino da origem, de modo a formar um triângulo retângulo. Informe ao aluno que a hipotenusa (raio do círculo) tem como medida 1 e peça para que o aluno encontre o valor de x como cosseno de um ângulo. Repita esse processo mais dessa vez pedindo ao aluno que expresse o valor de y como cosseno de um ângulo. Encontramos uma relação entre x, y e os ângulos centrais do ciclo trigonométrico.

2° caso: Caso não disponha do material Multiplano, utilize papel paraná para a construção do círculo trigonométrico. Construa um triângulo retângulo no primeiro quadrante tal como apresentado na Figura 28.

Figura 22 - Representação de uma circunferência a partir de um círculo com um triângulo retângulo no primeiro quadrante e um barbante preso ao centro.



Fonte: Autor.

3. As coordenadas dos pontos representam os valores do cosseno e do seno dos ângulos centrais associados aos arcos destacados. Os sinais dependem de quais quadrantes estes pontos estão situados na circunferência. Como determinar o valor de cos 120° ou cos $\frac{2\pi}{3}$? E do seno?

Desenvolvimento da atividade:

1° passo: identifique o ângulo de medida 120° ou $\frac{2\pi}{3}$ radianos. Para localizar o pino que corresponde a 120° ou $\frac{2\pi}{3}$ radianos, desloque-o sobre o eixo X para a esquerda, a partir da origem, e depois movimente o dedo para cima.

2° passo: encontre o simétrico a um ângulo do primeiro quadrante a partir da reflexão sobre o eixo OY.

3° passo: identifique que o ângulo presente no segundo quadrante possui cosseno negativo e seno positivo. É importante que o professor, após marcar o pino, descreva com elásticos as respectivas projeções em relação aos eixos, pois o aluno conseguirá acompanhar o desenvolvimento das transformações nos respectivos quadrantes.

Com este novo recurso, é possível trabalhar com ângulos para além dos notáveis, uma vez que não ficaremos presos apenas aos três "furos" dispostos nos eixos. Com isso, é possível trabalhar as reduções ao primeiro quadrante em mais casos, portanto, de modo mais abrangente.

As perguntas a seguir devem ser feitas de modo a dinamizar e consolidar a tarefa proposta neste item.

a) Qual o simétrico do ângulo de 0°? E o valor do seno e do cosseno associado a esse valor?

b) Qual o simétrico do ângulo de 90° ou $\frac{\pi}{2}$ em relação aos eixos e a origem?

c) E de 60°?

d) E de 81°?

e) E de 110°?

f) E de 280°?

4. Construa uma representação para os ângulos solicitados a seguir a partir de pinos e de elásticos fixados nestes pinos e na origem. Solicite que o aluno faça as simetrias de modo a encontrar uma transformação desse ângulo no 1° quadrante.

a) E de 150°? b) E de 200°? c) E de 310°? d) E de 135? f) E de 225? g) E de 315? h) E de -45? i) E de – 110? j) E de – 240? k) Há outros ângulos que são simétricos no ciclo trigonométrico? Se a resposta for não, reconheça outras simetrias entre os ângulos no ciclo.